الدرس السابع عشر

الهندسة الفضائية

ملخـــــــــــــــــص الـــــــــــــــدرس

يكون مستقيم عمودي على مستوى إذا كان عموديا علىمستقيمين متقاطعين ضمن هذا المستوى

استنتاج : إذا كان مستقيم عمودي على مستوى فهو عمودي على جميع المستقيمات الموجودة ضمن هذا المستوى.

خاصية 2 :

نقول عن مستويين أنهما متعامدان في الفضاء إذا تضمن أحدهما مستقيما عمودي على آخر

حساب الحجوم :

1- حجم متوازي المستطيلات القائم : $V = L \times I \times h$

(I و L و h هي أبعاد متوازي المستطيلات)

2- حجم المكعب : $V = a^3$ (a حرف المكعب)

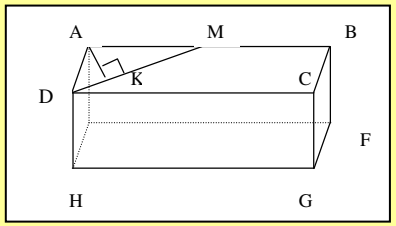
3- حجم الهرم المنتظم : $V = \frac{1}{3} B \times h$ (B مساحة القاعدة)

4- حجم الموشور القائم : $V = B \times h$ (B مساحة القاعدة و h الإرتفاع)

التمارين :

التمرين الأول :

ABCDEFGH متوازي المستطيلات قائم حيث :



$AB = 8$ و $DA = 3$ و $DH = 5$

1- بين أن $(DH) \perp (ABC)$

ثم استنتج أن $(DH) \perp (DB)$

2- أحسب DB ثم BH

3- لتكن M منتصف [AB] و K المسقط العمودي للنقطة A على(DM)

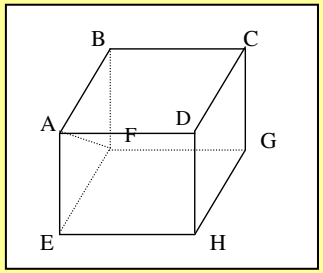
بين أن $DM = 5$ و أحسب KA

4- بين أن المثلث DHM قائم الزاوية و متساوي الساقين رأسه D . ثم أحسب MH

5- لتكن N منتصف [BE] برهن أن $(MN) \perp (FGH)$

التمرين الثاني :

ABCDEFGH متوازي المستطيلات القائم .



1- بين أن $(AD) \perp (AF)$

2- أحسب AF و DF

علما أن $AE = 5\ cm$, $AD = 4\ cm$, $AB = 3\ cm$

3- أحسب حجم الهرم DABEF

(استعمل معطيات السؤال 2)

4- أحسب نسبة تصغير الهرم DABFE بمستوى يوازي (ABFE)

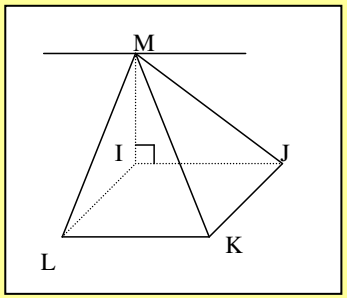
إلى هرم حجمه $2,5\ cm^3$.

التمرين الثالث :

IJKL مربع و M نقطة من الفضاء لا تنتمي إلى المستوى (IJKL)

حيث المثلثين MIJ و MIL قائما الزاوية في I (الشكل 1)

نضع $IJ = 4cm$ و $MI = 3cm$



1) أ- أتبث أن $(MI) \perp (IJKL)$

ب- استنتج أن المثلث MIK قائم الزاوية في I

ج- أحسب المسافتين KI و MK

2) ليكن (Δ) مستقيما يمر من M و يوازي (IJ)

أ- بين أن المستقيمين (Δ) و (KL) مستويان.

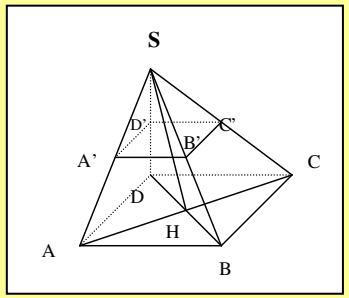
ب- استنتج تقاطع المستويين (MIJ) و (MKL)

التمرين الرابع :

SABCD هرم قاعدته المربع ABCD

الذي مركزه H بحيث $AH = 5cm$

و ارتفاعه $SH = 12cm$ (انظر الشكل)



1- أثبت أن $AB = 5\sqrt{2}\ cm$ و $SA = 13cm$

2- أثبت أن حجم الهرم SABCD هو $V = 200cm^3$

3- A'B'C'D' مستوى يوازي المستوى ABCD بحيث : $SA' = 3,25cm$

أ- حدد نسبة التصغير التي مكنت من الحصول على الهرم SA'B'C'D'

ب- أحسب V' حجم الهرم SA'B'C'D'

التمرين الخامس :

يملك شخصا بيتا تصميمه حسب السلم $\frac{1}{100}$:

1- بين أن :

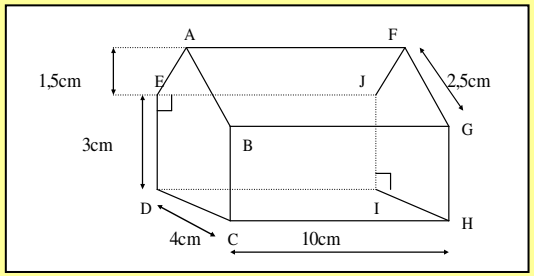
$(AF) \perp (ABCDE)$ و $(AF) /\!/ (BGHC)$

2- حدد تقاطع المستويين :

AFGB و DIHC

3- أحسب مساحة ABCDE

4- أحسب حجم هذا البيت .



5- قام الشخص بصباغة هذا البيت من الداخل و الخارج .حدد المساحة المصبوغة

حـــــــــــــــل تمـاريـــــن الهندســـــــــــة الفضائيـــــــــــــــة

حل التمرين الأول:

1- لدينا (DH) عمودي على (DC) لأن HDCG مستطيل

كذلك (DH) عمودي على (AD) لأن ADHE مستطيل

و بالتالي (DH) عمودي على المستقيمين المتقاطعين (AD) و(DC) من المستوى ABC

و بالتالي $(DH) \perp (ABC)$

استنتاج : بما أن (DH) عمودي على ABC

إذن (DH) عمودي على كل المستقيمات ضمن هذا المستوى ومنها(DB)

و بالتالي $(DH) \perp (DB)$

2- لدينا المثلث DAB قائم الزاوية في A

حسب مبرهنة فيثاغورس $AD^2 + AB^2 = BD^2$

و بالتالي $BD = \sqrt{9 + 64} = \sqrt{73}$

حسب السؤال (1) (DH) عمودي على المستوى ABC

و بما أن (BD) ضمن ABC فإن (DH) عمودي على (BD)

و بالتالي المثلث HDB قائم في D

حسب مبرهنة فيثاغورس $HD^2 + DB^2 = HB^2$

$HB = \sqrt{25 + 73} = \sqrt{98}$

3- لدينا $AM = 4$ لأن M منتصف [AB]

حسب مبرهنة فيثاغورس في المثلث ADM : $DH = \sqrt{AD^2 + AM^2} = 5$

- مساحة المثلث ADM تكتب على شكلين

$$S = \frac{AK \times DM}{2} \quad \text{و} \quad S = \frac{AD \times AM}{2}$$

و بالتالي $AD \times AM = AK \times DM$

$$AK = \frac{AD \times AM}{DM} = \frac{3 \times 4}{5} = \frac{12}{5}$$

4- لدينا $(DH) \perp (ABC)$ إذن : $(DH) \perp (AM)$ إذن المثلث قائم في D

من جهة آخرى $DM = DH = 5$ إذن المثلث متساوي الساقين

$$MH = \sqrt{DM^2 + DH^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

5- في المثلث ABE لدينا M منتصف [AB] و N منتصف [BE]

إذن (MN) يوازي (AE) من جهة آخرى (AE) عمودي على (EF)

إذن (MN) عمودي على (EF)

مرة آخرى :

$$(MN) \perp (EH) \iff \begin{cases} (AE) \parallel (MN) \\ (EH) \perp (AE) \end{cases}$$

و بالتالي (MN) عمودي على مستقيمين متقاطعين (EH) و (EF)

ضمن المستوى (EFGH) أو (FGH)

و بالتالي $(MN) \perp (FGH)$

حل التمرين الثاني:

1- ADHE مستطيل إذن : $(AD) \perp (AE)$

ABCD مستطيل إذن : $(AD) \perp (AB)$

إذن (AD) عمودي على مستقيمين متقاطعين في المستوى (ABFE)

إذن $(AD) \perp (ABFE)$ و بما أن (AF) ضمن (ABFE)

فإن (AD) عمودي على (AF)

2- في المثلث ABF لدينا $AB^2 + BF^2 = AF^2$

$$AF = \sqrt{9 + 25} = \sqrt{34}$$

لدينا (BF) عمودي على (AB)

و (BF) عمودي على (BC)

إذن $(BF) \perp (ABCD)$ عمودي على المستوى (ABCD) إذن $(BD) \perp (BF)$

إذن المثلث (FBD) قائم الزاوية في B

و بالتالي : $FB^2 + BD^2 = FD^2$

أو $AE^2 + BD^2 = FD^2$

في المثلث ABD لدينا $AB^2 + AD^2 = BD^2$

إذن $FD^2 = AE^2 + AB^2 + AD^2$

و بالتالي $FD = \sqrt{AE^2 + AB^2 + AD^2}$

$$= \sqrt{25 + 9 + 16}$$

$$= \sqrt{50}$$

$$= 5\sqrt{2}$$

3- لدينا مساحة الهرم $V = \frac{1}{3} B \times h$ $h = AD$

مع B مساحة القاعدة ABFE <== $B = AB \times AE$

و بالتالي $V_{DABFE} = \frac{1}{3} AB \times AE \times AD$

$= \frac{1}{3} 3 \times 5 \times 4$

$= 20cm^3$

4- نسبة تصغير الهرم DABFE :

$K^3 = \frac{V}{V_{DABFE}} = \frac{2,5}{20} = \frac{0,25}{2} = 0,125$

و بالتالي نسبة التصغير : $K = 0,5$ <==

حل التمرين الثالث:

1) أ – لدينا حسب المعطيات MIJ و MIC قائم الزاوية في I

(IJKL) عمودي على المستوى (MI) <== إذن $(MI) \perp (IJ)$ و $(MI) \perp (IL)$

$(IJ) \cap (IC) = \{I\}$

ب- (MI) عمودي على المستوى (IJKL) إذن (MI) عمودي على كل مستقيم ضمن هذا المستوى .

و بالتالي (MI) عمودي على (IK)

و نستنتج أن المثلث MIK قائم الزاوية في I

ج – لدينا IJKL مربع إذن :

$IK^2 = IJ^2 + JK^2 = 2\ IJ^2 = 2 \times 16 = 32 = 2^5$

إذن $IK = 4\sqrt{2}$

من جهة أخرى IKM مثلث قائم الزاوية في I

مبرهنة فيثاغورس $MK^2 = MI^2 + IK^2$

$MK = \sqrt{9 + 32} = \sqrt{41}$

2- لدينا $\begin{cases} (IJ) \ /\!/ \ (LK) \\ (IJ) /\!/ \ (\Delta) \end{cases}$ إذن (IJ) يوازي المستوى (MLK)

و بما أن للمستوى (MIK) و (Δ) نقطة مشتركة M

فيكون (Δ) ضمن المستوى(MIK) ، إذن (Δ) و (KL) مستوائيان .

تقاطع المستويين (MIJ) و (MKL)

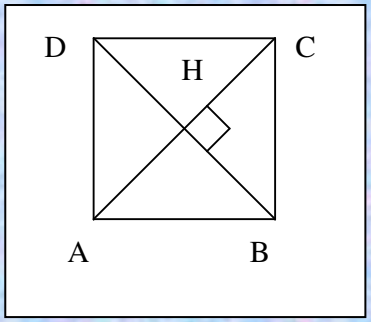
لدينا (Δ) و (KL) مستوائيان حسب – أ-

بنفس الطريقة (Δ) و (IJ) مستوائيان

بذلك (Δ) تنتمي إلى المستويين (MIJ) و (MKL)

إذن $(MIJ) \cap (MKL) = \{\Delta\}$

حل التمرين الرابع:



لدينا ABCD مربع إذن قطراه متعامدان

و $AH = HB = 5\ cm$

حسب مبرهنة فيثاغورس $AB^2 = AH^2 + HB^2$

$= 2\ AH^2$

إذن $AB = \sqrt{2}\ AH = 5\sqrt{2}\ cm$

• لدينا $(SH) \perp (AH)$ لأن (SH) هو ارتفاع الهرم

حسب مبرهنة فيثاغورس في المثلث ASH : $SA^2 = SH^2 + AH^2$

$SA = \sqrt{SH^2 + AH^2}$

$= \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13$

2- حجم الهرم SABCD $V = \frac{1}{3} B \times h$

مع B مساحة ABCD $B = AB \times AD = AB^2$

$V = \frac{1}{3} AB^2 \times SH = \frac{1}{3} . 50 \times 12 = 200\ cm^3$

3- أ) لدينا $SA' = 3{,}25\ cm$

حسب مبرهنة طاليس $\frac{A'D'}{AD} = \frac{SA'}{SA} = \frac{3{,}25}{13}$

إذن نسبة التضغير هي : $k = \frac{A'D'}{AD} = \frac{1}{4}$

ب) حجم الهرم SA'B'C'D'

لدينا $K^3 = \frac{V_{SA'B'C'D'}}{V_{SABCD}}$

إذن : $V_{SA'B'C'D'} = K^3 \times V_{SABCD}$

$= (\frac{1}{4})^3 \times 200$

$= \frac{200}{64}$

$= \frac{50}{16}$

$= \frac{25}{8}\ cm^3$

1- لدينا

$$(AF) \perp (ABCDE) \Leftarrow \begin{cases} (AF) \perp (AB) \\ (AF) \perp (AE) \end{cases}$$

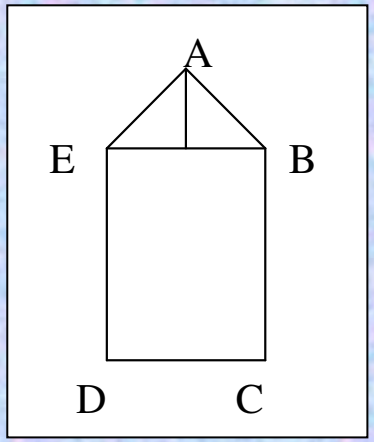
و بما أن (DC) ضمن المستوى (ABCDE) فإن $(AE) \perp (DC)$

• لدينا

$$(AF) /\!/ (BGHC) \Leftarrow \begin{cases} (AF) /\!/ (BG) \\ (BG) \subset (BGHC) \end{cases}$$

لأن (AF) يوازي مستقيما ضمن المستوى (BGHC)

2- المستويان AFGB و(DIHC) يتقاطعان في مستقيم يوازي كل من(BG) و(CH)



3- أرسم الشكل ABCDE

$S_{ABCDE} = S_{ABE} + S_{BCDE}$

$S_{BCDE} = ED \times DC = 3 \times 100 \times 4 \times 100$

$= 12 \times 10^4 \text{ cm}^2$

$= 12 \text{ m}^2$

احترام السلم

$S_{ABE} = 1,5 \times EB = 1,5 \times 4 \times 10^4 = 6 \text{ m}^2$

و بالتالي $S_{ABCDE} = 12 + 6 = 18 \text{ m}^2$

4- نقوم بتقطيع البيت إلى قسمين علوي و هو (AEBFJC)

و آخر دنوي و هو(EBDCJGHI)

القسم العلوي هو موشور قائم حجمه :

$V_1 = S_{ABE} \times h = 6 \times AF = 6 \times 10 = 60 \text{ m}^3$

القسم السفلي هو موشور قائم قاعدتاه مستطلات

$V_2 = ED \times DC \times CH$

$= 3 \times 4 \times 10$

$= 120 \text{ m}^3$

و بالتالي $V = V_1 + V_2 = 180 \text{ m}^3$

5- المساحة المصبوغة

أولا مساحة وجه القسم العلوي :

$S_1 = 2 S_{ABE} + 2 S_{AFGB}$

$= 2 S_{ABE} + 2 AF \times FG$

$= 2 \times 6 + 2 \times 10 \times 2,5$

$= 12 + 50$

$= 62 \text{ m}^2$

ثانيا مساحة القسم السفلي :

$S_2 = 2 S_{EBCD} + 2 S_{BGHC}$

$= 2 \times 12 + 2 \times 30$

$= 84 \text{ m}^2$

و بالتالي المساحة المصبوغة من الداخل و الخارج هي :

$S = 2 (S_1 + S_2)$

$= 2 (62 + 84)$

$= 292 \text{ m}^2$

Redigé par GUESSOUS Brahim

E-mail : Brahimguessous@yahoo.fr

Guessous001@hotmail.com

063 28 57 69

هـــــــــــام جـــــــــــدا

نبوقتنا كيف يمر و فيما نقضيه، لذلك نحن في أمس الحاجة إلى تنظيم أفكارنا و أوقاتنا و نحاول الإستفادة من كل دقيقة في حياتنا .

هاك الآن مفاتيح هامة تستطيع من خلالها تحقيق أقصى إنجاز بأقل مجهود و في زمن قياسي .

1) 🗝 اهدأ و ركز على مهمتك. تحكم في صفاءك الذهني و قم بالمهمة في هدوء و راحة و ثقة

2) 🗝 جهز قائمة بالمهام التي يجب إنجازها، أدرج بها كل الأفكار التي ترد إلى ذهنك

3) 🗝 ركز على فعل الأشياء العاجلة و الهامة ثم الأشياء الهامة ثم الأشياء الآخرى

4) 🗝 حدد أهدافك، اكتبها واجعلها أمامك . ضع خطتك اليومية و ارجع إليها باستمرار .

5) 🗝 أحسب الوقت اللازم لإنجاز كل مهمة مدونة على القائمة أو الخطة

6) 🗝 أثناء إنجاز التمارين تحدى نفسك. تفوق عليها، ركز تفكيرك على إيجاد الحلول بربط الأسئلة بمحاور الدرس ثم حول حلها إلى لعبة فتبدو أكثر إثارة و مرح .

7) 🗝 تجنب الثرثرة المضيعة للوقت، أدخل في لب الموضوع مباشرة، وابتعد ما أمكن عن مصادر إضعاف التركيز كالتلفزة و سماع الأغاني

8) 🗝 اسأل عن مالم تستطيع إنجازه، فالسؤال نصف العلم، و لا تحبط نفسك عندما لا تستطيع إيجاد الحل، اهدأ و تحول إلى شيء آخر.

9) 🗝 احتفظ بدفتر ملاحظاتك بالقرب منك و سجل عليه كا ملاحظاتك و اسفساراتك و اي معلومات آخرى .

10) 🗝 إياك و التأجيل . انتبه للأعذار التي تتخذها لنفسك لإرجاء بعض المهام . تحدى هذه العادة و حاول أن تتغلب على أسباب التأخير

11) 🗝 في نهاية اليوم خذ 10 دقائق في عمل خلاصة سريعة لما قمت به و في الوقت نفسه قم بتحضير عمل الغد فيتحول كل هذا إلى عادة يومية و شيء تلقائي لا يتحكم فيه العقل الواعي