

مبرهنة فيثاغورس

تمرين 1

$ABCD$ مستطيل حيث : $AB = 6\text{ cm}$ و $AD = 9\text{ cm}$.
ولتكن I منتصف القطعة $[AB]$ و J نقطة من القطعة $[AD]$ حيث $AJ = 1\text{ cm}$

- ① احسب المسافات IJ و IC و JC
- ② بين أن المثلث IJC قائم الزاوية في النقطة I
- ③ احسب محيط و مساحة المثلث IJC

تمرين 2

ABC مثلث قائم الزاوية في A حيث : $AB = 6\text{ cm}$ و $AC = 8\text{ cm}$.
ولتكن H المسقط العمودي للنقطة A على (BC)

- ① احسب المسافة BC
- ② احسب المسافة AH (احسب مساحة المثلث ABC بطريقتين)
- ③ احسب المسافات BH و CH

تمرين 3 من أولمبياد الرياضيات

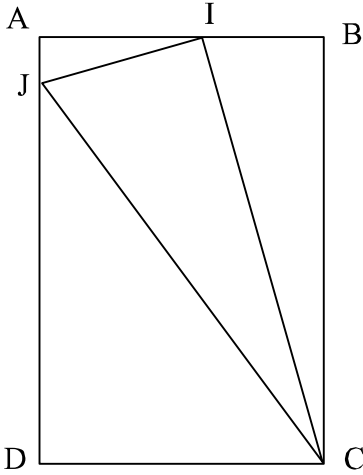
$ABCD$ مستطيل و M نقطة داخله .

بين أن : $AM^2 + CM^2 = BM^2 + DM^2$ ◇

مبرهنة فيثاغورس-حلول

تمرين 1

⚠ انتبه ← تعليق



① لنحسب المسافات IJ و IC و JC
 لدينا في المثلث القائم الزاوية AIJ حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة :

$$IJ = \sqrt{10} \text{ cm} \quad \text{منه} \quad IJ^2 = AI^2 + AJ^2 = \left(\frac{6}{2}\right)^2 + 1^2 = 3^2 + 1 = 9 + 1 = 10$$

لدينا في المثلث القائم الزاوية IBC حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة :

$$IC = \sqrt{90} \text{ cm} \quad \text{منه} \quad IC^2 = BI^2 + BC^2 = 3^2 + 9^2 = 9 + 81 = 90$$

لدينا في المثلث القائم الزاوية JDC حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة :

$$JC = \sqrt{100} = 10 \text{ cm} \quad \text{منه} \quad JC^2 = DC^2 + DJ^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$$

② لنبين أن المثلث IJC قائم الزاوية في النقطة I

لدينا : $IJ^2 = (\sqrt{10})^2 = 10$ و $IC^2 = (\sqrt{90})^2 = 90$ و $JC^2 = 10^2 = 100$
 إذن : $IJ^2 + IC^2 = JC^2$ ، إذن حسب مبرهنة فيثاغورس العكسية نستنتج أن
 المثلث IJC قائم الزاوية في النقطة I

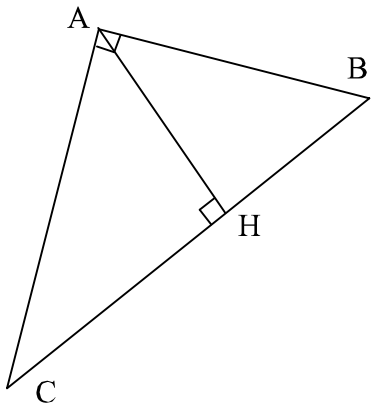
③ احسب محيط و مساحة المثلث IJC

محيط المثلث IJC هو : $p = IJ + JC + CI = \sqrt{10} + 10 + \sqrt{90} = \sqrt{10} + 10 + 3\sqrt{10} = 4\sqrt{10} + 10 \text{ cm}$

بما أن المثلث IJC قائم الزاوية في النقطة I فإن مساحته هي : $S = \frac{IJ \times IC}{2} = \frac{\sqrt{10} \times \sqrt{90}}{2} = \frac{\sqrt{900}}{2} = \frac{30}{2} = 15 \text{ cm}^2$

تمرين 2

⚠ انتبه ← تعليق



① لنحسب المسافة BC

لدينا في المثلث القائم الزاوية ABC حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة :
 $BC = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$ منه $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$

② احسب المسافة AH

بما أن المثلث ABC قائم الزاوية في النقطة A فإن مساحته هي : $S = \frac{AB \times AC}{2}$

و أيضا بما أن $[AH]$ ارتفاع للمثلث ABC فإن مساحته أيضا هي : $S = \frac{AH \times BC}{2}$

نستنتج إذن أن : $\frac{AH \times BC}{2} = \frac{AB \times AC}{2}$ منه $AH \times BC = AB \times AC$

نعوض نجد : $AH \times 10 = 6 \times 8$ أي $AH = \frac{48}{10} = 4,8 \text{ cm}$ ، بالتالي : $AH = 4,8 \text{ cm}$

③ لنحسب CH و BH

* لدينا في المثلث القائم الزاوية ABH حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة :

$$AB^2 = AH^2 + BH^2 \quad \text{منه} \quad 6^2 = 4,8^2 + BH^2 \quad \text{منه} \quad 36 = 23,04 + BH^2$$

$$BH^2 = 36 - 23,04$$

$$BH^2 = 12,96$$

* لدينا : $CH = BC - BH = 10 - 3,6 = 6,4 \text{ cm}$

⚠ رغم أننا نبحث عن

المسافة BH إلا أن
 المتساوية

$$BH^2 = AH^2 + AB^2$$

خاطئة لأن الوتر هو AB و
 ليس BH

(باستعمال آلة حاسبة نجد $BH = 3,6 \text{ cm}$)

تمرين 3 :

لتكن E و F و G و H هي التوالي المساقط العمودية
لنقطة M على (AB) و (BC) و (CD) و (AD) على التوالي .

لدينا حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة :

$$CM^2 = FM^2 + CF^2$$

$$AM^2 = EM^2 + AE^2$$

$$CM^2 = FM^2 + MG^2$$

$$AM^2 = EM^2 + MH^2$$

$$DM^2 = MG^2 + DG^2$$

$$BM^2 = EM^2 + BE^2$$

$$DM^2 = MG^2 + MH^2$$

$$BM^2 = EM^2 + FM^2$$

نستنتج إذن أن :

$$AM^2 + CM^2 = EM^2 + MH^2 + FM^2 + MG^2$$

$$BM^2 + DM^2 = EM^2 + FM^2 + MG^2 + MH^2 \text{ و}$$

$$\underline{AM^2 + CM^2 = BM^2 + DM^2}$$

بالتالي :

