

تمارين مقترحة	مبرهنة طاليس	السنة الثالثة ثانوي إحصائي
	<p>تمرين 1: مثلث ABC حيث: $BC = 6\text{ cm}$ و $AC = 8\text{ cm}$ و $AB = 5\text{ cm}$ و لتكن I نقطة من القطعة $[AB]$ حيث $IA = 2\text{ cm}$ الموازي للمستقيم (BC) و المار من I يقطع القطعة $[AC]$ في النقطة J</p> <p>(1) أنشئ الشكل (2) احسب المسافات JA و JC و IJ</p>	
	<p>تمرين 2: مثلث ABC حيث: $BC = 8\text{ cm}$ و $AC = 10\text{ cm}$ و $AB = 5\text{ cm}$ E نقطة من $[AB]$ حيث $AE = 2\text{ cm}$ و F نقطة من $[AC]$ حيث $AF = 4\text{ cm}$</p> <p>(1) أنشئ الشكل (2) بين أن $(EF) \parallel (BC)$ (3) الموازي للمستقيم (EC) و المار من B يقطع المستقيم (AC) في النقطة K، احسب CK</p>	
	<p>تمرين 3: مثلث ABC حيث: $BC = 17\text{ cm}$ و $AC = 8\text{ cm}$ و $AB = 15\text{ cm}$ و لتكن I نقطة من القطعة $[AB]$ حيث $IA = 6\text{ cm}$</p> <p>(1) أنشئ شكلا مناسباً (يمكن استعمال سلم) (2) بين أن المثلث ABC قائم الزاوية في النقطة A ثم احسب IC (3) J نقطة من القطعة $[BC]$ حيث $BJ = 10,2\text{ cm}$ أ) اختزل الكسرين: $\frac{9}{15}$ و $\frac{102}{170}$ ثم استنتج أن: $(IJ) \parallel (AC)$ ب) احسب IJ ج) القطعتان $[IC]$ و $[AJ]$ تتقاطعان في النقطة M، احسب IM و MC</p>	
	<p>تمرين 4: $ABCD$ رباعي محدب، M نقطة من القطعة $[BD]$. المستقيم المار من M والموازي للمستقيم (DC) يقطع (BC) في E. المستقيم المار من M والموازي للمستقيم (AD) يقطع (AB) في F.</p> <p>(1) قارن $\frac{BM}{BD}$ و $\frac{BE}{BC}$ (2) قارن $\frac{BF}{BA}$ و $\frac{BM}{BD}$ (3) برهن أن $(EF) \parallel (AC)$</p>	
	<p>تمرين 5: $ABCD$ شبه منحرف قاعدته $[AB]$ و $[CD]$ حيث $BC = 6\text{ cm}$، $AD = 5\text{ cm}$، $DC = 8\text{ cm}$، $AB = 4\text{ cm}$ H نقطة من $[AD]$ حيث $AH = 2\text{ cm}$، المستقيم (BD) يقطع المستقيم (HK) في النقطة M. الموازي للمستقيم (AB) و المار من النقطة H يقطع المستقيم (BC) في النقطة K</p> <p>(1) بين أن: $\frac{AH}{AD} = \frac{BK}{BC}$ ثم احسب BK و CK (2) احسب MH (3) المستقيمان (AD) و (BC) يتقاطعان في النقطة E.</p>	

احسب المسافتين EA و EB

تمرين 6: $ABCD$ متوازي أضلاع، M نقطة من القطعة $[BD]$.

المستقيم (MC) يقطع المستقيم (AD) في النقطة E .

المستقيم (AM) يقطع المستقيم (DC) في النقطة F .

1) قارن $\frac{MA}{MF}$ و $\frac{MB}{MD}$

2) قارن $\frac{MC}{ME}$ و $\frac{MB}{MD}$

3) برهن أن $(AC) \parallel (EF)$

تمرين 7: - مزيدا من التفكير -

ABC مثلث.

E هي المسقط العمودي للنقطة B على المستقيم (AC)

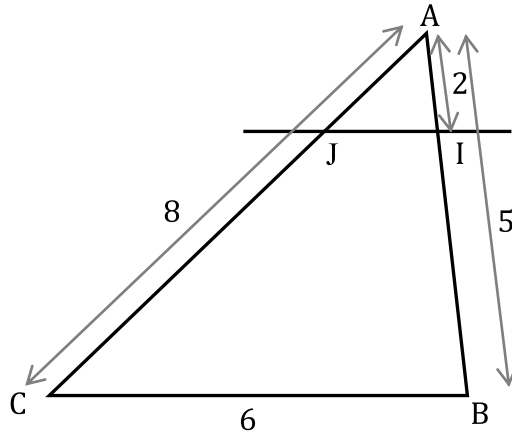
F هي المسقط العمودي للنقطة E على المستقيم (AB)

I هي المسقط العمودي للنقطة C على المستقيم (AB)

J هي المسقط العمودي للنقطة I على المستقيم (AC)

برهن أن: $(BC) \parallel (JF)$

تمرين 1: مثلث ABC حيث: $AB = 5\text{ cm}$ و $AC = 8\text{ cm}$ و $BC = 6\text{ cm}$ ، $I \in [AB]$ ، $IA = 2\text{ cm}$ ، $(IJ) \parallel (BC)$



1

لدينا في المثلث ABC ، $I \in (AB)$ و $J \in (AC)$ و $(IJ) \parallel (BC)$

إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة فإن: $\frac{AI}{AB} = \frac{AJ}{AC} = \frac{IJ}{BC}$ أي $\frac{2}{5} = \frac{AJ}{8} = \frac{IJ}{6}$

2

إذن: $AJ = \frac{2 \times 8}{5} = \frac{16}{5} = 3,2\text{ cm}$ و $IJ = \frac{2 \times 6}{5} = \frac{12}{5} = 2,4\text{ cm}$ و $JC = AC - AJ = 8 - 3,2 = 4,8\text{ cm}$

إنشاء الشكل يتطلب استعمال المسطرة المدرجة و البركار

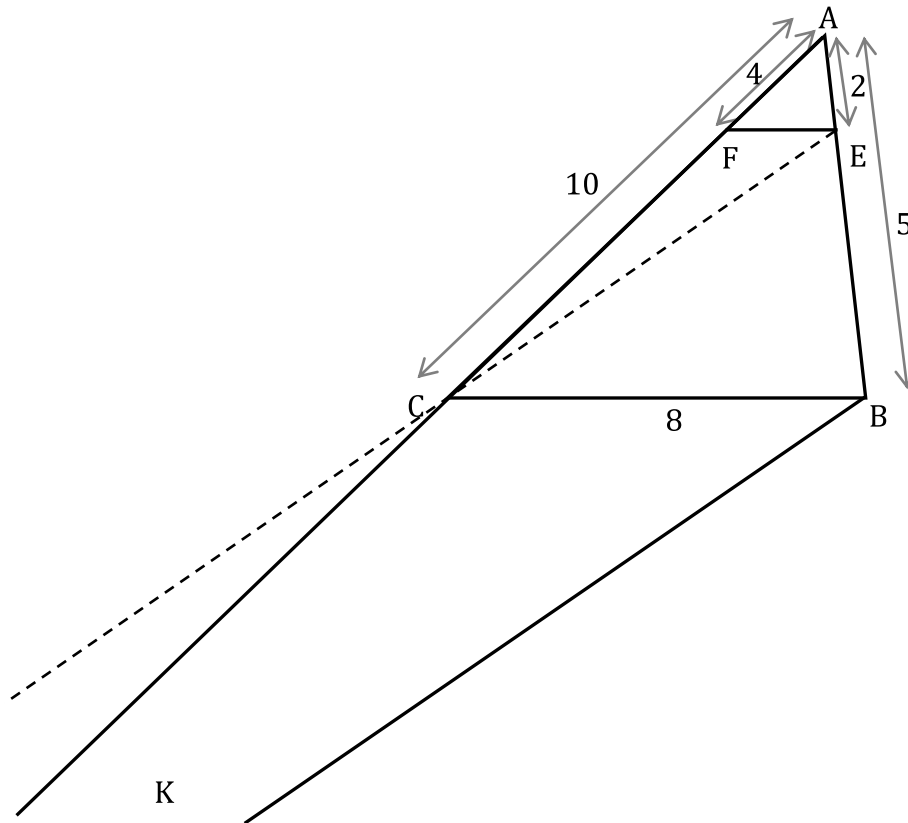
الأسهم المدرجة بالشكل هي من أجل توضيح القياسات وليست ضرورية.

من الضروري تحديد شروط تطبيق مبرهنة طاليس المباشرة والتي يمكن اختصارها في 4 شروط:

تحديد المثلث المراد تطبيق الخاصية فيه + تحديد نقطة تنتمي لأحد حاملي ضلعيه + تحديد نقطة أخرى من حامل ضلع آخر + التوازي بين حامل الضلع الثالث والمستقيم المار من النقطتين السابقتين

تمرين 2: مثلث ABC حيث: $AB = 5\text{ cm}$ و $AC = 10\text{ cm}$ و $BC = 8\text{ cm}$

E نقطة من $[AB]$ حيث $AE = 2\text{ cm}$ و F نقطة من $[AC]$ حيث $AF = 4\text{ cm}$



1

لدينا : $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$ و $\frac{AF}{AC} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ و $\frac{AE}{AB} = \frac{2}{5}$ منه : $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$

2 الآن لدينا المثلث ABC ، $E \in (AB)$ و $F \in (AC)$ و $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$ و لـ A و E و B نفس ترتيب النقط

A و F و C ، إذن حسب مبرهنة طاليس العكسية فإننا نستنتج أن : $(EF) \parallel (BC)$

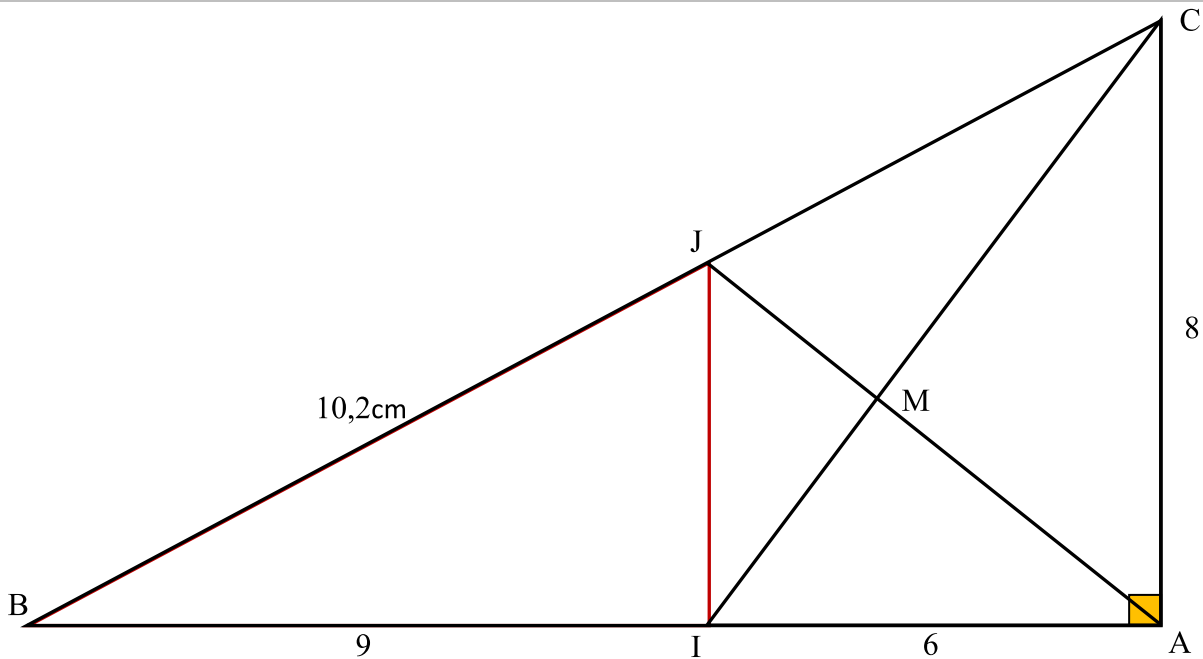
لدينا في المثلث ABK ، $E \in (AB)$ و $F \in (AC)$ و $(EC) \parallel (BK)$

3 إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة فإن : $\frac{AC}{AK} = \frac{AE}{AB} = \frac{CE}{KB}$ منه : $\frac{10}{AK} = \frac{2}{5}$

منه : $AK = \frac{10 \times 5}{2} = \frac{50}{2} = 25 \text{ cm}$ بالتالي : $CK = AK - AC = 25 - 10 = 15 \text{ cm}$

تمرين 3 : ABC مثلث حيث : $AB = 15 \text{ cm}$ و $AC = 8 \text{ cm}$ و $BC = 17 \text{ cm}$

و لتكن I نقطة من القطعة $[AB]$ حيث $IA = 6 \text{ cm}$



1

لدينا : $AB^2 = 15^2 = 225$ و $AC^2 = 8^2 = 64$ و $BC^2 = 17^2 = 289$

بما أن : $225 + 64 = 289$ فإن : $AB^2 + AC^2 = BC^2$ إذن حسب مبرهنة فيثاغورس العكسية فإن المثلث

ABC قائم الزاوية في النقطة A

$IC^2 = AC^2 + IA^2$

$= 8^2 + 6^2$

$= 64 + 36$

إذن المثلث IAC قائم الزاوية في A ، إذن حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة فإن :

$IC^2 = 100$

$IC = 10 \text{ cm}$

2

لدينا : $\frac{9}{15} = \frac{3}{5}$ و $\frac{102}{170} = \frac{51}{85} = \frac{3}{5}$ منه : $\frac{BJ}{BC} = \frac{BI}{BA}$

لدينا المثلث ABC ، $I \in (AB)$ و $J \in (BC)$ و $\frac{BJ}{BC} = \frac{BI}{BA}$ و لـ B و I و A نفس ترتيب النقط B

و J و C ، إذن حسب مبرهنة طاليس العكسية فإننا نستنتج أن : $(IJ) \parallel (AC)$

4

أ

لدينا في المثلث AMC ، $I \in (AB)$ و $J \in (BC)$ و $(IJ) \parallel (AC)$ (حسب السؤال السابق)

إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة فإن: $\frac{BJ}{BC} = \frac{BI}{BA} = \frac{JI}{CA}$ منه: $\frac{3}{5} = \frac{JI}{8}$

بالتالي: $IJ = \frac{3 \times 8}{5} = \frac{24}{5} = 4,8 \text{ cm}$

يمكن أيضا استعمال مبرهنة فيثاغورس المباشرة في المثلث IJB بعد البرهان على الزاوية القائمة.

لدينا المثلث AMC ، $I \in (MC)$ و $J \in (AM)$ و $(IJ) \parallel (AC)$

إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة فإن: $\frac{MI}{MC} = \frac{MJ}{MA} = \frac{IJ}{CA}$ منه: $\frac{MI}{MC} = \frac{IJ}{CA}$: منه $\frac{MI}{IJ} = \frac{MC}{CA}$

وباستعمال قواعد التناسب نستنتج أن: $\frac{MI}{IJ} = \frac{MC}{CA} = \frac{MI + MC}{IJ + CA} = \frac{IC}{IJ + CA}$

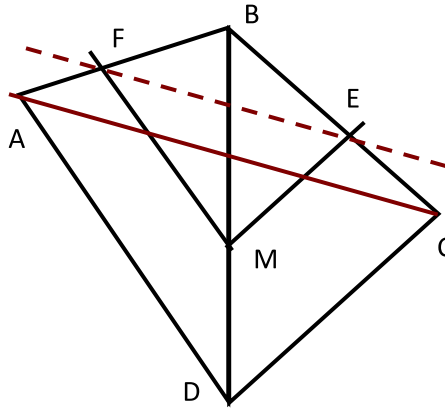
منه: $\frac{MI}{4,8} = \frac{MC}{8} = \frac{10}{12,8}$ بالتالي: $MI = \frac{48}{12,8} = 3,75 \text{ cm}$ و $MC = \frac{80}{12,8} = 6,25 \text{ cm}$

عند الحصول على التناسب $\frac{MI}{MC} = \frac{MJ}{MA} = \frac{IJ}{CA}$ نجد أنه غير كاف لأنه يتضمن مسافتين مجهولتين إحداهما في البسط والأخرى في المقام، الحل يكمن في استعمال قواعد التناسب التي تتيح جمع هذين التعبيرين في البسط بعد مبادلة وسطي التناسب، ولفهم أكثر نذكر بالخاصيتين:

إذا كان: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ فإن: $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ (تسمى مبادلة وسطي التناسب) / إذا كان: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ فإن: $\frac{a}{b} = \frac{a+c}{b+d}$

إذا كان: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ فإن: $\frac{a}{b} = \frac{a+c}{b+d}$

تمرين 4 :



1 لنقارن $\frac{BM}{BD}$ و $\frac{BE}{BC}$ ، لدينا في المثلث BDC ، $M \in (BD)$ و $E \in (BC)$ و $(EM) \parallel (DC)$

إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة: $\frac{BM}{BD} = \frac{BE}{BC}$

2 لنقارن $\frac{BF}{BA}$ و $\frac{BM}{BD}$ ، لدينا في المثلث ADB ، $M \in (BD)$ و $F \in (AB)$ و $(FM) \parallel (AD)$

إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة: $\frac{BF}{BA} = \frac{BM}{BD}$

لدينا في المثلث ABC : $E \in (BC)$ و $F \in (AB)$

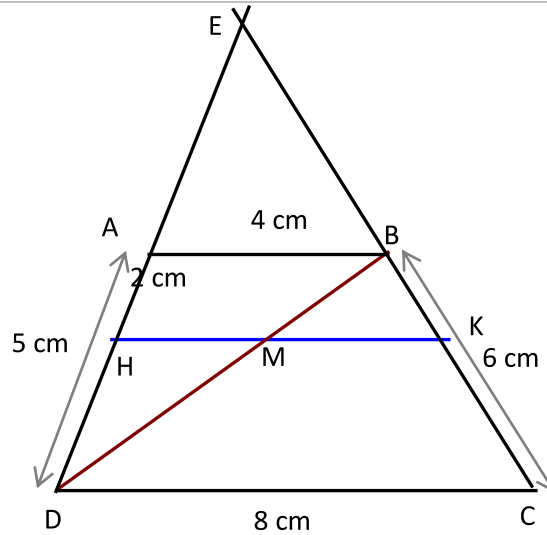
لنقط B و E و C نفس ترتيب النقط B و F و A

3 ولدينا حسب السؤالين السابقين: $\frac{BM}{BD} = \frac{BE}{BC}$ و $\frac{BF}{BA} = \frac{BM}{BD}$ منه: $\frac{BF}{BA} = \frac{BE}{BC}$

إذن و حسب مبرهنة طاليس العكسية: $(EF) \parallel (AC)$

يجب تحديد المثلث عند استعمال مبرهنة طاليس (المباشرة و العكسية)، عند استعمال مبرهنة طاليس العكسية يجب التأكيد على ترتيب النقط ، واثبات التناسب باستعمال أسئلة سابقة أو باستعمال المعطيات.

تمرين 5 :



لدينا في المثلث ADB ، $H \in (AD)$ و $M \in (DB)$ و $(HM) \parallel (AB)$

إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة: (1) $\frac{AH}{AD} = \frac{BM}{BD}$

لدينا في المثلث DBC ، $K \in (BC)$ و $M \in (DB)$ و $(MK) \parallel (DC)$

إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة: (2) $\frac{BK}{BC} = \frac{BM}{BD}$

إذن: $\frac{BK}{BC} = \frac{AH}{AD}$ منه: $\frac{BK}{6} = \frac{2}{5}$ ، بالتالي $BK = \frac{6 \times 2}{5} = \frac{12}{5} = 2,4$ و $CK = BC - BK = 6 - 2,4 = 3,6$

1

لنحسب MH ، لدينا في المثلث ADB ، $H \in (AD)$ و $M \in (DB)$ و $(HM) \parallel (AB)$

إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة: $\frac{DM}{DB} = \frac{HM}{AB}$ ، منه: $\frac{DM}{DB} = \frac{HM}{4}$ أي: $\frac{HM}{4} = \frac{5-2}{5}$

بالتالي: $MH = \frac{4 \times 3}{5} = \frac{12}{5} = 2,4$

2

لنحسب EA و EB ، لدينا في المثلث EDC ، $A \in (ED)$ و $B \in (EC)$ و $(AB) \parallel (DC)$

إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة: $\frac{EA}{ED} = \frac{EB}{EC} = \frac{AB}{DC} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ إذن: $EA = \frac{1}{2} ED$ و $EB = \frac{1}{2} EC$

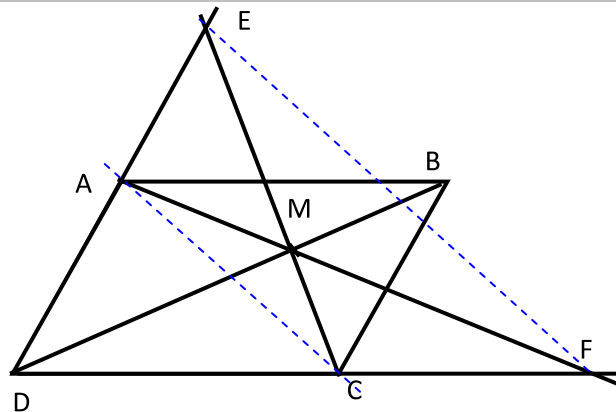
وهذا يعني أن A منتصف $[DE]$ و B منتصف $[CE]$

وبالتالي: $EA = AD = 5 \text{ cm}$ و $EB = BC = 6 \text{ cm}$

3

في السؤال الثالث يمكن استعمال قواعد التناسب لإيجاد المسافة المطلوبة، لكن نسبة النصف كانت مفيدة لاستنتاج وجود المنتصف وبالتالي اختصار الطريقة.

تمرين 6 :



لنقارن $\frac{MA}{MF}$ و $\frac{MB}{MD}$ ، لدينا في المثلث MDF ، $A \in (MF)$ و $B \in (MD)$ و $(AB) \parallel (DF)$

1

إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة: $\frac{MA}{MF} = \frac{MB}{MD}$

لنقارن $\frac{MC}{ME}$ و $\frac{MB}{MD}$ ، لدينا في المثلث MDE ، $C \in (EM)$ و $B \in (MD)$ و $(BC) \parallel (DE)$

2

إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة: $\frac{MC}{ME} = \frac{MB}{MD}$

لدينا في المثلث MEF ، $A \in (MF)$ و $C \in (ME)$ ، للنقط A و M و F نفس ترتيب النقط C و M و E

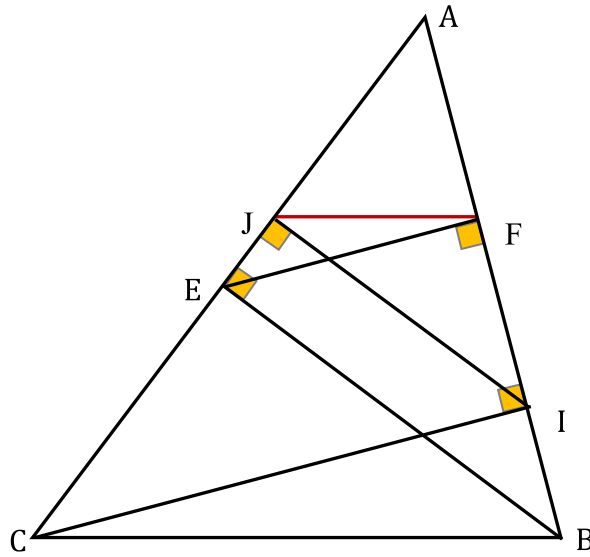
ولدينا حسب السؤالين السابقين: $\frac{MA}{MF} = \frac{MB}{MD}$ و $\frac{MC}{ME} = \frac{MB}{MD}$ منه: $\frac{MC}{ME} = \frac{MA}{MF}$

3

إذن و حسب مبرهنة طاليس العكسية: $(EF) \parallel (AC)$

صعوبة السؤال تكمن في العثور على المثلث المناسب لتطبيق الخاصية ، سواء المباشرة أو العكسية ، لذلك حاول استعمال ألوان لتوضيح المثلث المناسب.

تمرين 7 : مزيدا من التفكير -



بما أن: $(AC) \perp (EB)$ و $(AC) \perp (IJ)$ فإن $(EB) \parallel (IJ)$ وبما أن: $(AB) \perp (EF)$ و $(AB) \perp (IC)$ فإن $(EF) \parallel (IC)$
إذن باستعمال مبرهنة طاليس المباشرة في كل من المثلثين AEB و AIC

نجد: $\frac{AI}{AE} = \frac{AI}{AB}$ و $\frac{AF}{AI} = \frac{AE}{AC}$

نستنتج إذن أن: $AF = \frac{AE \times AI}{AC}$ و $AI = \frac{AI \times AE}{AB}$ منه: $\frac{AF}{AI} = \frac{AE \times AI}{AC} \times \frac{AB}{AE \times AI} = \frac{AB}{AC}$

الآن باستعمال هذا التناسب: $\frac{AF}{AI} = \frac{AB}{AC}$ في المثلث ABC

و بالاستعانة بمبرهنة طاليس العكسية نستنتج أن $(JF) \parallel (BC)$

تمرين يوضح بجلاء أهمية مبرهنة طاليس المباشرة و العكسية، حيث أن هذا التمرين يصعب إنجازه (إن لم نقل يستحيل) بأي مفهوم آخر أو قاعدة أخرى

مثل هذه التمارين التي تتضمن كلا المبرهنتين المباشرة و العكسية يستحسن إنجازها و فهمها جيدا لأنها أفضل وسيلة لاستيعاب الدرس.