

المعادلات

(B) حل المعادلات التالية (X حقيقي):

(2

$$(x-1)^2 = 2x(x-1)$$

(1

$$(\sqrt{2}x - \sqrt{2})(x + \sqrt{7}) = 0$$

$$4x^2 - 4\sqrt{3}x + 3 = 0 \quad (4$$

$$(2x-3)^2 = 4 \quad (3$$

(6

$$3 - 4x^2 - (x+1)(2x - \sqrt{3}) = 0$$

(5

$$(4-x)^2 = (4+3x)^2$$

(8

$$x^3 + x^2 - x - 1 = 0$$

(7

$$(x+2)^2 - 3x - 6 = 0$$

(D) نعتبر التعبير التالي : $A = (2x-1)(3x-8) - 2x + 1$.

أ- انشر ووسط التعبير A . ب- عمل التعبير A .

ج- استنتج حلول المعادلة : $2x^2 - 7x + 3 = 0$.

(A) حل المعادلات التالية (X حقيقي):

$$5(2-4x) - 4 = 4 - (x-3) \quad (2$$

$$3x - 2 = 1 + 7x \quad (1$$

(4

$$\frac{5x}{2} - \frac{x-3}{4} = 5 - \frac{3x}{8}$$

(3

$$\sqrt{5}x - 1 = \sqrt{5} + 3x$$

(6

$$\sqrt{3}(x - \sqrt{2}) - 1 = -\sqrt{6} - (1 - \sqrt{3}x)$$

(5

$$\frac{x + \sqrt{2}}{5 - \sqrt{2}} = \frac{x - \sqrt{2}}{5 + \sqrt{2}}$$

$$\frac{x}{4} - \frac{x-9}{12} = \frac{x-3}{6} + \frac{5}{4} \quad (7$$

(C) x عدد حقيقي .

أ- بين أن : $2x^2 - x - 3 = (2x-3)(x+1)$.ب- استنتج حلول المعادلة : $2x^2 - 1 = x + 2$.

المسائل

1) يملك أخي ثلاثة أضعاف ما أملك ، فلو زادني من ماله خمسة دراهم لصار لدينا نفس القدر المالي . **كم يملك كل منا ؟**

2) بمناسبة حصول التلميذة سارة على أعلى معدل في مؤسستها ، قرر زملاؤها في القسم المساهمة ب 20 درهم لكل منهم لشراء هدية لها . لكن - في الأخير- تعذر على ثلاثة منهم أداء مبلغ المساهمة ، فاضطر الباقون إلى رفع قيمة مساهمة كل منهم بدرهمين .

كم عدد هؤلاء التلاميذ ؟ وما هو ثمن الهدية ؟

3) تقاسم علي وفاطمة مبلغا ماليا قدره 1540 درهم . **ما هو نصيب كل منهما ، علما أنه عندما صرف علي ثلثي حصته وصرفت فاطمة ثلاثة أخماس حصتها بقي لديهما نفس القدر المالي ؟ .**

4) قسم مبلغ 1200 درهم على عدد من الأشخاص بالتساوي . إذا علمت إنه إذا زاد عددهم بالخمس فإن حصة كل منهم تنقص بمقدار 20 درهم ، **فما هو عدد هؤلاء الأشخاص ؟ وما نصيب كل منهم ؟ .**

5) انطلقت سيارة على الساعة الثامنة من مدينة A متجهة نحو مدينة B بسرعة 80 km/h ، وفي نفس الساعة غادر راكب دراجة نارية المدينة B متجها نحو المدينة A بسرعة 36 km/h . إذا علمت أن المسافة بين A و B هي 145 km ، **ففي أية ساعة وعلى أية مسافة من المدينة A ستلتقي السيارة بالدراجة النارية ؟**

المتراجحات

(I) حل المتراجحات التالية " حيث x عدد حقيقي " ومثل حلول كل متراجحة على محور ، كلما كان ذلك ممكنا :

$7 - (3x+5) \geq 5(1+2x)$ (2)	$5x - 7 > -10 + 2x$ (1)
$2(x-2) \leq \sqrt{5}(2-x)$ (4)	$1 - \frac{3-x}{12} \leq \frac{1-5x}{4} + \frac{5x}{6}$ (3)
$\frac{1-2x}{4} + 2x \leq \frac{1+3x}{2}$ (6)	$5x - (1+3x) < \sqrt{7}(x - \sqrt{7})$ (5)
$x^2 - 2 \leq 6x - 11$ (8)	$\sqrt{3} - 2x > 2(1-x)$ (7)

(II) يقترح ناد للكراتي على منخرطيه أداء 300 درهم كواجب التأمين السنوي و 15 درهم مقابل كل حصة تدريب .
* ماهو أقصى عدد حصص التدريبات الممكن حضورها من طرف منخرط علما أنه قرر عدم تجاوز مبلغ 750 درهم ؟ .

(III) في إطار المنافسة بين شركتين للهاتف النقال ، تقترح الشركة الأولى على زبنائها أداء مبلغ 100 درهم للاشتراك إضافة إلى 4 دراهم عن كل دقيقة من المكالمات ، بينما تقترح الثانية أداء 6 دراهم عن كل دقيقة من المكالمات .
أراد شخص الاستفادة من خدمات إحدى الشركتين ، فأيهما سيختار ؟ .

حلول المعادلات

$$\frac{x + \sqrt{2}}{5 - \sqrt{2}} = \frac{x - \sqrt{2}}{5 + \sqrt{2}} \quad (5)$$

$$(5 + \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) = (5 - \sqrt{2})(x - \sqrt{2})$$

$$[(5 + \sqrt{2}) - (5 - \sqrt{2})]x = [-(5 - \sqrt{2}) - (5 + \sqrt{2})]\sqrt{2}$$

$$2\sqrt{2}x = -10\sqrt{2}$$

$$x = -5$$

إذن هذه المعادلة تقبل حلا وحيدا هو -5 .

$$\sqrt{3}(x - \sqrt{2}) - 1 = -\sqrt{6} - (1 - \sqrt{3}x) \quad (6)$$

$$\sqrt{3}.x - \sqrt{6} - 1 = -\sqrt{6} - 1 + \sqrt{3}.x$$

$$\sqrt{3}.x - \sqrt{3}.x = -\sqrt{6} - 1 + \sqrt{6} + 1$$

$$0.x = 0$$

هذه المتساوية صحيحة كيفما كان العدد الحقيقي x

إذن هذه المعادلة تقبل جميع الأعداد الحقيقية حلولا لها

$$\frac{x}{4} - \frac{x-9}{12} = \frac{x-3}{6} + \frac{5}{4} \quad (7)$$

$$\frac{3x}{12} - \frac{x+9}{12} = \frac{2(x-3)}{12} + \frac{15}{12}$$

$$3x - (x+9) = 2(x-3) + 15$$

$$0.x = 18$$

هذه المتساوية غير صحيحة كيفما كان العدد الحقيقي x

إذن هذه المعادلة ليس لها حل .

$$5(2 - 4x) - 4 = 4 - (x - 3) \quad (2)$$

$$10 - 20x - 4 = 4 - x + 3$$

$$6 - 20x = 7 - x$$

$$-20x + x = 7 - 6$$

$$-19x = 1$$

$$x = \frac{-1}{19}$$

إذن هذه المعادلة تقبل حلا وحيدا هو

$$\frac{-1}{19}$$

$$3x - 2 = 1 + 7x \quad (1)$$

$$3x - 7x = 1 + 2$$

$$-4x = 3$$

$$x = \frac{3}{-4}$$

$$x = \frac{-3}{4}$$

إذن $\frac{-3}{4}$ هو الحل الوحيد

لهذه المعادلة .

$$\frac{5x}{2} - \frac{x-3}{4} = 5 - \frac{3x}{8} \quad (4)$$

$$\frac{20x}{8} - \frac{2(x-3)}{8} = \frac{40}{8} - \frac{3x}{8}$$

$$\times \frac{8}{8} \times \frac{20x - 2(x-3)}{8} = \frac{40 - 3x}{8} \times \frac{8}{8}$$

$$20x - 2x + 6 = 40 - 3x$$

$$21x = 34$$

$$x = \frac{34}{21}$$

إذن لهذه المعادلة حل وحيد هو $\frac{34}{21}$.

$$\sqrt{5}x - 1 = \sqrt{5} + 3x \quad (3)$$

$$\sqrt{5}x - 3x = \sqrt{5} + 1$$

$$(\sqrt{5} - 3)x = \sqrt{5} + 1$$

$$x = \frac{\sqrt{5} + 1}{\sqrt{5} - 3}$$

$$x = \frac{(\sqrt{5} + 1)(\sqrt{5} + 3)}{(\sqrt{5} - 3)(\sqrt{5} + 3)}$$

$$x = -2 - \sqrt{5}$$

إذن $-2 - \sqrt{5}$ هو الحل

الوحيد لهذه المعادلة .

(B) في هذه الفقرة نعتد أساساً على التعميل وعلى القاعدة التالية :
" $a \times b = 0$ يعني : $a = 0$ أو $b = 0$ " (a و b عدنان حقيقيان)

$$(4-x)^2 = (4+3x)^2 \quad (5)$$

$$(4-x)^2 - (4+3x)^2 = 0$$

$$[(4-x) - (4+3x)][(4-x) + (4+3x)] = 0$$

$$(-4x)(8+2x) = 0$$

$$-4x = 0 \text{ أو } 8+2x = 0$$

$$x = 0 \text{ أو } x = -4$$

إذن هذه المعادلة تقبل حلين هما -4 و 0 .

$$3-4x^2 - (x+1)(2x-\sqrt{3}) = 0 \quad (6)$$

$$(\sqrt{3}-2x)(\sqrt{3}+2x) - (x+1)(2x-\sqrt{3}) = 0$$

$$(\sqrt{3}-2x)(\sqrt{3}+2x) + (x+1)(\sqrt{3}-2x) = 0$$

$$(\sqrt{3}-2x)(3x+\sqrt{3}+1) = 0$$

هذه المعادلة تقبل حلين هما $\frac{\sqrt{3}}{2}$ و $\frac{-\sqrt{3}-1}{3}$.

$$x^3 + x^2 - x - 1 = 0 \quad (8)$$

$$x^2(x+1) - (x+1) = 0$$

$$(x+1)(x^2-1) = 0$$

$$(x+1)(x+1)(x-1) = 0$$

$$x = -1 \text{ أو } x = 1$$

لهذه المعادلة حلان هما 1 و -1 .

$$(x+2)^2 - 3x - 6 = 0 \quad (7)$$

$$(x+2)^2 - 3(x+2) = 0$$

$$(x+2)(x-1) = 0$$

$$x = -2 \text{ أو } x = 1$$

لهذه المعادلة حلان هما 1 و -2 .

$$(x-1)^2 = 2x(x-1) \quad (2)$$

$$(x-1)^2 - 2x(x-1) = 0$$

$$(x-1)[(x-1) - 2x] = 0$$

$$(x-1)(-x-1) = 0$$

$$x-1 = 0 \text{ أو } -x-1 = 0$$

$$x = 1 \text{ أو } x = -1$$

إذن لهذه المعادلة حلان هما 1 و -1 .

$$4x^2 - 4\sqrt{3}x + 3 = 0 \quad (4)$$

$$(2x - \sqrt{3})^2 = 0$$

$$2x - \sqrt{3} = 0$$

$$x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

إذن $\frac{\sqrt{3}}{2}$ هو الحل الوحيد لهذه

المعادلة

$$(\sqrt{2}x - \sqrt{2})(x + \sqrt{7}) = 0 \quad (1)$$

$$\sqrt{2}x - \sqrt{2} = 0 \text{ أو } x + \sqrt{7} = 0$$

$$x = 1 \text{ أو } x = -\sqrt{7}$$

إذن هذه المعادلة تقبل حلين

هما 1 و $-\sqrt{7}$.

$$(2x-3)^2 = 4 \quad (3)$$

$$(2x-3)^2 - 4 = 0$$

$$[(2x-3)-2][(2x-3)+2] = 0$$

$$(2x-5)(2x-1) = 0$$

$$2x-5 = 0 \text{ أو } 2x-1 = 0$$

$$x = \frac{5}{2} \text{ أو } x = \frac{1}{2}$$

إذن هذه المعادلة تقبل حلين

هما $\frac{5}{2}$ و $\frac{1}{2}$.

$$. A = (2x-1)(3x-8) - 2x + 1 \quad (D)$$

أ - لننشر ونبسط : A

$$A = (2x-1)(3x-8) - 2x + 1 \\ = 6x^2 - 21x + 9$$

ب - لنعمل : A

$$A = (2x-1)(3x-8) - 2x + 1 \\ = (2x-1)(3x-8) - (2x-1) \\ = (2x-1)[(3x-8)-1] \\ = (2x-1)(3x-9)$$

ج - لنستنتج حلول المعادلة : $2x^2 - 7x + 3 = 0$

$$3(2x^2 - 7x + 3) = 0 \times 3 \quad \text{يكافئ} : 2x^2 - 7x + 3 = 0 \\ 6x^2 - 21x + 9 = 0 : "$$

$$A = 0 : " \quad (\text{السؤال - أ})$$

$$(2x-1)(3x-9) = 0 : " \quad (\text{السؤال - ب})$$

$$. x = \frac{1}{2} \quad \text{أو} \quad x = 3 : "$$

إذن هذه المعادلة تقبل حلين هما : 3 و $\frac{1}{2}$.

(C) X عدد حقيقي .

$$أ - لنبين أن : $2x^2 - x - 3 = (2x-3)(x+1)$:$$

$$* (2x-3)(x+1) = 2x^2 + 2x - 3x - 3 \\ = 2x^2 - x - 3$$

$$. \boxed{2x^2 - x - 3 = (2x-3)(x+1)} \quad \text{إذن} :$$

ب - لنستنتج حلول المعادلة : $2x^2 - 1 = x + 2$:

$$2x^2 - 1 = x + 2 \quad \text{يكافئ} : 2x^2 - x - 3 = 0$$

$$" : (2x-3)(x+1) = 0 \quad (\text{حسب السؤال - أ})$$

$$. x = \frac{3}{2} \quad \text{أو} \quad x = -1 : "$$

إذن للمعادلة حلان وهما : -1 و $\frac{3}{2}$.

حلول المسائل

1) ليكن x هو المبلغ الذي أملكه ، إذن $3x$ هو المبلغ الذي يملكه أخي .

ومنه : $3x - 5 = x + 5$ أي : $x = 5$.
وبالتالي أملك **5 دراهم** ويملك أخي **15 درهما** .

2) نعتبر x هو عدد هؤلاء التلاميذ ،

إذن $20x$ هو **ثمن الهدية (*)**

عندما اعتذر **3** منهم عن المساهمة أصبح عدد المساهمين $x - 3$ ومبلغ المساهمة **22** درهم لكل منهم ،

إذن $(x - 3) \cdot 22$ هو **ثمن الهدية (**)**

من (*) و (**): نستنتج أن : $22(x - 3) = 20x$

وبعد حل هذه المعادلة نجد أن : $x = 33$

وبالتالي فإن : عدد هؤلاء التلاميذ هو **33 تلميذا** .

و**ثمن الهدية هو 660 درهما** .

3) نعتبر x هو نصيب علي

إذن نصيب فاطمة هو : $1540 - x$

عندما صرف علي **ثلاثي حصته أي** $\frac{2}{3}x$ ؛ بقي لديه $\frac{1}{3}x$.

و عندما صرفت فاطمة **ثلاثة أخماس** حصتها ، أي $\frac{3}{5}(1540 - x)$

بقي لديها $\frac{2}{5}(1540 - x)$

ومنه : $\frac{2}{5}(1540 - x) = \frac{1}{3}x$

وبعد حل هذه المعادلة سنجد أن : $x = 840$

أي أن : نصيب علي هو : **840 درهما**

ونصيب فاطمة هو : **700 درهم** .

4) نعتبر n عدد هؤلاء الأشخاص ، إذن حصة كل واحد منهم هي : $\frac{1200}{n}$

إذا زاد عددهم **بالخمس** أي أصبح $\frac{6n}{5}$ ، **نقصت حصة كل واحد منهم**

ب 20 أي أصبحت هي : $\frac{1200}{n} - 20$

نستنتج أن : $\frac{6n}{5} \times \left(\frac{1200}{n} - 20 \right) = 1200$

وبعد حل هذه المعادلة نجد أن : $n = 10$

إذن : عدد هؤلاء الأشخاص هو **10**

وحصة كل واحد منهم هي : **120 درهما** .



" ليس الفتى من يقول كان أبي
ولكن الفتى من يقول هاأنذا "

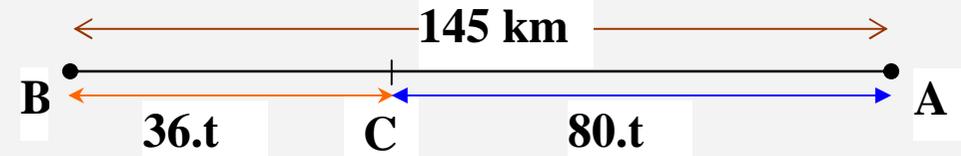
AMMI MOHAMMED COLLEGE
AHMED ELHANSALI AZILAL

5) نرسم t للمدة التي استغرقتها كل من السيارة والدراجة النارية قبل التقائهما .

ولتكن C هي نقطة التقائهما .

نعلم أن : $d = v.t$ (المسافة : d ؛ السرعة : v ؛ المدة : t)

إذن : $AC = 80.t$ و $BC = 36.t$ (انظر الشكل)



بما أن : $AC + BC = AB$.

فإن : $80.t + 36.t = 145$

ومنه : $t = 1,25$ أي : $t = 1h15mn$

إذن : المدة التي استغرقتها كل من السيارة والدراجة النارية قبل التقائهما هي : ساعة واحدة و 15 دقيقة .

وبالتالي : فإن ساعة التقاء السيارة بالدراجة النارية هي :
التاسعة و 15 دقيقة .

وعلى مسافة من المدينة A هي : $80km.h^{-1} \times 1,25h$ وهي : $100 km$.

الأجوبة

(2)

لدينا: $7 - (3x+5) \geq 5(1+2x)$

يعني: $7-3x-5 \geq 5+10x$

:" $-3x-10x \geq 5-2$

:" $-13x \geq 3$

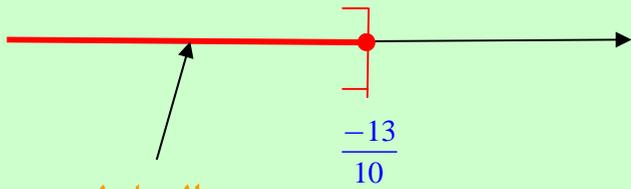
:" $x \leq \frac{3}{-13}$

:" $x \leq \frac{-13}{10}$

إذن جميع الأعداد الحقيقية الأصغر

من أو تساوي $\frac{-13}{10}$ هي حلول هذه

المتراجحة .



الحلول

(4) لدينا: $2(x-2) \leq \sqrt{5}(2-x)$

يكافئ: $2x-4 \leq 2\sqrt{5}-\sqrt{5}x$

:" $(2+\sqrt{5})x \leq 2\sqrt{5}+4$

:" $x \leq \frac{2\sqrt{5}+4}{2+\sqrt{5}}$

:" $x \leq 2$

(1) لدينا: $5x - 7 > -10 + 2x$

يعني: $5x - 2x > -10+7$

:" $3x > 3$

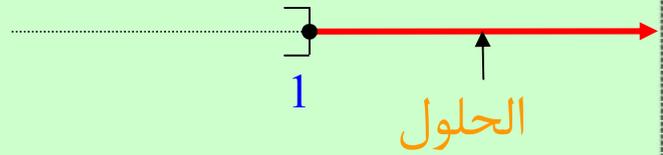
:" $x > \frac{3}{3}$

:" $x > 1$

إذن حلول هذه المتراجحة هي كل

الأعداد الحقيقية الأكبر قطعا من 1 .

تمثيل هذه الحلول على محور:



(3) لدينا: $1 - \frac{3-x}{12} \geq \frac{1-5x}{4} + \frac{5x}{6}$

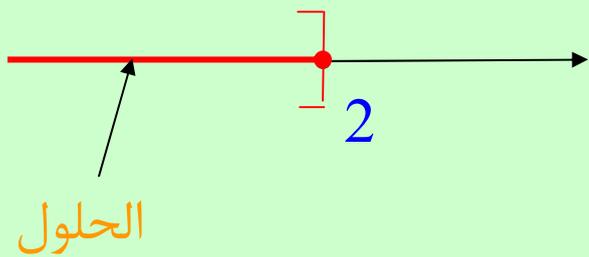
يكافئ:

$\frac{12}{12} - \frac{3-x}{12} \geq \frac{3(1-5x)}{12} + \frac{10x}{12}$

:" $12 - (3-x) \geq 3(1-5x) + 5x$

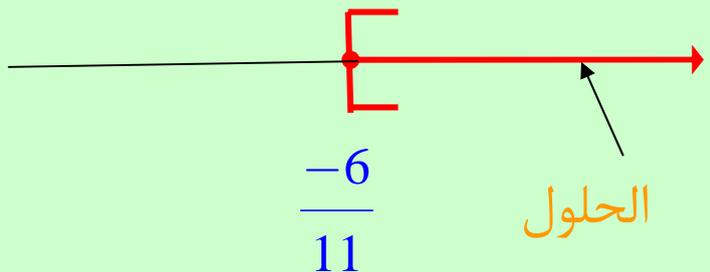
:" $11x \geq -6$

كل الأعداد الحقيقية الأصغر من أو تساوي 2 حلول لهذه المتراجحة .



$$x \geq \frac{-6}{11} :$$

كل عدد حقيقي أكبر من أو يساوي $\frac{-6}{11}$ حل لهذه المتراجحة .



(6)

$$\frac{1-2x}{4} + 2x \leq \frac{1+3x}{2} \quad \text{لدينا :}$$

$$\frac{1-2x}{A} + \frac{8x}{A} \leq \frac{2(1+3x)}{A} \quad \text{يعني:}$$

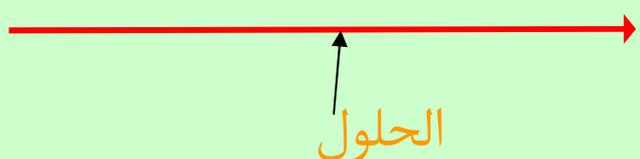
$$1 + 6x \leq 2 + 6x \quad \text{:"}$$

$$0.x \leq 1 \quad \text{:"}$$

هذه المتفاوتة صحيحة لكل عدد حقيقي x .

إذن : حلول هذه المتراجحة هي جميع الأعداد الحقيقية .

وهي ممثلة بالمحور ككل :



(5)

لدينا:

$$5x - (1 + 3x) < \sqrt{7} (x - \sqrt{7})$$

$$2x - 1 < \sqrt{7}.x - 7 \quad \text{يعني:}$$

عدد سالب لأن:

$$2 < \sqrt{7}$$

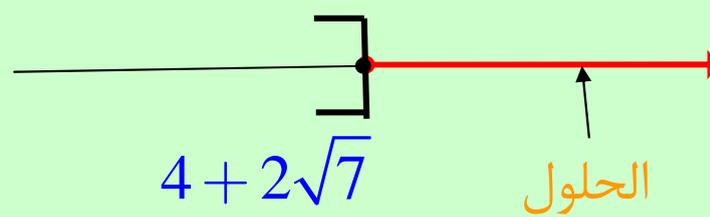
$$(2 - \sqrt{7})x < -6 \quad \text{:"}$$

$$x > \frac{-6}{2 - \sqrt{7}} \quad \text{:"}$$

$$x > 4 + 2\sqrt{7} \quad \text{:"}$$

إذن كل عدد حقيقي أكبر قطعاً من

$4 + 2\sqrt{7}$ حل للمتراجحة المقترحة .



$$x^2 - 2 \leq 6x - 11 \quad (8) \text{ لدينا :}$$

$$x^2 - 6x + 9 \leq 0 \quad \text{يعني :}$$

$$(x-3)^2 \leq 0 \quad \text{ : "}$$

$$(x-3)^2 \geq 0 \quad \text{ونعلم أن :}$$

$$(x-3)^2 = 0 \quad \text{ : إذن :}$$

$$x-3=0 \quad \text{ : يعني :}$$

$$x=3 \quad \text{ : "}$$

إذن: لهذه المتراجحة **حل وحيد** وهو **3**

3



الحل الوحيد للمتراجحة

$$\sqrt{3} - 2x > 2(1-x) \quad (7) \text{ لدينا :}$$

$$-2x + 2x > 2 - \sqrt{3} \quad \text{يكافئ :}$$

$$0 \cdot x > 2 - \sqrt{3} \quad \text{ : "}$$

هذه المتفاوتة غير صحيحة مهما كان

العدد الحقيقي x ، لأن :

$$2 - \sqrt{3} > 0$$

وبالتالي : فالمتراجحة المقترحة

ليس لها حل

(II) نعتبر x هو عدد حصص التداريب التي حضرها هذا المنخرط .

إذن : المبلغ الواجب أدائه مقابل هذه الحصص هو : $300 + 15x$.

لكي لا يتجاوز هذا المنخرط مبلغ 750 درهم

$$300 + 15x \leq 750 \quad \text{ : يجب أن يكون :}$$

$$15x \leq 450 \quad \text{ : يعني :}$$

$$x \leq 30 \quad \text{ : "}$$

* إذن: أقصى عدد حصص التداريب الممكن حضورها من طرف منخرط علما أنه

قرر عدم تجاوز مبلغ 750 درهم هو **30 حصة** .

(III) ليكن x عدد دقائق المكالمات .

مقابل هذا العدد من الساعات ، المبلغ الواجب أدائه هو :

$4x + 100$ للشركة الأولى و $6x$ للشركة الثانية .

* تكون الشركة الأولى أفضل من الثانية إذا كان : $4x + 100 < 6x$

يعني : $-2x < -100$

: " $x > \frac{-100}{-2}$

: " $x > 50$

سيختار هذا الشخص الشركة الأولى إذا كان ينوي التكلم أكثر من 50 دقيقة
و سيختار الشركة الثانية إذا كان ينوي التكلم أقل من 50 دقيقة ، بينما إذا كان
عدد ساعات المكالمات بالضبط هو 50 دقيقة فإن الشركتين متكافئتان .

AMMI MOHAMMED

C . AHMED ELHANSALI

AZILAL

والله الموفق