ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ ⴷ ⵓⵙⵎⵓⵜⴳ ⴰⵣⵣⴰⵡⴰⵏ	المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني	تمارين
	الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين جهة الدار البيضاء الكبرى نيابة المحمدية	الهندسة الفضائية المستوى : الثالثة ثانوي إعدادي من إعداد الأستاذ : المهدي عنيس

❀ تمرين ①:

نعتبر الشكل جانبه بحيث :

$SABCD$ هرم قاعدته متوازي الأضلاع $ABCD$

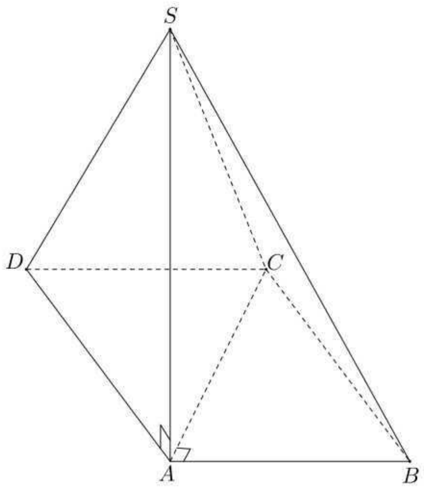
بحيث : $(AC)\perp(AB)$ و ارتفاعه $[SA]$.

$SA = 5\ cm$ و $SC = 7\ cm$.

1) – أثبت أن المثلث SAC قائم الزاوية.

2) – أحسب : AC.

3) – أثبت أن : $(SAC)\perp(CD)$.



❀ تمرين ②:

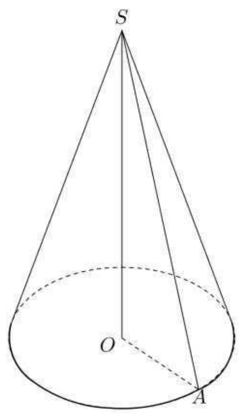
نعتبر المخروط الدوراني جانبه ارتفاعه $[SO]$ بحيث :

$OA = 6\ cm$ و $SO = 8\ cm$.

1) – أحسب مساحته الجانبية S_L.

2) – أحسب حجمه V.

3) – أحسب : $\cos S\hat{A}O$.



❀ تمرين ③:

$SABC$ هرم ارتفاعه $[SB]$ و قاعدته المثلث ABC القائم الزاوية

في B بحيث : $BC = 3\ cm$ و $AB = 4\ cm$

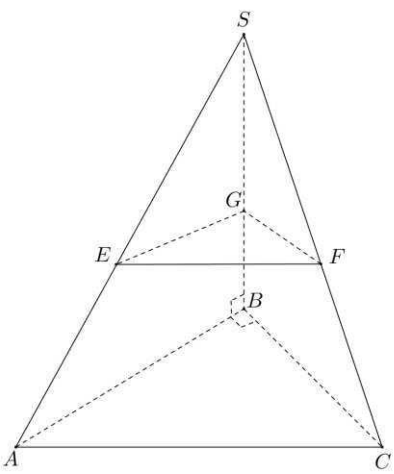
و $SE = 4\ cm$ و $SA = 8\ cm$ و $SB = 10\ cm$. (أنظر الشكل

نقطع هذا الهرم بمستوى (EFG) مواز للمستوى (ABC).

نعتبر الهرم $SEFG$ تصغيرا للهرم $SABC$.

1) – أثبت أن : نسبة التصغير هي $\frac{1}{2}$.

2) – أحسب : EG.



3) –أ) -- بين أن مساحة المثلث ABC هي $S_{ABC} = 6\ cm^2$.

ب) -- إستنتج S_{EFG} مساحة المثلث EFG .

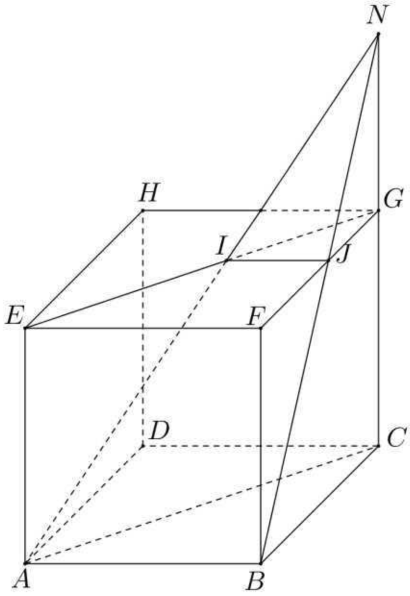
4) –أ) -- بين أن حجم الهرم $SABC$ هو : $V = 20\ cm^3$.

ب) -- أحسب V' حجم الهرم $SEFG$.

❀ تمرين ④ :

$ABCDEFGH$ مكعب بحيث : $AB = 9cm$ و $NC = 6cm$.

لتكن N نقطة من نصف المستقيم $[CG)$. (أنظر الشكـل)



1) –أ) -- بين أن المستقيم (CN) عمودي على المستوى (ABC) .

ب) -- بين أن حجم الهرم $NABC$ هو $V = 81\ cm^3$.

2) –لتكن I نقطة تقاطع المستقيمين (AN) و (EG) .

و J نقطة تقاطع المستقيمين (NB) و (FG) .

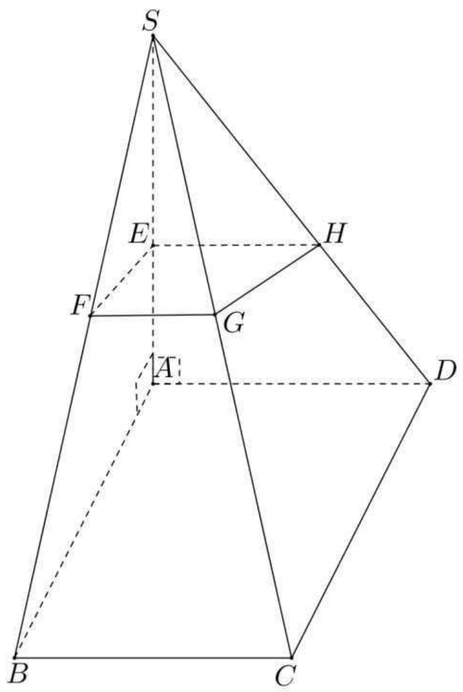
أ) -- الهرم $NIJG$ تصغير للهرم $NABC$ بحيث :

حجمه $V' = 3\ cm^3$.

تحقق أن نسبة هذا التصغير هي $\frac{1}{3}$.

ب) -- أحسب S_{IJG} مساحة المثلث IJG .

❀ تمرين ⑤ :



نعتبر هرما $SABCD$ إرتفاعه $[SA]$ و قاعدته

مستطيل $ABCD$ بحيث :

$AB = 4\ cm$ و $AD = 3\ cm$ و $SA = 5\ cm$.

1) –أحسب V حجم الهرم $SABCD$.

2) –بين أن : $(AC) \perp (SA)$.

3) –بين أن : $SC = 5\sqrt{2}\ cm$.

4) –قمنا بتصغير الهرم $SABCD$ فحصلنا على الهرم $SEFGH$

الذي مساحة قاعدته $EFGH$ تساوي $3\ cm^2$.

(أنظر الشكـل) .

أ) -- حدد نسبة هذا التصغير .

ب) -- إستنتج المسافة SG .

ج) -- أحسب : CG .

المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين جهة الدار البيضاء الكبرى نيابة المحمدية	حلول التمارين الهندسة الفضائية المستوى : الثالثة ثانوي إعدادي من إعداد الأستاذ : المهدي عنيس	

تمرين ① :

1) – لنثبت أن المثلث SAC قائم الزاوية.

لدينا : $[SA]$ إرتفاع الهرم $SABCD$.

إذن : (ZA) عمودي على المستوى $(ABCD)$ في النقطة A .

و بما أن : (AC) ضمن المستوى $(ABCD)$ فإن : (SA) عمودي على (AC) في النقطة C .

و بالتالي فإن المثلث SAC قائم الزاوية في A .

2) – حساب AC :

لدينا SAC مثلث قائم الزاوية في A ، و حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة فإن : $SC^2 = AS^2 + AC^2$

أي : $7^2 = 5^2 + AC^2$

$49 = 25 + AC^2$

و منه فإن : $AC^2 = 49 - 25$ أي $AC^2 = 24$

و بما أن : $AC > 0$ فإن : $AC = \sqrt{24}\ cm$ أي $\boxed{AC = 2\sqrt{6}\ cm}$.

3) – لنثبت أن : $(SAC) \perp (CD)$.

نعلم أن : $ABCD$ متوازي الأضلاع .

إذن : $(CD)\ //\ (AB)$.

و بما أن : $(AB) \perp (AC)$ (من خلال الشكل) فإن : $(CD) \perp (AC)$.

و نعلم أن : $(ABCD) \perp (SA)$ ، و بما أن : (CD) ضمن المستوى $(ABCD)$ فإن : $(CD) \perp (SA)$.

لدينا إذن : و $\left.\begin{matrix}(CD) \perp (AC)\\ (CD) \perp (SA)\end{matrix}\right\}$ و بما أن : (SA) و (AC) ضمن المستوى (SAC) فإن : $(SAC) \perp (CD)$.

تمرين ② :

1) – لنحسب المساحة الجانبية S_L :

لدينا : $S_L = \pi \times r \times SA$ أي : $S_L = \pi \times 6 \times SA$.

لنحسب : SA .

لدينا $[SO]$ إرتفاع المخروط الدوراني . إذن : $(SO) \perp (OA)$

و منه فإن المثلث SOA قائم الزاوية في O .

و حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة فإن : $SA^2 = OA^2 + OS^2$

أي :

$$SA^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$$

و بما أن : $SA > 0$ فإن : $SA = \sqrt{100}\ cm$ ، أي : $SA = 10\ cm$.

و منه فإن : $S_L = \pi \times 6 \times 10$ و بالتالي فإن : $\boxed{S_L = 60\,\pi\ \ cm^2}$.

2) – حساب V:

لدينا : $V = \frac{1}{3} \times SO \times \pi \times OA^2$ ، أي : $V = \frac{1}{3} \times 8 \times \pi \times 6^2$

و منه فإن : $V = \frac{1}{3} \times 8 \times \pi \times 36$ و بالتالي فإن : $\boxed{V = 96\pi\ cm^3}$.

3) – حساب $\cos S\hat{A}O$:

لدينا : SOA مثلث قائم الزاوية في A .

إذن : $\cos S\hat{A}O = \frac{OA}{SA}$ ، أي : $\cos S\hat{A}O = \frac{6}{10}$ و بالتالي فإن : $\boxed{\cos S\hat{A}O\ = 0,6}$.

ز مهم

تمرين ③ :

1) – لنثبت أن نسبة التصغير هي $\frac{1}{2}$:

لدينا : الهرم $SEFG$ هو تصغير للهرم $SABC$.

لتكن k نسبة هذا التصغير.

إذن : $SE = k\ SA$ ، أي : $4 = k \times 8$ و منه : $k = \frac{4}{8}$ و بالتالي فإن : $\boxed{k = \frac{1}{2}}$.

إذن : نسبة التصغير هي : $\frac{1}{2}$.

2) – لنحسب EG :

لدينا : $(ABC) \mathbin{//} (EFG)$ ، إذن : $(AB) \mathbin{//} (EG)$.

نعتبر المثلث : SAB .

لدينا : $\left.\begin{matrix} E \in (SA) \\ G \in (SB) \end{matrix}\right\}$ و و بما أن : $(AB) \mathbin{//} (EG)$ ، فإن حسب خاصية طاليس المباشرة :

$$\frac{SE}{SA} = \frac{SG}{SB} = \frac{EG}{AB}$$

و منه فإن : $\frac{SE}{SA} = \frac{EG}{AB}$ ، أي : $\frac{1}{2} = \frac{EG}{4}$ يعني أن : $EG = \frac{4 \times 1}{2}$.

إذن : $\boxed{EG = 2\ cm}$

3) –أ) -- لنبين أن مساحة المثلث ABC هي : $S_{ABC}=6\,cm^2$.

لدينا من خلال الشكـل المثلث ABC قائم الزاوية في B .

إذن : $S_{ABC}=\dfrac{AB\times BC}{2}$ ، أي : $S_{ABC}=\dfrac{4\times 3}{2}=\dfrac{12}{2}=6\,cm^2$ ، إذن : $\boxed{S_{ABC}=6\,cm^2}$.

ب) -- لنستنتج S_{EFG} مساحة المثلث EFG .

بما أن الهرم $SEFG$ هو تصغير للهرم $SABC$ بنسبة $\dfrac{1}{2}$ فإن : $S_{EFG}=\left(\dfrac{1}{2}\right)^2\times S_{ABC}$

أي : $S_{EFG}=\dfrac{1}{4}\times 6$ و بالتالي فإن : $\boxed{S_{EFG}=1,5\,cm^2}$.

4) –أ) -- لنبين أن حجم الهرم $SABC$ هو : $V=20\,cm^3$.

لدينا : $V=\dfrac{1}{3}\times S_{ABC}\times SB$ أي : $V=\dfrac{1}{3}\times 6\times 10$ و منه فإن : $V=\dfrac{60}{3}=20\,cm^3$.

إذن : $\boxed{V=20\,cm^2}$.

ب) -- لنحسب V' حجم الهرم $SEFG$.

بما أن الهرم $SEFG$ هو تصغير للهرم $SABC$ بنسبة $\dfrac{1}{2}$ فإن : $V'=\left(\dfrac{1}{2}\right)^3\times V$

أي : $V'=\dfrac{1}{8}\times 20$ و بالتالي فإن : $\boxed{V'=2,5\,cm^3}$.

تمرين ④ :

1) –أ) -- لنبين أن المستقيم (CN) عمودي على المستوى (ABC) :

لدينا : $CDHG$ مربع ، إذن : $(DC)\perp(CG)$ ، و منه فإن : $(DC)\perp(CN)$.

و لدينا : $BCGE$ مربع ، إذن : $(BC)\perp(GC)$ ، و منه فإن : $(BC)\perp(CN)$.

و بما أن : (BC) و (DC) ضمن المستوى (ABC) فإن : $\boxed{(ABC)\perp(CN)}$.

ب) -- لنبين أن حجم الهرم $NABC$ هو : $V=81\,cm^3$.

لدينا : $V=\dfrac{1}{3}\times S_{ABC}\times NC$ أي : $V=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{AB\times BC}{2}\times NC$ و منه فإن : $V=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{9\times 9}{2}\times 6$

إذن : $V=\dfrac{81\times 6}{6}$ و بالتالي فإن : $\boxed{V=81\,cm^3}$.

2) –أ) -- لنتحقق من أن نسبة التصغير هي : $\dfrac{1}{3}$

لدينا الهرم $NIJG$ تصغير للهرم $NABC$. لتكن k نسبة هذا التصغير.

إذن : $V'=k^3V$ ، أي : $3=k^3\times 81$ و منه فإن : $k^3=\dfrac{3}{81}=\dfrac{1}{27}$ ، يعني أن : $k^3=\left(\dfrac{1}{3}\right)^3$

و بالتالي فإن : $\boxed{k=\dfrac{1}{3}}$.

إذن : نسبة التصغير هي : $\dfrac{1}{3}$.

ب) - - حساب S_{IJG} مساحة المثلث IJG :

نعلم أن الهرم $NIJG$ تصغير للهرم $NABC$ بنسبة $\frac{1}{3}$.

إذن : $S_{IJG}=\left(\frac{1}{2}\right)^2\times S_{ABC}$ ، و منه فإن : $S_{IJG}=\frac{1}{9}\times\frac{AB\times AC}{2}$

أي : $S_{IJG}=\frac{1}{9}\times\frac{9\times 9}{2}$ و منه فإن : $S_{IJG}=\frac{9}{2}$ و بالتالي فإن : $\boxed{S_{IJG}=4,5\,cm^2}$.

❀ تمرين ⑤ :

1) – حساب V حجم الهرم $SABCD$.

لدينا : $V=\frac{1}{3}\times S_{ABCD}\times SA$ ، إذن : $V=\frac{1}{3}\times AB\times AD\times SA$ ، أي : $V=\frac{1}{3}\times 4\times 3\times 5$

و بالتالي فإن : $\boxed{V=20\,cm^3}$.

2) – لنبين أن : $(AC)\perp(SA)$:

لدينا : $\overrightarrow{SA}$ ارتفاع الهرم $SABCD$.

إذن : $(ABCD)\perp(SA)$.

و بما أن : (AC) ضمن المستوى $(ABCD)$ فإن : $\boxed{(SA)\perp(AC)}$.

3) – لنبين أن : $SC=5\sqrt{2}\,cm$.

نعلم أن $(SA)\perp(AC)$.

إذن المثلث SAC قائم الزاوية في A ، و حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة فإن : $SC^2=AS^2+AC^2$

أي : $SC^2=5^2+AC^2$

*/ لنحسب AC :

لدينا : $ABCD$ مستطيل ، إذن : ABC مثلث قائم الزاوية في B .

و حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة فإن : $AC^2=AB^2+BC^2$ ، أي : $AC^2=4^2+3^2$

و منه فإن : $AC^2=25$ ، و بما أن $AC>0$ فإن : $AC=\sqrt{25}\,cm$ ، أي : $\boxed{AC=5\,cm}$.

و منه فإن : $SC^2=5^2+5^2$ ، أي : $SC^2=50$ ، و بما أن : $SC>0$ فإن : $SC=\sqrt{50}\,cm$

و بالتالي فإن : $SC=5\sqrt{2}\,cm$.

4) – أ) -- لنحدد نسبة التصغير :

لدينا : الهرم $SEFGH$ تصغير للهرم $SABCD$. لتكن k نسبة هذا التصغير.

إذن : $S_{EFGH}=k^2\times S_{ABCD}$ ، ومنه : $3=k^2\times AB\times AD$ ، أي : $3=k^2\times 4\times 3$

إذن : $3=12\,k^2$ و منه ، فإن : $k^2=\frac{3}{12}$ ، أي : $k^2=\frac{1}{4}$

و بما أن $k>0$ فإن : $\boxed{k=\frac{1}{2}}$.

إذن نسبة هذا التصغير هي : $\frac{1}{2}$.

ب) -- لنستنتج حساب SG :

نعلم أن : : الهرم $SEFGH$ تصغير للهرم $SABCD$ بنسبة $\frac{1}{2}$.

إذن : $SG = \frac{1}{2} \times SC$ ، أي : $SG = \frac{1}{2} \times 5\sqrt{2}$ ، و بالتالي فإن : $\boxed{SG = \frac{5\sqrt{2}}{2}\ cm}$.

د) -- حساب CG :

لدينا : $CG = SC - SG$ ، أي : $CG = 5\sqrt{2} - \frac{5\sqrt{2}}{2}$

و منه فإن : $CG = \frac{10\sqrt{2}}{2} - \frac{5\sqrt{2}}{2}$ ، و بالتالي فإن : $\boxed{CG = \frac{5\sqrt{2}}{2}\ cm}$.