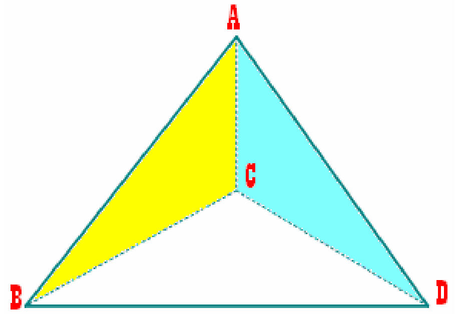
تمارين للبحث

تمرين 1

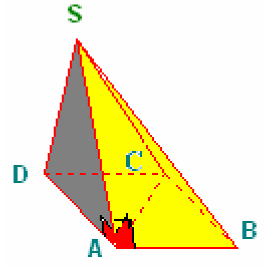


أنظر الشكل.

ABCD رباعي الأوجه ؛جميع وجوهه مثلثات متساوية الأضلاع.

هل المستقيمان (AC) و (BD) متعامدان؛ علل جوابك ؟

تمرين 2



أنظر الشكل جانبه

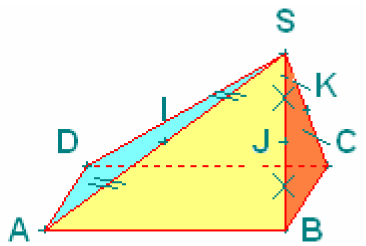
SABCD هرما قاعدته متوازي الأضلاع ABCD

حيث: $(AC) \perp (AB)$ و (SA) عمودي على المستوى $(ABCD)$.

1) بين أن: (CD) عمودي على المستوى (SAC)

2) استنتج أن: $(SC) \perp (CD)$.

تمرين 3



أنظر الشكل جانبه

SABCD هرما قاعدته متوازي الأضلاع ABCD.

لتكن I و J و k منتصفات القطع [SA] و[SB] و[SC] على التوالي.(أنظر الشكل).

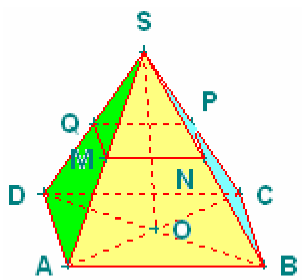
(1 بين أن المستقيمين (IJ) و (DC) متوازيان.

(2 أ ـ بين أن المستقيم (DC) ضمن المستوى (CIJ).

ب ـ حدد تقاطع المستويين (ABCD) و(CIJ).

ج ـ حدد تقاطع المستويين (CIJ) و (SAD).

تمرين 4



أنظر الشكل جانبه

SABCD هرما منتظما قاعدته مربع ABCD مركزه O بحيث :

$BC = 12cm$ و $SO = 20cm$.

النقط M؛N؛P؛Qهي على التوالي منتصفات القطع [SA] ؛ [SB] ؛[SC]؛[SD].

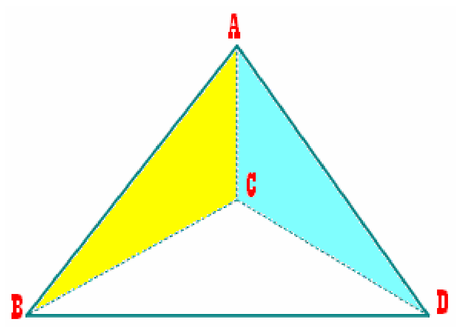
1) أحسب MN .

2) إذا علمت أن الهرم SMNPQ هو تصغير للهرم SABCD فحدد:

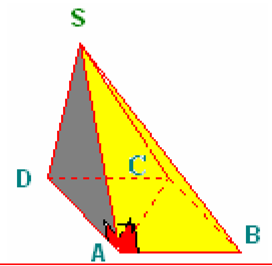
أ ـ نسبة هذا التصغير.

ب - حجم الهرم SMNPQ.

تصحيح تـمرين 1

ABCD رباعي الأوجه؛جميع وجوهه مثلثات متساويّة الأضلاع إذن: $AC = AD$ و $AB = AC$ أي : $AB = AD$ ومنه : A من واسط [BD]. ① (ح ؛ خ؛ مم لواسط قطعة) أيضا: $BC = CD$ إذن : C من واسط [BD]. ② (ح ؛ خ؛ مم لواسط قطعة) من ① و ② نستنتج : (AC) واسط [BD] ($A \neq C$) ومنه: $(BD) \perp (AC)$. (ح تعريف واسط قطعة)	

تصحيح تـمرين 2

1) نبين أن: $(SAC) \perp (CD)$. * لدينا: (ABCD) متوازي الأضلاع و $(AC) \perp (AB)$. (ح ـ مع) إذن: $(CD) \parallel (AB)$ و $(AC) \perp (AB)$ والتالي: $(CD) \perp (AC)$. ① * لدينا $(ABCD) \perp (SA)$ و (CD) ضمن المستوى (ABCD) (ح؛مع) إذن: $(CD) \perp (SA)$ ②؛ (ح ـ خ : 1) بما أن: (SA) و (AC) من المستوى (SAC) من ① و ② نستنتج أن: $(CD) \perp (SAC)$	2) استنتج أن: $(SC) \perp (CD)$ * لدينا: $(CD) \perp (SAC)$ و (SC) ضمن (SAC) إذن: $(SC) \perp (CD)$. (ح ـ خ : 1) 

تصحيح تـمرين 3

1) نبين أن: المستقيمان (IJ) و (DC) متوازيان.

❁ (طريقة 1) باستعمال خاصية طاليس المباشرة

❖ في المثلث SAB .

¤ لدينا: $\frac{SI}{SA}=\frac{SI}{2SI}=\frac{1}{2}$ و $\frac{SJ}{SB}=\frac{SJ}{2SJ}=\frac{1}{2}$

(لأن I وJ منتصفي[SA]و[SB]على التوالي
ح؛معطيات)

إذن: $\frac{SI}{SA}=\frac{SJ}{SB}=\frac{1}{2}$

ومنه: (IJ) و(AB) متوازيان.(ح ؛ خ ؛ طاليس؛م)

❁(طريقة 2) باستعمال المستقيمات الموازية لأضلاع مثلث

❖ في المثلث SAB .

¤ لدينا:I و J منتصفي[SA] و[SB](على التوالي)

إذن: (IJ) و (AB) متوازيان (ح؛ خ المثلث)

¤ بماأن: (AB) و(DC) متوازيان.

(لأن ABCD متوازي أضلاع؛ح ؛ معطيات)

إذن:(IJ) و(DC) متوازيان قطعا.

2) أ ــ نبين أن المستقيم(DC) ضمن المستوى(CIJ).

¤ لدينا: (IJ) و(DC) متوازيان قطعا.(ح؛س 1)

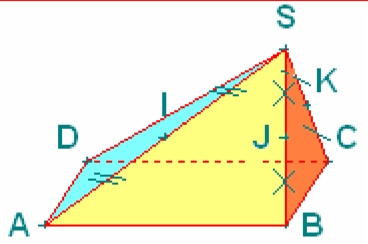
إذن : النقط I و J وC و D مستوائية.

ومنه : (DC) ضمن المستوى (CIJ)

ب ــ تحديد تقاطع المستويين (ABCD) و(CIJ).

¤ لدينا:
(CD) ضمن المستوى(CIJ).(ح؛س.2 أ.)
(CD) ضمن المستوى(ABCD).

إذن: (CD) ضمن المستويين (CIJ) و (ABCD).



¤ بما أن: A من المستوى(ABCD)ولا تنتمي لـ(CIJ)

إذن: المستويين (CIJ) و (ABCD) مختلفان.

ومنه: تقاطع المستويين (CIJ) و (ABCD) هو(CD)

ج ــ حدد تقاطع المستويين (CIJ) و (SAD).

¤ لدينا:
I منتصف [SA] (ح ؛ م).
[SA] ضمن المستوى (SAD).

إذن: I من المستوى (SAD).

و منه : (DI) من المستوى(SAD). ①

¤ بما أن: (DC) ضمن المستوى (CIJ). (ح؛س2 أ)

إذن: (DI) ضمن المستوى (CIJ) ②

من ① و ② نستنتج أن :

(DI) ضمن المستويين (SAD) و (CIJ).

¤ بما أن: (SAD) و (CIJ)مختلفين.

(لأن A من(SAD) ولا تنتمي إلى المستوى(CIJ))

إذن: (DI) هو تقاطع المستويين (SAD) و (CIJ)

تصحيح تـمرين 4

1) نحسب MN .

✱ نبين أن: (MN) // (AB).

في المثلث SAB:

¤ لدينا: M و N منتصفي [SA] و [SB] على التوالي

إذن:

$$\begin{cases} \frac{SM}{SA} = \frac{SM}{2SM} = \frac{1}{2} \\ \frac{SN}{SB} = \frac{SN}{2SN} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

ومنه: $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{1}{2}$.

¤ بما أن: M و N من [SA] و [SB] على التوالي.

إذن: (MN) // (AB). (ح؛خ؛طاليس ؛ع)

بين هذا باستعمال: المستقيمات الموازية لأضلاع مثلث.

في المثلث SAB .

لدينا: (MN) // (AB) و M و P من [SA] و [SB]

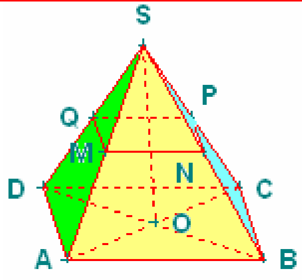
على التوالي.

إذن: $\frac{SM}{SA} = \frac{MN}{AB} = \frac{1}{2}$. (ح؛خ؛طاليس ؛م)

أي: $\frac{MN}{AB} = \frac{1}{2}$

إذن: $MN = \frac{AB}{2} = \frac{12}{6} = 2$.

(AB=BC=12cm ؛ لأن ABCD مربع؛معطيات)



2 ـ الهرم SMNPQ هو تصغير للهرم SABCD.

أ ـ تحديد نسبة هذا التصغير.

¤ لدينا: $\frac{1}{2} = \frac{MN}{AB}$ (من خلال ماسبق)

إذن نسبة التصغير هي $\frac{1}{2}$.

ب ـ تحديد حجم الهرم SMNPQ.

ليكن V' و V حجم الهرم SMNPQ والهرم SABCD على التوالي

إذن: $V'=\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{3}\right)V$

أي: $V'=\left(\frac{1}{2}\right)^3 \frac{1}{3} AB^2 \times SO$

(لأن $V=\frac{1}{3} AB^2 \times SO$)

¤ بماأن: $SO = 20cm$ و $BC = 12cm$.

إذن: $V'=120cm^3$