المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني
الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين
جهة الدار البيضاء الكبرى
نيابة المحمدية

تمارين

المعادلات و المتراجحات

المستوى : الثالثة ثانوي إعدادي

من إعداد الأستاذ : المهدي عنيس

تمرين ① :

حل المعادلات الآتية :

$$\sqrt{3}\,x+3=0 \quad ;; \quad -3x+\sqrt{2}=0 \quad ;; \quad 2x+11=0$$

$$7x+(5-4x)=3x \quad ;; \quad 4x-7-2(4x+1)=-2(3+2x)-3$$

$$3x+\sqrt{3}(1+2x)=0 \quad ;; \quad 8x+(11-5x)=-2(x-5)+1$$

$$2x+1-\frac{x+1}{2}=3x \quad ;; \quad \frac{x+2}{\sqrt{2}}-2x=x$$

تمرين ② :

حل المتراجحات الآتية ثم مثل حلول المتراجحات الأربع الأولى فقط على مستقيم مدرج.

$$\sqrt{5}x+1>3+3x \quad ;; \quad 7x-1\le 9+\sqrt{2}x \quad ;; \quad -4x-1>0 \quad ;; \quad 3x+2\ge 0$$

$$\frac{2x+1}{4}>\frac{-5x+4}{5}+\frac{3x}{2} \quad ;; \quad \frac{3+2x}{6}-\frac{3+x}{4}<0 \quad ;; \quad -4x+5\le 3(-x+8)-x-13$$

تمرين ③ :

حل المعادلات الآتية :

$$2x\left(-x+\sqrt{2}\right)\left(x\sqrt{3}-1\right)=0 \quad ;; \quad \frac{2x+1}{\sqrt{3}}(-3x+5)=0 \quad ;; \quad (2x-1)(3+x)=0$$

$$(2x+3)(x-1)+2x(x-1)=0 \quad ;; \quad 25x^2-30x+9=0 \quad ;; \quad (x-2)^2(2x+3)=0$$

$$4x^2-9+(2x+3)(x-1)=0 \quad ;; \quad x^2+25=0 \quad ;; \quad \left(x+\sqrt{3}\right)^2=(2x+3)\left(x+\sqrt{3}\right)$$

$$25x^2-3=0 \quad ;; \quad (7x-2)^2=16$$

❁ تمرين ④ :

المسألة الأولى :

ثمن 8 أمتار من ثوب صوفي و 12 مترا من ثوب حريري هو : 2840 درهما.
إذا علمت أن ثمن المتر الواحد من الثوب الصوفي يزيد ب 30 درهما عن ثمن المتر الواحد من الثوب الحريري فما هو إذن ثمن المتر الواحد من كل نوع ؟ $45x-16$

المسألة الثانية :

أب عمره الآن يساوي ثلاث أمثال عمر ابنه.
بعد 10 سنوات سيصبح عمر الابن يساوي نصف عمر أبيه.
ما هو عمر كل واحد منهما الآن ؟

المسألة الثالثة :

اكترى مسؤول عن مؤسسة تعليمية حافلات من أجل تنظيم رحلة سياحية.
إذا وزع التلاميذ على الحافلات بمعدل 36 تلميذا في كل حافلة ، فإن 11 تلميذا ستبقى بدون مقعد .
و إذا وزع التلاميذ على الحافلات بمعدل 45 تلميذا في كل حافلة ، فإن 16 مقعدا ستبقى شاغرة .
ما هو عدد الحافلات التي اكتراها المسؤول ؟

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني
ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ
ⴰⵙⴳⵎⵉ ⴰⵣⵣⴰⵢⵔ ⴰⵎⴰⵏ
الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين
جهة الدار البيضاء الكبرى
نيابة المحمدية

حلول التمارين

المعادلات و المتراجحات

المستوى : الثالثة ثانوي إعدادي

من إعداد الأستاذ : المهدي عنيس

تمرين ① :

1) – المعادلة : $2x+11=0$ تكافئ على التوالي :

$$2x=-11$$
$$x=\frac{-11}{2}$$

إذن حل هذه المعادلة هو العدد الحقيقي : $\frac{-11}{2}$.

2) – المعادلة : $-3x+\sqrt{2}=0$ تكافئ على التوالي :

$$-3x=-\sqrt{2}$$
$$x=\frac{-\sqrt{2}}{-3}$$
$$x=\frac{\sqrt{2}}{3}$$

إذن حل هذه المعادلة هو العدد الحقيقي : $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

3) – المعادلة : $\sqrt{3}\,x+3=0$ تكافئ على التوالي :

$$\sqrt{3}\,x=-3$$
$$x=\frac{-3}{\sqrt{3}}$$
$$x=\frac{-3\sqrt{3}}{3}$$
$$x=-\sqrt{3}$$

إذن حل هذه المعادلة هو العدد الحقيقي $-\sqrt{3}$

4) – المعادلة :

$$4x-7-2(4x+1)=-2(3+2x)-3$$

تكافئ على التوالي :

$$4x-7-8x-2=-6-4x-3$$
$$-4x-9=-4x-9$$
$$-4x+4x=-9+9$$
$$0x=0$$

إذن جميع الأعداد الحقيقية حلول لهذه المعادلة.

5) – المعادلة : $7x+(5-4x)=3x$ تكافئ على التوالي :

$$7x+5-4x=3x$$
$$7x-4x-3x=-5$$
$$0x=-5$$

إذن هذه المعادلة ليس لها حل.

6) – المعادلة : $8x+(11-5x)=-2(x-5)+1$ تكافئ على التوالي :

$$8x+11-5x=-2x+10+1$$
$$3x+11=-2x+11$$
$$3x+2x=11-11$$
$$5x=0$$
$$x=\frac{0}{5}$$
$$x=0$$

إذن : العدد الحقيقي 0 هو حل هذه المعادلة.

7) – المعادلة : $3x+\sqrt{3}(1+2x)=0$ تكافئ على التوالي :

$$3x+\sqrt{3}+2\sqrt{3}\,x=0$$
$$3x+2\sqrt{3}\,x=-\sqrt{3}$$
$$x(3+2\sqrt{3})=-\sqrt{3}$$
$$x=\frac{-\sqrt{3}}{3+2\sqrt{3}}$$
$$x=\frac{-\sqrt{3}(3-2\sqrt{3})}{3^2-(2\sqrt{3})^2}$$
$$x=\frac{-3\sqrt{3}+2\sqrt{3}^2}{9-12}$$
$$x=\frac{-3\sqrt{3}+6}{-3}$$
$$x=\sqrt{3}-2$$

إذن حل هذه المعادلة هو العدد الحقيقي $\sqrt{3}-2$.

8) – المعادلة : $2x+1-\frac{x+1}{2}=3x$ تكافئ على التوالي :

$$\frac{2(2x+1)}{2}-\frac{x+1}{2}=\frac{6x}{2}$$
$$2(2x+1)-x-1=6x$$
$$4x+2-x-1=6x$$
$$4x-x-6x=1-2$$
$$-3x=-1$$
$$x=\frac{-1}{-3}$$
$$x=\frac{1}{3}$$

إذن حل هذه المعادلة هو العدد الحقيقي : $\frac{1}{3}$.

9) – المعادلة : $\frac{x+2}{\sqrt{2}}-2x=x$ تكافئ على التوالي :

$$\frac{x+2}{\sqrt{2}}-\frac{2\sqrt{2}\,x}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}\,x}{\sqrt{2}}$$
$$x+2-2\sqrt{2}\,x=\sqrt{2}\,x$$
$$x-2\sqrt{2}\,x-\sqrt{2}\,x=-2$$
$$x-3\sqrt{2}\,x=-2$$
$$x(1-3\sqrt{2})=-2$$
$$x=\frac{-2}{1-3\sqrt{2}}$$
$$x=\frac{-2+6\sqrt{2}}{-17}$$

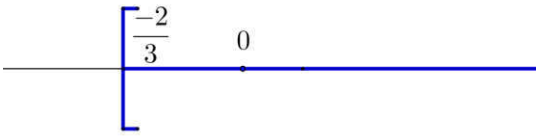
إذن حل هذه المعادلة هو العدد الحقيقي : $\frac{-2+6\sqrt{3}}{-17}$.

تمرين ② :

1) – المتراجحة : $3x+2\geq 0$ تكافئ على التوالي :

$$3x\geq -2$$
$$x\geq \frac{-2}{3}$$

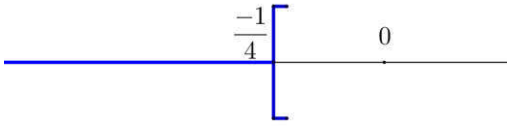
إذن جميع الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي $\frac{-2}{3}$ هي حلول هذه المتراجحة.



2) – المتراجحة : $-4x-1>0$ تكافئ على التوالي :

$$-4x>1$$
$$x<\frac{-1}{4}$$

إذن جميع الأعداد الحقيقية الأصغر قطعا من $\frac{-1}{4}$ حلول هذه المتراجحة.

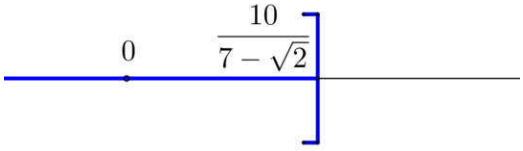


3) – المتراجحة : $7x-1\leq 9+\sqrt{2}x$ تكافئ على التوالي :

$$7x-\sqrt{2}\,x\leq 9+1$$
$$x(7-\sqrt{2})\leq 10$$

و بما أن : $7-\sqrt{2}>0$ فإن : $x\leq \frac{10}{7-\sqrt{2}}$.

إذن جميع الأعداد الحقيقية الأصغر من أو تساوي $\frac{10}{7-\sqrt{2}}$ حلول هذه المتراجحة.

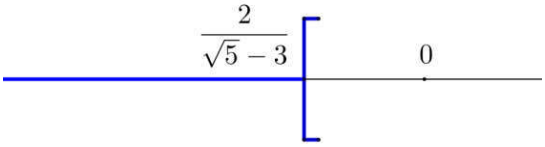


4) – المتراجحة : $\sqrt{5}x+1>3+3x$ تكافئ على التوالي :

$$\sqrt{5}x-3x>3-1$$
$$x(\sqrt{5}-3)>2$$

و بما أن : $\sqrt{5}-3<0$ فإن : $x<\frac{2}{\sqrt{5}-3}$.

إذن جميع الأعداد الحقيقية الأصغر قطعا من $\frac{2}{\sqrt{5}-3}$ حلول هذه المتراجحة .



5) – المتراجحة : $\frac{3+2x}{6}-\frac{3+x}{4}<0$ تكافئ على التوالي :

$$\frac{2(3+2x)}{12}-\frac{3(3+x)}{12}<0$$
$$2(3+2x)-3(3+x)<0$$
$$6+4x-9-3x<0$$
$$4x-3x<-6+9$$
$$x<3$$

إذن جميع الأعداد الحقيقية الأصغر قطعا من 3 حلول هذه المتراجحة.

6) – المتراجحة : $\frac{2x+1}{4}>\frac{-5x+4}{5}+\frac{3x}{2}$

تكافئ على التوالي :

$$\frac{5(2x+1)}{20}>\frac{4(-5x+4)}{20}+\frac{30x}{20}$$
$$10x+5>4(-5x+4)+30x$$
$$10x+5>-20x+16+30x$$
$$10x+20x-30x>+16-5$$
$$0x>11$$

إذن هذه المتراجحة ليس لها حل.

7) – المتراجحة : $-4x+5\le 3(-x+8)-x-13$

تكافئ على التوالي :

$$-4x+5\le -3x+24-x-13$$
$$-4x+3x+x\le 24-13-5$$
$$0x\le 6$$

إذن جميع الأعداد الحقيقية حلول هذه المتراجحة.

تمرين ③ :

1) – المعادلة : $(2x-1)(3+x)=0$

تكافئ على التوالي :

$3+x=0$ أو $2x-1=0$

$x=-3$ $2x=1$

$x=\frac{1}{2}$

إذن هذه المعادلة تقبل حلين هما : -3 و $\frac{1}{2}$.

2) – المعادلة : $\frac{2x+4}{\sqrt{3}}(-3x+5)=0$

تكافئ على التوالي :

$\frac{2x+4}{\sqrt{3}}=0$ أو $-3x+5=0$

$2x+4=0$ $-3x=-5$

$2x=-4$ $x=\frac{-5}{-3}$

$x=\frac{-4}{2}$ $x=\frac{5}{3}$

$x=-2$

إذن هذه المعادلة تقبل حلين هما : $\frac{5}{3}$ و -2.

3) – المعادلة : $2x\left(-x+\sqrt{2}\right)\left(x\sqrt{3}-1\right)=0$

تكافئ على التوالي :

$2x=0$ أو $-x+\sqrt{2}=0$ أو $x\sqrt{3}-1=0$

$x=\frac{0}{2}$ $-x=-\sqrt{2}$ $x\sqrt{3}=1$

$x=0$ $x=\sqrt{2}$ $x=\frac{1}{\sqrt{3}}$

$x=\frac{\sqrt{3}}{3}$

إذن هذه المعادلة تقبل ثلاث حلول هي : $\frac{\sqrt{3}}{3}$ و $\sqrt{2}$ و 0.

4) – المعادلة : $(x-2)^2(2x+3)=0$

تكافئ على التوالي :

$(x-2)^2=0$ أو $2x+3=0$

$2x=-3$

$x-2=0$ $x=\frac{-3}{2}$

$x=2$

إذن هذه المعادلة تقبل حلين هما : $\frac{-3}{2}$ و 2.

5) – المعادلة : $25x^2-30x+9=0$

تكافئ على التوالي :

$$(5x-3)^2=0$$
$$5x-3=0$$
$$5x=3$$
$$x=\frac{3}{5}$$

إذن هذه المعادلة تقبل حلا وحيدا هو $\frac{3}{5}$.

6) – المعادلة : $(2x+3)(x-1)+2x(x-1)=0$

تكافئ على التوالي :

$$(x-1)(2x+3+2x)=0$$
$$(x-1)(4x+3)=0$$

$x-1=0$ أو $4x+3=0$

$x=1$ أو $4x=-3$

$x=\frac{-3}{4}$

إذن هذه المعادلة تقبل حلين هما : $\frac{-3}{4}$ و 1 .

7) – المعادلة : $\left(x+\sqrt{3}\right)^2=(2x+3)\left(x+\sqrt{3}\right)$

تكافئ على التوالي :

$$\left(x+\sqrt{3}\right)^2-(2x+3)\left(x+\sqrt{3}\right)=0$$
$$\left(x+\sqrt{3}\right)\left[\left(x+\sqrt{3}\right)+(2x+3)\right]=0$$
$$\left(x+\sqrt{3}\right)\left(x+\sqrt{3}+2x+3\right)=0$$
$$\left(x+\sqrt{3}\right)\left(3x+\sqrt{3}+3\right)=0$$

$x+\sqrt{3}=0$ أو $3x+\sqrt{3}+3=0$

$x=-\sqrt{3}$ أو $3x=-\sqrt{3}-3$

$x=\frac{-\sqrt{3}-3}{3}$

إذن هذه المعادلة تقبل حلين هما : $-\sqrt{3}$ و $\frac{-\sqrt{3}-3}{3}$

8) – المعادلة : $x^2+25=0$

تكافئ على التوالي :

$x^2=-25$ لا يمكن

إذن هذه المعادلة ليس لها حل.

9) – المعادلة : $4x^2-9+(2x+3)(x-1)=0$

تكافئ على التوالي :

$$(2x)^2-3^2+(2x+3)(x-1)=0$$
$$(2x+3)(2x-3)+(2x+3)(x-1)=0$$
$$(2x+3)\left[(2x-3)+(x-1)\right]=0$$
$$(2x+3)(2x-3+x-1)=0$$
$$(2x+3)(3x-4)=0$$

$2x+3=0$ أو $3x-4=0$

$2x=-3$ أو $3x=4$

$x=\frac{-3}{2}$ أو $x=\frac{4}{3}$

إذن هذه المعادلة تقبل حلين هما : $\frac{-3}{2}$ و $\frac{4}{3}$.

10) – المعادلة : $(7x-2)^2=16$

تكافئ على التوالي :

$$(7x-2)^2-16=0$$
$$(7x-2)^2-4^2=0$$
$$(7x-2+4)(7x-2-4)=0$$
$$(7x+2)(7x-6)=0$$

$7x+2=0$ أو $7x-6=0$

$7x=-2$ أو $7x=6$

$x=\frac{-2}{7}$ أو $x=\frac{6}{7}$

إذن هذه المعادلة تقبل حلين هما : $\frac{-2}{7}$ و $\frac{6}{7}$.

11) – المعادلة : $25x^2-3=0$

تكافئ على التوالي :

$$(5x)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2=0$$
$$\left(5x-\sqrt{3}\right)\left(5x+\sqrt{3}\right)=0$$

$5x+\sqrt{3}=0$ أو $5x-\sqrt{3}=0$

$5x=-\sqrt{3}$ أو $5x=\sqrt{3}$

$x=\frac{-\sqrt{3}}{5}$ أو $x=\frac{\sqrt{3}}{5}$

إذن هذه المعادلة تقبل حلين هما : $\frac{-\sqrt{3}}{5}$ و $\frac{\sqrt{3}}{5}$.

❀ تمرين ④ :

*/ المسألة الأولى :

1) – اختيار المجهول :

نعتبر x ثمن المتر الواحد من الثوب الحريري .

2) – صياغة المعادلة :

إذا كان x هو ثمن المتر الواحد من الثوب الحريري فإن :
ثمن المتر الواحد من الثوب الصوفي هو $x+30$.

إذن المعادلة هي : $8(x+30)+12x=2840$

3) – حل المعادلة :

هذه المعادلة تكافئ على التوالي :

$$8x+240+12x=2840$$
$$8x+12x=2840-240$$
$$20x=2600$$
$$x=\frac{2600}{20}$$
$$x=130$$

إذن حل هذه المعادلة هو 130.

4) – الرجوع إلى المسألة :

ثمن المتر الواحد من الثوب الحريري هو : $130\ DH$.
ثمن المتر الواحد من الثوب الصوفي هو : $160\ DH$.

*/ المسألة الثانية :

1) – اختيار المجهول :

نعتبر x عمر الإبن الآن .

2) – صياغة المعادلة :

إذا كان عمر الإبن الآن هو : x فإن عمر الأب الآن هو : $3x$.
و بعد 10 سنوات سيصبح عمر الإبن هو : $x+10$ و عمر الأب هو : $3x+10$.

إذن المعادلة هي : $x+10=\frac{1}{2}(3x+10)$.

3) – حـل المعادلة :

هذه المعادلة تكافئ على التوالي :

$$\frac{2(x+10)}{2}=\frac{(3x+10)}{2}$$
$$2(x+10)=3x+10$$
$$2x+20=3x+10$$
$$2x-3x=10-20$$
$$-x=-10$$
$$x=10$$

إذن حل هذه المعادلة هو 10 .

4) – الرجوع إلى المسألة :

عمر الإبن الآن هو : 10 سنوات.
عمر الأب الآن هو : 30 سنة .

*/ المسألة الثالثة :

1) – اختيار المجهول :

نعتبر x عدد الحافلات .

2) – صياغة المعادلة :

من خلال التوزيع الأول سيكون لدينا عدد التلاميذ على شكل : $36x+11$
من خلال التوزيع الثاني سيكون لدينا عدد التلاميذ على شكل : $45x-16$

و بما أن عدد التلاميذ لا يتغير فإن :

المعادلة هي : $36x+11=45x-16$

3) – حـل المعادلة :

هذه المعادلة تكافئ على التوالي :

$$36x-45x=-16-11$$
$$-9x=-27$$
$$x=\frac{-27}{-9}$$
$$x=3$$

4) – الرجوع إلى المسألة :

عدد الحافلات هو : 3 حافلات.