نشاط تمهيدي

تقترح جمعية لاستخراج الزيوت وتسويقها لزبنائها الخدمة التالية : " للاستفادة من كمية معينة من الزيت يجب أداء **200** درهم كواجب للانخراط و **70** درهم عن كل لتر واحد من الزيت " يتوفر كريم على **620** درهم ، ساعد كريم على التعرف على كمية الزيت التي يمكن أن يستفيد منها .

I. المعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

تعريف1

كل متساوية تكتب على شكل $ax+b=0$ بحيث a و b عددان حقيقيان معلومان تسمى معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد x

أمثلة :

$2x+5=0$ و $\sqrt{2}x-\frac{1}{2}=0$ و $2x+8=\sqrt{3}x+1$

معادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

إصطلاح

إيجاد قيم العدد الحقيقي x التي تحقق المتساوية $ax+b=0$ يطلق عليه حل المعادلة $ax+b=0$

. حل معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد .

قاعدة 1

a و b و c ثلاث أعداد حقيقية : $a=b$ ≪ تكافئ ≫ $a+c=b+c$

مثال 1

لنحل المعادلة التالية : $x+\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

لدينا $x+\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

تكافئ $x+\sqrt{3}+\left(-\sqrt{3}\right)=2\sqrt{3}+\left(-\sqrt{3}\right)$

يكافئ $x=2\sqrt{3}-\sqrt{3}$

يكافئ $x=(2-1)\sqrt{3}$

يكافئ $x=\sqrt{3}$

ومنه حل المعادلة $x+\sqrt{3}=2\sqrt{3}$ هو العدد الحقيقي $\sqrt{3}$

مثال 2

لنحل المعادلة $3x-6=4x+\frac{1}{2}$.

لدينا $3x-6=4x+\frac{1}{2}$

يكافئ $3x-6+(-4x)+6=4x+\frac{1}{2}+(-4x)+6$

يكافئ $3x-4x=\frac{1}{2}+6$

يكافئ $-x=\frac{13}{2}$ يكافئ $x=-\frac{13}{2}$

ومنه حل المعادلة $3x-6=4x+\frac{1}{2}$ هو $-\frac{13}{2}$

قاعدة 2

a و b و c ثلاث أعداد حقيقية بحيث $c\neq 0$

$a=b$ ≫ تكافئ ≪ $a\times c=b\times c$

مثال 1

لنحل المعادلة $2x+\sqrt{3}=3\sqrt{3}$

لدينا $2x+\sqrt{3}=3\sqrt{3}$

يكافئ $2x+\sqrt{3}+\left(-\sqrt{3}\right)=3\sqrt{3}+\left(-\sqrt{3}\right)$

يكافئ $2x=3\sqrt{3}-\sqrt{3}$

يكافئ $\frac{1}{2}\times 2x=\frac{1}{2}\times(3-1)\sqrt{3}$

يكافئ $x=\sqrt{3}$

ومنه حل المعادلة $2x+\sqrt{3}=3\sqrt{3}$ هو العدد الحقيقي $\sqrt{3}$

مثال 2

لنحل المعادلة $3(x+2)-7=\frac{1}{2}(x-2)$.

لدينا $3(x+2)-7=\frac{1}{2}(x-2)$

يكافئ $3x+6-7=\frac{1}{2}x-1$

يكافئ $3x-1=\frac{1}{2}x-1$

يكافئ $3x-1+1=\frac{1}{2}x-1+1$

يكافئ $\left(3-\frac{1}{2}\right)x=0$ يكافئ $x=0$

ومنه حل المعادلة $3(x+2)-7=\frac{1}{2}(x-2)$ هو 0

II. معادلات تؤول في حلها إلى معادلات من الدرجة الأولى

قاعدة 3

a و b عددان حقيقيان : $a\times b=0$ تكافئ $a=0$ أو $b=0$

تطبيق 1

حل المعادلات التالية : $(2x-1)(3x+9)=0$ و $4x^2-49=0$ و $2x^2+4\sqrt{2}x+4=0$

الحل

لنحل المعادلة $(2x-1)(3x+9)=0$

لدينا $(2x-1)(3x+9)=0$

يكافئ $3x+9=0$ أو $2x-1=0$

يكافئ $3x+9+(-9)=0+(-9)$

أو $2x-1+1=0+1$

يكافئ $3x=-9$ أو $2x=1$

يكافئ $\frac{1}{3}\times 3x=\frac{1}{3}\times(-9)$ أو $\frac{1}{2}\times 2x=1\times\frac{1}{2}$

يكافئ $x=-3$ أو $x=\frac{1}{2}$

لنحل المعادلة $4x^2-49=0$.

لدينا $4x^2-49=0$

يكافئ $(2x)^2-7^2=0$

يكافئ $(2x+7)(2x-7)=0$

يكافئ $2x+7=0$ أو $2x-7=0$

يكافئ $2x=-7$ أو $2x=7$

يكافئ $x=\frac{-7}{2}$ أو $x=\frac{7}{2}$

ومنه حلي المعادلة $4x^2-49=0$ هما $\frac{-7}{2}$ و $\frac{7}{2}$

لنحل المعادلة $2x^2+4\sqrt{2}x+4=0$.

لدينا $2x^2+4\sqrt{2}x+4=0$

يكافئ $\left(\sqrt{2}x\right)^2+2\times 2\sqrt{2}x+(2)^2=0$

يكافئ $\left(\sqrt{2}x+2\right)^2=0$

يكافئ $\sqrt{2}x+2=0$

يكافئ $\sqrt{2}x+2+(-2)=0+(-2)$

يكافئ $\sqrt{2}x=-2$

يكافئ $\frac{1}{\sqrt{2}}\times\sqrt{2}x=(-2)\times\frac{1}{\sqrt{2}}$

يكافئ $x=-\frac{2}{\sqrt{2}}=-\frac{2\sqrt{2}}{2}=-\sqrt{2}$

ومنه حل المعادلة $2x^2+4\sqrt{2}x+4=0$ هو $-\sqrt{2}$

III. المتراجحات

تعريف1

كل متفاوتة تكتب على شكل $ax+b\le 0$ أو $ax+b\ge 0$ أو $ax+b\prec 0$ أو $ax+b\succ 0$
بحيث a و b عددان حقيقيان معلومان تسمى متراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد x

أمثلة :

$\sqrt{3}x+7\ge 2x-14$ و $2x+\sqrt{2}\le 0$
متراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

إصطلاح

تحديد قيم العدد الحقيقي x التي تحقق المتفاوتة $ax+b\le 0$
$ax+b\le 0$ يطلق عليه حل المتراجحة

. حل متراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد .

قاعدة 4

a و b و c ثلاث أعداد حقيقية : $a\le b$ تكافئ $a+c\le b+c$

تطبيق 2

حل المتراجحتين $x+2\sqrt{3}\le 2x-5\sqrt{3}$ و $4x+6>4(x-3)$ ثم مثل الحلول على مستقيم مدرج.

الحل

. لنحل المتراجحة $x+2\sqrt{3}\le 2x-5\sqrt{3}$

لدينا $x+2\sqrt{3}\le 2x-5\sqrt{3}$

يكافئ $x+2\sqrt{3}+\left(-2\sqrt{3}\right)\le 2x-5\sqrt{3}+\left(-2\sqrt{3}\right)$

يكافئ $x\le 2x-5\sqrt{3}-2\sqrt{3}$

يكافئ $x+(-2x)\le 2x-(5+2)\sqrt{3}+(-2x)$

يكافئ $x-2x\le -7\sqrt{3}$

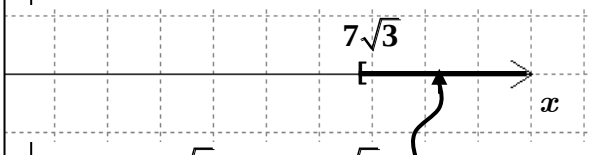
يكافئ $(1-2)x\le -7\sqrt{3}$

يكافئ $-x\le -7\sqrt{3}$

يكافئ $(-1)\times(-x)\ge -7\sqrt{3}\times(-1)$

يكافئ $x\ge 7\sqrt{3}$

ومنه حلول المتراجحة $x+2\sqrt{3}\le 2x-5\sqrt{3}$ هي جميع الأعداد الحقيقية الأكبرمن أو تساوي $7\sqrt{3}$



حلول المتراجحة $x+2\sqrt{3}\le 2x-5\sqrt{3}$

لنحل المتراجحة $4x+6>4(x-3)$

لدينا $4x+6>4(x-3)$

يكافئ $4x+6>4x-12$

يكافئ $4x+6+(-6)>4x-12+(-6)$

يكافئ $4x>4x-18$

يكافئ $4x+(-4x)>4x-18+(-4x)$

يكافئ $0>-18$

بما أن المتفاوتة $0>-18$ صحيحة كيفما كان العدد الحقيقي x فإن مجموعة حلول المتراجحة $4x+6>4(x-3)$ هي جمع الأعداد لحقيقية

– تمثيل مجموعة حلول المتراجحة على مستقيم مدرج

في هذه الحالة أفاصيل جميع نقط المستقيم المدرج تمثل حلا للمتراجحة $4x+6>4(x-3)$

قاعدة 5

a و b و c ثلاث أعداد حقيقية بحيث $c \neq 0$

إذا كان $a \leq b$ و $c > 0$ فإن $a \times c \leq b \times c$

إذا كان $a \leq b$ و $c < 0$ فإن $a \times c \geq b \times c$

تطبيق 3

حل المتراجحتين $2x - 2(2x+1) < -2x - 9$ و $3x + 7 \geq 2(4x+5)$ ثم مثل الحلول على مستقيم مدرج.

الحل

لنحل المتراجحة $2x - 2(2x+1) < -2x - 9$

لدينا $2x - 2(2x+1) < -2x - 9$

يكافئ $2x - 4x - 2 < -2x - 9$

يكافئ $(2-4)x - 2 < -2x - 9$

يكافئ $-2x - 2 < -2x - 9$

يكافئ $-2x - 2 + 2x + 2 < -2x - 9 + 2x + 2$

يكافئ $0 < -9 + 2$

يكافئ $0 < -7$

المتفاوتة $0 < -7$ مستحيلة لأن العدد الحقيقي -7 سالب ، في هذه الحالة نقول أن المتراجحة $2x - 2(2x+1) < -2x - 9$ لا تقبل حلا حقيقيا و يمكن أن نعبر عن ذلك بالكتابة $S = \varnothing$ حيث S يرمز لمجموعة حلول المتراجحة $2x - 2(2x+1) < -2x - 9$ و $\varnothing$ يرمز للمجموعة الفارغة

. لنحل المتراجحة $3x + 7 \geq 2(4x+5)$

لدينا $3x + 7 \geq 2(4x+5)$

يكافئ $3x + 7 \geq 2 \times 4x + 5 \times 2$

يكافئ $3x + 7 \geq 8x + 10$

يكافئ $3x + 7 + (-7) + (-8x) \geq 8x + 10 + (-7) + (-8x)$

يكافئ $3x + (-8x) \geq 10 + (-7)$

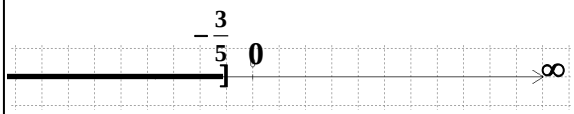
يكافئ $(3-8)x \geq 3$

يكافئ $-5x \geq 3$

يكافئ $\frac{1}{-5} \times (-5)x \leq \frac{1}{-5} \times 3$

يكافئ $x \leq -\frac{3}{5}$

ومنه حلول المتراجحة $3x + 7 \geq 2(4x+5)$ هي جميع الأعداد الحقيقية الأصغر من أوتساوي $-\frac{3}{5}$



IV. حل المسائـــــــل

غالبا ما يصادف الفرد في حياته بعض المسائل سواء في الحياة اليومية أو المهنية أو الدراسية ، و يستعصي عليه حلها ، فيقف متسائلا عن طرق حلها ، إليك أيها التلميذ منهجية تساعدك على حل مسائلك :

1. قراءة المسألة قراءة جيدة و متأنية حتى استعاب المشكل المطروح
2. إختيار المجهول المناسب
3. وضع المسألة في صيغة رياضية
4. حل المسألة

مثال 1

من أجل أن يجتاز عمر إمتحانا مهنيا اشترط عليه المسؤولون حل المسألة التالية : عمر أب هو **50** سنة و أعمار أبناءه الثلاثة هي **10** سنوات ، **13** سنة و **15** سنة . في كم سنة يصبح عمر الأب مساويا لمجموع أعمار أبنائه؟ ساعد عمر في الوصول إلى الحل

الحل

1 . إختيار المجهول

ليكن x هو عدد السنوات التي سيصبح فيها عمر الأب مساويا لمجموع أعمار أبنائه

2 . وضع المسألة في صيغة رياضية

بعد مرور x سنة سيصبح الأعمار كما يلي :

. عمر الأب : $x+50$

. أعمار الأبناء هي : $x+10$ و $x+13$ و $x+15$

بعد مرور x سنة يمكن التعبير عن معطيات المسألة كمايلي :

عمر الأب يساوي مجموع أعمار الأبناء أي

$x+10+x+13+x+15=x+50$

تكافئ $3x+38=x+50$

3 . حل المسألة

لدينا $3x+38=x+50$ يكافئ

$3x+38+(-38)+(-x)=x+50+(-38)+(-x)$

يكافئ $3x+(-x)=50+(-38)$

يكافئ $(3-1)x=12$ يكافئ $2x=12$

يكافئ $\frac{1}{2}\times 2x=\frac{1}{2}\times 12$ يكافئ $x=6$

ومنه عدد السنوات التي سيصبح فيها عمر الأب مساويا لمجموع أعمار أبنائه هو **6**

4 . الرجوع إلى المسألة

بعد مرور 6 سنوات سيصبح

. عمر الأب هو : 56

. مجموع أعمار الأبناء : $16+19+21=56$

مثال 2

A و B و C ثلاث نقط من المستوى حيث : $AB=x+4$ و $AC=5$ و $BC=2x+1$ حدد قيم x من أجل أن يكون ABC مثلث يمكن إنشاءه.

1 . إختيار المجهول

في هذه الحالة المجهول هو العدد الحقيقي x

2 . وضع المسألة في صيغة رياضية

من أجل التحقق من إمكانية إنشاء المثلث يجب التأكد من أن مجموع طولي ضلعين في المثلث أكبر من طول الضلع الثالث : أي

$AB+BC\geq AC$ و $AB+AC\geq BC$ و $CB+AC\geq AC$

ومنه $x+4+2x+1\geq 5$ و $x+4+5\geq 2x+1$

و $5+2x+1\geq x+4$

3 . حل المسألة

لدينا $x+4+2x+1\geq 5$ و $x+4+5\geq 2x+1$

و $5+2x+1\geq x+4$

يكافئ $3x+5\geq 5$ و $x+9\geq 2x+1$

و $2x+6\geq x+4$

يكافئ $3x+5-5\geq 5-5$ و $x-2x\geq 1-9$

و $2x-x\geq -6+4$

يكافئ $3x\geq 0$ و $-x\geq -8$ و $x\geq -2$

يكافئ $x\geq 0$ و $x\leq 8$ و $x\geq -2$

يكافئ $0\leq x\leq 8$

ومنه جميع الأعداد الحقيقية الموجبة و الأصغر من أو تساوي العدد الحقيقي 8 تمكن من إنشاء المثلث ABC

4 . الرجوع إلى المسألة

يمكن أخذ قيم تحقق الشرط أعلاه (بين **0** و **8**) ثم التحقق من المتفاوتات المثلثية .