ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ ⴷ ⵓⵙⵎⵓⵜⵜⴳ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين جهة الدار البيضاء الكبرى نيابة المحمدية	تمارين المتجهات و الإزاحة المستوى : الثالثة ثانوي إعدادي من إعداد الأستاذ : المهدي عنيس	

تمرين ① :

$ABCD$ متوازي أضلاع .

1) – أنشئ E و F بحيث : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CE}$ و $\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{BC}$.

2) – أثبت أن : $\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AD}$.

تمرين ② :

ABC مثلث.

1) – أنشئ E صورة A بالإزاحة التي تحول B إلى C .

2) – أنشئ F بحيث : $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{CF}$.

3) – بين أن : $AEFC$ متوازي الأضلاع.

4) – أ) -- أنشئ G بحيث : $\overrightarrow{EG}=\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EB}$.

ب) -- أثبت أن : $\overrightarrow{GF}=3\overrightarrow{AE}$.

تمرين ③ :

ABC مثلث بحيث : $AC=1\,cm$ و $AB=6\,cm$.

1) – أنشئ E و F بحيث : $\overrightarrow{AE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AF}=3\overrightarrow{AC}$.

2) – أثبت أن : $(CE)\,//\,(FB)$.

تمرين ④ :

ABC مثلث بحيث : $BC=6\,cm$.

1) – أنشئ M و N بحيث : $\overrightarrow{BM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{CN}=2\overrightarrow{AB}$.

2) – أثبت أن : $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AC}+2\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$.

3) – استنتج أن : A و M و N نقط مستقيمية.

❀ تمرين ⑤ :

ABC مثلث قائم الزاوية في A بحيث : $AC = 4\,cm$ و E منتصف $[BC]$.

لتكن t الإزاحة التي تحول A إلى E.

1) – أنشئ F صورة B و G صورة C بالإزاحة t.

2) – أحسب معللا جوابك : EG.

3) – أثبت أن : $(FG) // (BC)$.

4) – حدد طبيعة المثلث FEG.

5) – حدد صورة الدائرة التي مركزها A و شعاعها AC بالإزاحة t.

❀ تمرين ⑥ :

$ABCD$ متوازي أضلاع.

1) – أنشئ E و F بحيث : E صورة B بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{DF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$.

2) – أثبت أن المتجهتين $\overrightarrow{BE}$ و $\overrightarrow{DF}$ مستقيميتان.

❀ تمرين ⑦ :

EFG مثلث و O منتصف $[FG]$. نعتبر t الإزاحة التي تحول E إلى O.

1) – أنشئ A و B بحيث : A صورة F بالإزاحة t و $\overrightarrow{EB} = \overrightarrow{EG} + \overrightarrow{EO}$.

2) – أثبت أن : B صورة G بالإزاحة t.

3) – حدد صورة المستقيم (EF) بالإزاحة t.

4) – بين أن : $F\hat{E}G = A\hat{O}B$.

5) – حدد صورة الدائرة التي قطرها $[EG]$ بالإزاحة t.

6) – لتكن K نقطة بحيث : $\overrightarrow{FK} = -2\overrightarrow{EO}$.

أ) -- أنشئ K.

ب) -- بين أن النقط A و F و K نقط مستقيمية.

7) – بسط ما يلي :

$\overrightarrow{OF} + \overrightarrow{OG}$ و $\overrightarrow{EG} - \overrightarrow{EB}$ و $\overrightarrow{FK} + 2\overrightarrow{EB} - \overrightarrow{EG}$

حلول التمارين

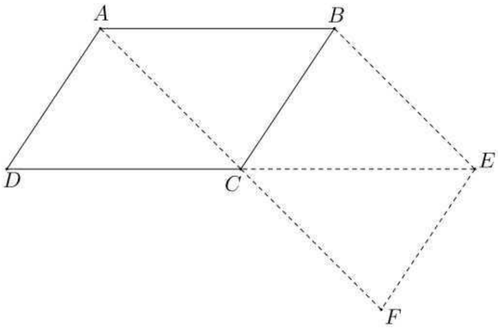
المتجهـات و الإزاحـة

المستـــوى : الثالثـة ثانـوي إعـدادي

من إعداد الأستاذ : المهـــدي عنيـس

تمرين ① :

1) – الشكـل :



لدينا : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CE}$ يعني أن الرباعي $ABEC$ متوازي الأضلاع.

$\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{BC}$ يعني أن $BEFC$ متوازي الأضلاع.

2) – لنثبت أن : $\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AD}$.

نعلم أن : $ABEC$ متوازي الأضلاع ، إذن : $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$

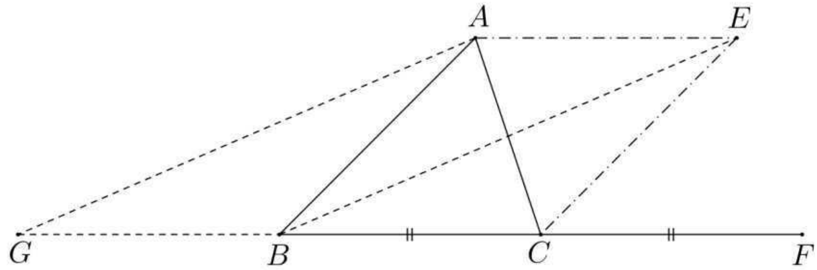
و أن : $BEFC$ متوازي الاع ، إذن : $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{EF}$

و منه فإن : $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{EF}$ يعني أن : $ADFE$ متوازي الأضلاع

و بالتالي فإن : $\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AD}$.

تمرين ② :

1) – الشكـل :



لدينا :

*/ E صورة A بالإزاحة التي تحول B إلى C

يعني أن : $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AE}$

أي : $BCEA$ متوازي الأضلاع.

*/ $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{CF}$ يعني : C منتصف $[BF]$.

2) – لنبين أن : $AEFC$ متوازي الأضلاع.

نعلم أن : و $\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AE}\\ \overrightarrow{BC}=\overrightarrow{CF}\end{array}\right\}$ يعني أن $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{CF}$ و منه فإن الرباعي $AEFC$ متوازي الأضلاع.

3) – أ) -- لننشئ G .

لدينا : $\overrightarrow{EG}=\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EB}$ يعني أن $EAGB$ متوازي الأضلاع. (أنظر الشكـل)

ب) -- لنثبت أن : $\overrightarrow{GF}=3\overrightarrow{AE}$:

لدينا : $\overrightarrow{GF}=\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CF}$.

و بما أن : $EAGB$ متوازي الأضلاع فإن : $\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{AE}$.

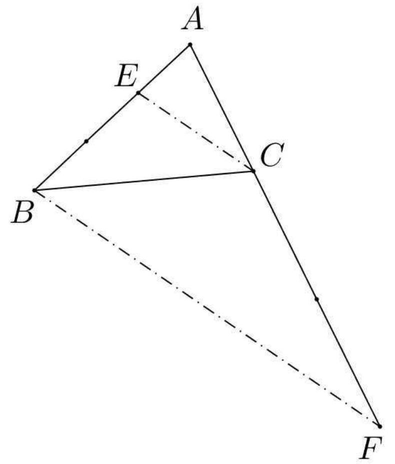
و نعلم أن : $\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AE}\\ \overrightarrow{AE}=\overrightarrow{CF}\end{array}\right\}$.

إذن : $\overrightarrow{GF}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AE}$

أي : $\boxed{\overrightarrow{GF}=3\overrightarrow{AE}}$.

۞ تمرين ③ :

1) – الشكـل :



لدينا : $\overrightarrow{AE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ يعني أن :

*/ A و E و B نقط مستقيمية.

*/ $\overrightarrow{AE}$ و $\overrightarrow{AB}$ لهما نفس المنحى.

*/ $AE=\frac{1}{3}AB$.

و لدينا : $\overrightarrow{AF}=3\overrightarrow{AC}$ يعني أن :

*/ A و F و C نقط مستقيمية.

*/ $\overrightarrow{AF}$ و $\overrightarrow{AC}$ لهما نفس المنحى.

*/ $AF=3AC$.

2) – لنثبت أن : $(CE)\ //\ (FB)$.

لدينا : $\overrightarrow{AE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ ، و حسب علاقة شال فإن : $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CE}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{FB}\right)$ و منه فإن :

$$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AF}+\frac{1}{3}\overrightarrow{FB}$$

$$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CE}=\frac{1}{3}\times 3\overrightarrow{AC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{FB}$$

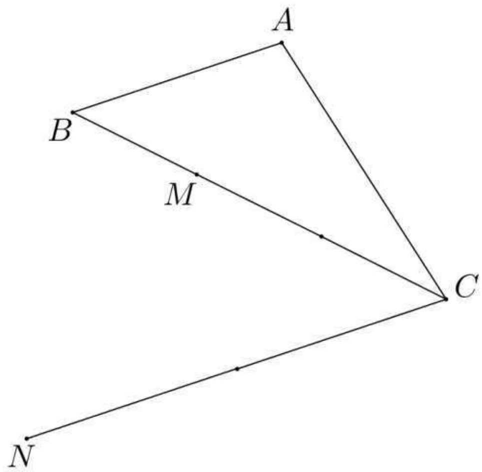
$$\overrightarrow{CE}=-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{FB}$$

$$\overrightarrow{CE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{FB}$$

و بالتالي فإن : $(CE)\ //\ (FB)$.

۞ تمرين ④ :

1) – الشكـل :



لدينا : $\overrightarrow{BM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ يعني أن :

*/ B و M و C نقط مستقيمية.

*/ $\overrightarrow{BM}$ و $\overrightarrow{BC}$ لهما نفس المنحى.

*/ $BM=\frac{1}{3}BC$.

و لدينا : $\overrightarrow{CN}=2\overrightarrow{AB}$ يعني أن :

*/ $(AB)\ //\ (CN)$.

*/ $\overrightarrow{CN}$ و $\overrightarrow{AB}$ لهما نفس المنحى.

*/ $CN=2AB$.

2) – */ لنثبت أن : $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AC}+2\overrightarrow{AB}$.

لدينا حسب علاقة شال : $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CN}$.

و بما أن : $\overrightarrow{CN}=2\overrightarrow{AB}$ ، فإن : $\boxed{\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AC}+2\overrightarrow{AB}}$.

*/ لنثبت أن : $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$.

لدينا حسب علاقة شال : $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BM}$.

و بما أن : $\overrightarrow{BM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ فإن : $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ ، و حسب علاقة شال فإن : $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}\right)$.

و منه فإن :

$$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$$

$$=\frac{3\,\overrightarrow{AB}}{3}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$$

$$=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$$

و بالتالي فإن : $\boxed{\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}}$.

3) –لنستنتج أن النقط A و M و N مستقيمية.

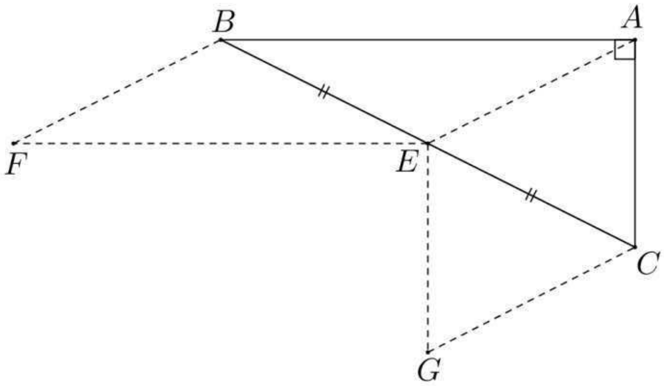
نعلم أن : $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ ، يعني أن : $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AC}+2\overrightarrow{AB}\right)$.

و بما أن : $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AC}+2\overrightarrow{AB}$ فإن : $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AN}$.

و التالي فإن : النقط A و M و N مستقيمية.

تمرين ⑤ :

1) –الشكـل :



لدينا :

*/ F صورة B بالإزاحة t يعني أن : $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{BF}$

أي أن : $AEFB$ متوازي الأضلاع.

*/ G صورة C بالإزاحة t يعني أن : $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{CG}$

أي أن : $AEGC$ متوازي الأضلاع.

2) –لنحسب EG :

*/الطريقة الولى :

نعلم أن الرباعي $AEGC$ متوازي الأضلاع ، إذن : $AC=EG$.

و بما أن : $AC=4\,cm$ فإن : $EG=4\,cm$.

*/الطريقة الثانية :

لدينا : E صورة A بالإزاحة t و G صورة C بالإزاحة t

إذن : $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{EG}$ يعني أن : $AC=EG$.

و بما أن : $AC=4\,cm$ فإن : $EG=4\,cm$.

3) – لنثبت أن : $(FG) \,//\, (BC)$.

نعلم أن : $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{BF}$ و أن : $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{CG}$.

إذن : $\overrightarrow{CG}=\overrightarrow{BF}$ يعني أن الرباعي $CGFB$ متوازي الأضلاع

و منه فإن : $(FG) \,//\, (BC)$.

4) – لنحدد طبيعة المثلث FEG.

لدينا بالإزاحة t :

F صورة B و E صورة A و G صورة C

إذن صورة الزاوية $B\hat{A}C$ بالإزاحة t هي الزاوية $F\hat{E}G$.

و بما أن الزاوية $B\hat{A}C$ قائمة فإن الزاوية $F\hat{E}G$ قائمة.

و بالتالي فإن FEG مثلث قائم الزاوية في E.

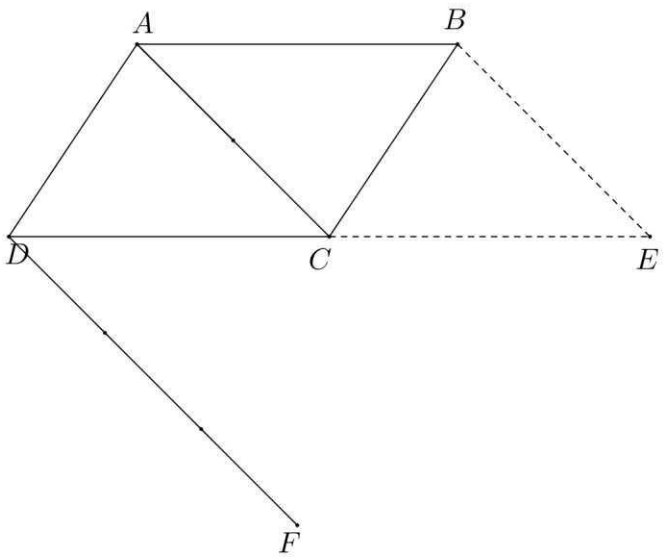
5) – لنحدد صورة الدائرة التي مركزها A و شعاعها AC بالإزاحة t.

نعلم أن : E صورة A و G صورة C بالإزاحة t.

إذن :

صورة الدائرة التي مركزها A و شعاعها AC بالإزاحة t هي الدائرة التي مركزها E و شعاعها EG.

تمرين ⑥ :



1) – الشكـل :

لدينا :

E صورة B بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AC}$

يعني أن : $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BE}$ أي $ACEB$ متوازي الأضلاع.

و لدينا : $\overrightarrow{DF}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$ يعني أن :

*/ $(DF) \,//\, (AC)$.

*/ $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{DF}$ لهما نفس المنحى.

*/ $DF=\frac{3}{2}AC$.

2) – لنثبت أن المتجهتين $\overrightarrow{BE}$ و $\overrightarrow{DF}$ مستقيميتان.

نعلم أن $ACEB$ متوازي الأضلاع.

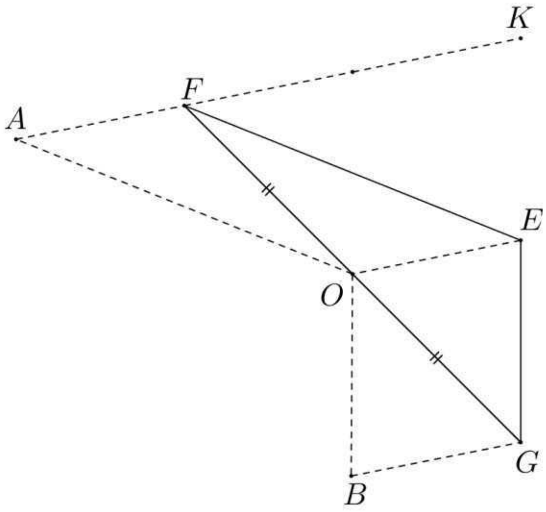
إذن : $(BE) \,//\, (AC)$

و بما أن : $(DF) \,//\, (AC)$

فإن : $(DF) \,//\, (BE)$

و بالتالي فإن : المتجهتين $\overrightarrow{BE}$ و $\overrightarrow{DF}$ مستقيميتان.

❀ تمرين ⑦ :



1) –الشكــل :

لدينا :

A صورة F بالإزاحة t يعني أن : $\overrightarrow{EO}=\overrightarrow{FA}$

أي : $EOAF$ متوازي الأضلاع.

و لدينا : $\overrightarrow{EB}=\overrightarrow{EG}+\overrightarrow{EO}$ يعني أن :

$EGBO$ متوازي الأضلاع.

2) –لنثبت أن : B صورة G بالإزاحة t.

نعلم أن $EGBO$ متوازي الأضلاع

إذن : $\overrightarrow{EO}=\overrightarrow{GB}$

و منه فإن : B صورة G بالإزاحة t.

3) –لنحدد صورة المستقيم (EF) بالإزاحة t.

لدينا :

O صورة E بالإزاحة t و نعلم أن A صورة F بالإزاحة t

إذن : صورة المستقيم (EF) بالإزاحة t هي المستقيم (OA).

4) –لنبين أنن : $F\hat{E}G=A\hat{O}B$.

لدينا بالإزاحة t : A صورة F و O صورة E و B صورة G .

إذن الزاوية $A\hat{O}B$ هي صورة الزاوية $F\hat{E}G$ بالإزاحة t

و بالتالي فإن : $F\hat{E}G=A\hat{O}B$.

5) –لنحدد صورة الدائرة التي قطرها $[EG]$ بالإزاحة t.

لدينا بالإزاحة t : O صورة E و B صورة G .

إذن صورة الدائرة التي قطرها $[EG]$ بالإزاحة t هي الدائرة التي قطرها $[OB]$.

6) –أ) -- لننشئ K : (أنظر الشكــل)

لدينا حسب علاقة شال : $\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{FK}$

و نعلم أن : $\overrightarrow{FK}=-2\overrightarrow{EO}$

و بما أن : $\overrightarrow{EO}=\overrightarrow{FA}$ ، فإن : $\overrightarrow{FK}=-2\overrightarrow{FA}$

أي : $\overrightarrow{FK}=2\overrightarrow{AF}$

و منه فإن : $\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{AF}+2\overrightarrow{AF}$

أي : $\overrightarrow{AK}=3\overrightarrow{AF}$

و بالتالي فإن : النقط A و F و K مستقيمية.