

تمارين

معادلات مستقيمية

المستوى : الثالثة ثانوي إعدادي

من إعداد الأستاذ : المهدي عيسى

ⵜⴰⴳⴷⴰⵢⵜ ⵏ ⵍⵎⵎⵓⵔ ⵏ ⵍⵎⵎⵓⵔ

ⵏ ⵍⵎⵎⵓⵔ ⵏ ⵍⵎⵎⵓⵔ ⵏ ⵍⵎⵎⵓⵔ

ⵏ ⵍⵎⵎⵓⵔ ⵏ ⵍⵎⵎⵓⵔ



المملكة المغربية

وزارة التربية الوطنية

والتكوين المهني

الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين

جهة الدار البيضاء الكبرى

نيابة المحمدية

تمرين ① :

المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O; I; J)$.

(1) - أنشئ المستقيم (D) الذي معادلته المختصرة : $y = -3x + 6$: (D) .

(2) - تحقق من أن النقطة $E(-1; 9)$ تنتمي إلى المستقيم (D) .

(3) - نعتبر النقطة $F(a; -1)$. حدد a لكي تكون F تنتمي إلى المستقيم (D) .

تمرين ② :

المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O; I; J)$.

(1) - أنشئ المستقيم (Δ) الذي معاملته -4 و يمر من النقطة $E(-2; 1)$.

(2) - حدد المعادلة المختصرة للمستقيم (Δ) .

تمرين ③ :

المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم.

نعتبر النقط : $A(2; 3)$ و $B(-1; -2)$ و $C(1; 5)$ و $E\left(1; \frac{4}{3}\right)$

(1) - حدد معادلة مختصرة للمستقيم (AC) .

(2) - بين أن المعادلة المختصرة للمستقيم (AB) هي : $y = \frac{5}{3}x - \frac{1}{3}$: (AB)

(3) - أثبت أن : A و B و E نقط مستقيمية.

(4) - حدد المعادلة المختصرة للمستقيم (D) إطار من $M(-2; 2)$ و العمودي على (AB) .

(5) - حدد المعادلة المختصرة للمستقيم (Δ) إطار من $N(1; 1)$ و الموازي للمستقيم (AC) .

(6) - حدد المعادلة المختصرة للمستقيم (L) واسط القطعة $[BC]$.

تمرين ④ :

المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم. نعتبر النقط :

$A(3; 3)$ و $B(7; -1)$ و $C(8; 4)$ و $D(2; -2)$ و $E(a, 8)$ و $F(13; b)$

(1) - (أ) -- أثبت أن : $(AB) \perp (CD)$. (ب) -- أثبت أن : $(BD) \parallel (AC)$.

(2) - (أ) -- حدد a لكي يكون : $(AE) \parallel (BC)$. (ب) -- حدد b لكي يكون : $(AF) \perp (BC)$.

تمرين ⑤

- المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O; I; J)$.
- ليكن (D) مستقيما معادلته المختصرة هي : $y = 2x - 4$: (D) .
- (1) - حدد إحداثيتي E تقاطع (D) و محور الأفاصيل.
 - (2) - حدد إحداثيتي F تقاطع (D) و محور الأرتيب.
 - (3) - أنشئ المستقيم (D) .

تمرين ⑥

- المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم.
- نعتبر النقطتين : $A(8; -1)$ و $B(7; -3)$.
- (1) - تحقق من أن المعادلة المختصرة للمستقيم (AB) هي : $y = 2x - 17$: (AB) .
 - (2) - نعتبر (Δ) مستقيما معادلته هي : $x + 2y - 7 = 0$: (Δ) .
أثبت أن $(\Delta) \perp (AB)$.
 - (3) - نعتبر (K) مستقيما معادلته المختصرة هي : $y = \frac{a-1}{3}x + 5$: (K) .
حدد قيمة a لكي يكون (K) و (AB) متوازيين.

حلّول التمرّين

المملكة المغربية

وزارة التربية الوطنية

والتكوين المهني



الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين

جهة الدار البيضاء الكبرى

نيابة المحمدية

معادلتا مستقيمتين

المستوى : الثالثة ثانوي إعدادي

من إعداد الأستاذ : المهدي عنييس

تمرين ①

(1) - الشكل :

لتكن $A(1; y_A)$ و $B(3; y_B)$ نقطتين من المستقيم (D) .

$$\left. \begin{array}{l} y_A = -3 \times 1 + 6 \\ y_B = -3 \times 3 + 6 \end{array} \right\} \text{ و يعني أن } \left. \begin{array}{l} y_A = -3x_A + 6 \\ y_B = -3x_B + 6 \end{array} \right\} \text{ إذن}$$

$$\left. \begin{array}{l} A(1; 3) \\ B(3; -3) \end{array} \right\} \text{ و منه فإن } \left. \begin{array}{l} y_A = 3 \\ y_B = -3 \end{array} \right\} \text{ أي}$$

(2) - لتتحقق من أن النقطة $E(-1; 9)$ تنتمي إلى المستقيم (D) .

$$\text{لدينا : } -3x_E + 6 = -3 \times (-1) + 6 = 3 + 6 = 9$$

$$\text{و بما أن } y_E = 9 \text{ فإن } y_E = -3x_E + 6$$

$$\text{و بالتالي فإن } \boxed{E(-1; 9) \in (D)}$$

(3) - لنحدد a لكي تكون $F(a; -1) \in (D)$.

$$\text{لدينا : } F(a; -1) \in (D) \text{ يعني أن } y_F = -3x_F + 6 \text{ ، أي } -1 = -3 \times a + 6$$

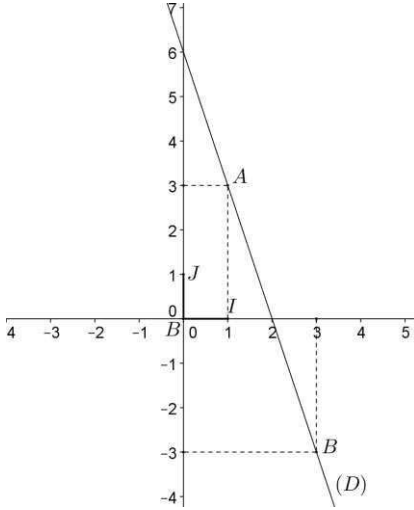
و منه فإن :

$$3a = 6 + 1$$

$$3a = 7$$

$$a = \frac{7}{3}$$

$$\text{إذن : } \boxed{a = \frac{7}{3}}$$



تمرين ②

(1) - الشكل :

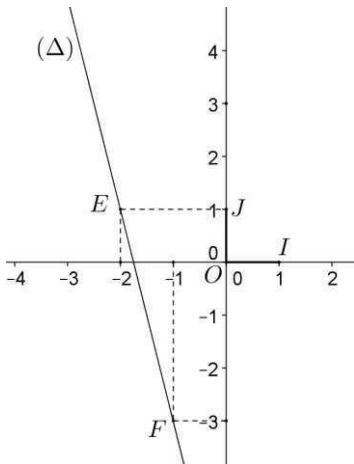
لتكن $F(-1; y_F)$ نقطة من (Δ) .

$$\text{لدينا : ميل } (\Delta) \text{ هو } -4 \text{ يعني أن } \frac{y_E - y_F}{x_E - x_F} = -4$$

$$\text{و منه فإن } \frac{1 - y_F}{-2 + 1} = -4 \text{ يعني أن } 1 - y_F = 4$$

$$\text{و منه : } y_F = -4 + 1 \text{ ، أي } y_F = -3$$

$$\text{إذن : } F(-1; -3)$$



(2) - لنحدد المعادلة المختصرة للمستقيم (Δ) .

لدينا المعادلة المختصرة للمستقيم (Δ) على شكل $y = -4x + p$: (Δ) :
* / لنحدد p :

لدينا (Δ) يمر من النقطة $E(-2; 1)$ يعني أن $y_E = -4x_E + p$:
أي : $1 = -4 \times (-2) + p$ و منه فإن $1 = 8 + p$:
إذن $1 - 8 = p$ أي : $-7 = p$

و بالتالي فإن المعادلة المختصرة للمستقيم (Δ) هي $(\Delta) : y = -4x - 7$

تمرين ③

(1) - لنحدد معادلة مختصرة للمستقيم (AC) .

لدينا : المعادلة المختصرة لمستقيم (AC) على شكل $y = mx + p$: (AC) :
* / لنحدد m :

$$m = \frac{y_A - y_C}{x_A - x_C} = \frac{3 - 5}{2 - 1} = -2$$

إذن $(AC) : y = -2x + p$

* / لنحدد p :

لدينا $A(2; 3) \in (AC)$ يعني أن $y_A = -2x_A + p$ ، أي $3 = -2 \times 2 + p$ و منه فإن :

$$3 = -4 + p$$

$$3 + 4 = p$$

$$7 = p$$

و بالتالي فإن المعادلة المختصرة للمستقيم (AC) هي $(AC) : y = -2x + 7$

(2) - لنبين أن المعادلة المختصرة للمستقيم (AB) هي $(AB) : y = \frac{5}{3}x - \frac{1}{3}$:

لدينا : المعادلة المختصرة لمستقيم (AB) على شكل $y = mx + p$: (AB) :

* / لنحدد m :

$$m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{3 + 2}{2 + 1} = \frac{5}{3}$$

إذن $(AB) : y = \frac{5}{3}x + p$

* / لنحدد p :

لدينا $A(2; 3) \in (AB)$ يعني أن $y_A = \frac{5}{3}x_A + p$ ، أي $3 = \frac{5}{3} \times 2 + p$ و منه فإن $3 = \frac{10}{3} + p$

$$-\frac{1}{3} = p$$

و بالتالي فإن المعادلة المختصرة للمستقيم (AB) هي $(AB) : y = \frac{5}{3}x - \frac{1}{3}$

(3) - لنبين أن النقط A و B و E مستقيمية .
لدينا :

$$\begin{aligned}\frac{5}{3}x_E - \frac{1}{3} &= \frac{5}{3} \times 1 - \frac{1}{3} \\ &= \frac{5}{3} - \frac{1}{3} \\ &= \frac{4}{3}\end{aligned}$$

و بما أن : $y_E = \frac{4}{3}$ فإن : $y_E = \frac{5}{3}x_E - \frac{1}{3}$ و منه فإن : $E \in (AB)$
و بالتالي فإن : النقط A و B و E مستقيمية .

(4) - لنحدد المعادلة المختصرة للمستقيم (D) إطار من $M(-2; 2)$ و العمودي على المستقيم (AB) .
لدينا المعادلة المختصرة للمستقيم (D) على شكل : $y = mx + p$: (D) .

*/ لنحدد m :

لدينا : $(D) \perp (AB)$ يعني أن : $m \times m_{(AB)} = -1$ ، أي : $m \times \frac{5}{3} = -1$

و منه فإن : $m = -\frac{3}{5}$.

إذن : $(D) : y = -\frac{3}{5}x + p$.

*/ لنحدد p :

لدينا : $M(-2; 2) \in (D)$ يعني أن : $y_M = -\frac{3}{5}x_M + p$ ، أي : $2 = -\frac{3}{5} \times (-2) + p$ و منه فإن : $2 = \frac{6}{5} + p$

إذن : $\frac{10}{5} - \frac{6}{5} = p$ ، أي : $\frac{4}{5} = p$

و بالتالي فإن : $(D) : y = -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}$

(5) - لنحدد المعادلة المختصرة للمستقيم (Δ) إطار من $N(1; 1)$ و الموازي للمستقيم (AC) .
لدينا المعادلة المختصرة للمستقيم (Δ) على شكل : $y = mx + p$: (Δ) .

*/ لنحدد m :

لدينا : $(AC) \parallel (\Delta)$ يعني أن : $m = m_{(AC)}$.

و بما أن : $m_{(AC)} = -2$ فإن : $m = -2$

إذن : $(\Delta) : y = -2x + p$.

*/ لنحدد p :

لدينا : $N(1; 1) \in (\Delta)$ يعني أن : $y_N = -2x_N + p$ ، أي : $1 = -2 \times 1 + p$ و منه فإن : $1 = -2 + p$

إذن : $1 + 2 = p$ ، أي : $3 = p$

و بالتالي فإن : $(\Delta) : y = -2x + 3$

6- لنحدد المعادلة المختصرة للمستقيم (L) واسط القطعة $[BC]$.

(L) واسط $[BC]$ يعني أن $(L) \perp (BC)$ و أن (L) يمر من منتصف $[BC]$.

لدينا المعادلة المختصرة للمستقيم (L) على شكل $y = mx + p : (L)$.

*/ لنحدد m :

لدينا $(L) \perp (BC)$ يعني أن $m \times m_{(BC)} = -1$ أي :

$$m \times \frac{y_B - y_C}{x_B - x_C} = -1$$

$$m \times \frac{-2-1}{1+1} = -1$$

$$m \times \frac{-3}{2} = -1$$

$$m = \frac{-1}{\frac{-3}{2}}$$

$$m = \frac{2}{3}$$

إذن $y = \frac{2}{3}x + p : (L)$.

*/ لنحدد p :

لتكن K منتصف $[BC]$. إذن $K\left(\frac{x_B + x_C}{2}; \frac{y_B + y_C}{2}\right)$ ، أي $K\left(\frac{-1+1}{2}; \frac{-2+5}{2}\right)$

إذن $K\left(0; \frac{3}{2}\right)$

$K \in (L)$ يعني أن $y_K = \frac{2}{3}x_K + p$ ، أي $0 = \frac{2}{3} \times \frac{3}{2} + p$

$$-1 = p$$

و بالتالي فإن $(L) : y = \frac{2}{3}x - 1$

تمرين ④ :

(1) -- لتثبت أن $(AB) \perp (CD)$.

لدينا $m_{(AB)} \times m_{(CD)} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} \times \frac{y_C - y_D}{x_C - x_D}$:

$$= \frac{3+1}{3-7} \times \frac{4+2}{8-2}$$

$$= \frac{4}{-4} \times \frac{6}{6}$$

$$= -1 \times 1$$

$$= -1$$

و بالتالي فإن $(AB) \perp (CD)$.

ب) -- لثبت أن : $(BD) \parallel (AC)$.
لدينا :

$$m_{(BD)} = \frac{y_B - y_D}{x_B - x_D} \quad 9 \quad m_{(AC)} = \frac{y_A - y_C}{x_A - x_C}$$

$$= \frac{-1+2}{7-2} \quad = \frac{3-4}{3-8}$$

$$= \frac{1}{5} \quad = \frac{-1}{-5} = \frac{1}{5}$$

إذن : $m_{(AC)} = m_{(BD)}$ و بالتالي فإن : $(BD) \parallel (AC)$.
(2) -- لنحدد a :

لدينا : $(AE) \parallel (BC)$ يعني أن : $m_{(AE)} = m_{(BC)}$ و منه فإن : $\frac{y_A - y_E}{x_A - x_E} = \frac{y_B - y_C}{x_B - x_C}$

$$\frac{-5}{3-a} = \frac{-5}{-1} \quad \text{و منه فإن} \quad \frac{3-8}{3-a} = \frac{-1-4}{7-8}$$

$$-5(3-a) = 5 \quad \text{يعني أن} \quad -15 + 5a = 5$$

$$5a = 5 + 15$$

$$a = \frac{20}{5}$$

$$a = 4$$

إذن : $a = 4$.

ب) -- لنحدد b .

لدينا : $(AF) \perp (BC)$ يعني أن : $m_{(AF)} \times m_{(BC)} = -1$ و منه فإن : $\frac{y_A - y_F}{x_A - x_F} \times \frac{y_B - y_C}{x_B - x_C} = -1$

$$\frac{3-b}{3-8} \times \frac{-5}{-1} = -1 \quad \text{و منه فإن} \quad \frac{3-b}{-5} \times \frac{5}{1} = -1 \quad \text{أي} \quad \frac{5(3-b)}{-5} = -1$$

$$15 - 5b = 5 \quad \text{يعني أن} \quad -5b = 5 - 15$$

$$-5b = -10$$

$$b = \frac{-10}{-5}$$

$$b = 2$$

إذن : $b = 2$.

تمرين ⑤ :

(1) -- لنحدد إحداثيتي E .

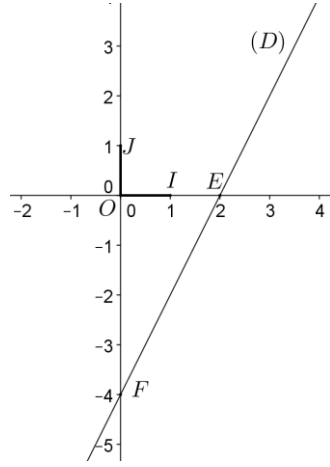
لدينا : E تقاطع (D) و محور الإحداثيات (OI) يعني أن : $E \in (D)$ و $E \in (OI)$ و منه فإن : $\left. \begin{array}{l} y_E = 2x_E - 4 \\ y_E = 0 \end{array} \right\}$

$$\left. \begin{array}{l} 0 = 2x_E - 4 \\ y_E = 0 \end{array} \right\} \text{ و منه فإن} \quad \left. \begin{array}{l} 2x_E = 4 \\ y_E = 0 \end{array} \right\} \text{ أي} \quad \left. \begin{array}{l} x_E = 2 \\ y_E = 0 \end{array} \right\} \text{ و بالتالي فإن} \quad E(2; 0)$$

(2) - لتحديد إحداثيتي F .

لدينا : F تقاطع (D) و محور الأرتيب يعني أن : $\left. \begin{array}{l} F \in (D) \\ F \in (OJ) \end{array} \right\}$ و منه فإن : $\left. \begin{array}{l} y_F = 2x_F - 4 \\ x_F = 0 \end{array} \right\}$

أي : $\left. \begin{array}{l} y_F = 2 \times 0 - 4 \\ x_F = 0 \end{array} \right\}$ و منه فإن : $\left. \begin{array}{l} y_F = -4 \\ x_F = 0 \end{array} \right\}$ و بالتالي فإن : $F(0; -4)$.



(3) - لننشئ المستقيم (D) .

لدينا : $(D) = (EF)$.

تمرين 6 :

(1) - للتحقق من أن المعادلة المختصرة للمستقيم (AB) هي : $y = 2x - 17$: (AB) .

لدينا : $\left. \begin{array}{l} 2x_A - 17 = 2 \times 8 - 17 = 16 - 17 = -1 \\ 2x_B - 17 = 2 \times 7 - 17 = 14 - 17 = -3 \end{array} \right\}$ و بما أن : $\left. \begin{array}{l} y_A = -1 \\ y_B = -3 \end{array} \right\}$ فإن : $\left. \begin{array}{l} y_A = 2x_A - 17 \\ y_B = 2x_B - 17 \end{array} \right\}$

و بالتالي فإن : المعادلة المختصرة للمستقيم (AB) هي : $y = 2x - 17$: (AB) .

(2) - لثبت أن $(\Delta) \perp (AB)$.

لدينا : $(\Delta) : x + 2y - 7 = 0$ يعني أن : $2y = -x + 7$ و منه فإن : $y = \frac{-1}{2}x + \frac{7}{2}$

إذن : $m_{(\Delta)} \times m_{(AB)} = \frac{-1}{2} \times 2 = -1$ و بالتالي فإن : $(\Delta) \perp (AB)$.

(3) - لتحديد قيمة a :

لدينا : (K) و (AB) متوازيان يعني أن : $m_{(K)} = m_{(AB)}$ و منه فإن : $\frac{a-1}{3} = 2$

يعني أن : $a - 1 = 6$ و منه فإن : $a = 6 + 1$ و بالتالي فإن : $a = 7$.