مادة الرياضيات 3AC

المعادلات و المتراجحات

أهم فقرات الدرس

I _ المعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد :

1) – تعريف :

a و b و x أعداد حقيقية .
كل متساوية على شكل : $ax+b=0$
تسمى معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد هو x .
العدد الحقيقي x الذي يحقق إحدى المعادلتين

1) – مثال :

كل من الكتابات :

$$\sqrt{3}.x-\sqrt{2}=5 \quad ;; \quad 2x+11=0$$
$$\frac{1}{2}x-5=-\frac{2}{3} \quad ;; \quad -7-5x=1$$

تسمى معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد و هو x .

2) – حل المعادلة $ax+b=0$:

* / بصفة عامة :

أ) -- إذا كان : $a\neq 0$ و $b\neq 0$ فإن : للمعادلة $ax+b=0$ حلا وحيدا هو $\frac{-b}{a}$.

ب) -- إذا كان : $a\neq 0$ و $b=0$ فإن : للمعادلة $ax+b=0$ حلا وحيدا هو العدد 0 .

ج) -- إذا كان : $a=0$ و $b=0$ فإن : للمعادلة $ax+b=0$ عدة حلول .

د) -- إذا كان : $a=0$ و $b\neq 0$ فإن : المعادلة $ax+b=0$ ليس لها حلا .

* / تقنيات :

عند إزالة عدد من إحدى طرفي معادلة نضيف مقابله إلى الطرف الآخر

* / أمثلة :

1) – حل المعادلة : $2x+3=0$.

المعادلة $2x+3=0$ تكافئ على التوالي :

$$2x=-3$$
$$x=\frac{-3}{2}$$

إذن العدد $\frac{-3}{2}$ هو حل المعادلة $2x+3=0$.

2) – حـل المعادلة : $4x-5=4x-5$.

المعادلة $4x-5=4x-5$ تكافئ على التوالي

$$4x-4x=5-5$$
$$0x=0$$

إذن جميع الأعداد الحقيقية حل للمعادلة $4x-5=11$.

3) – حـل المعادلة : $x\sqrt{3}-7=0$.

المعادلة $x\sqrt{3}-7=0$ تكافئ على التوالي :

$$x\sqrt{3}=7$$
$$x=\frac{7}{\sqrt{3}}$$
$$x=\frac{7\sqrt{3}}{3}$$

إذن العدد $\frac{7\sqrt{3}}{3}$ هو حـل المعادلة $x\sqrt{3}-7=0$

4) – حـل المعادلة : $5x+7=-2+5x$.

المعادلة $5x+7=-2+3x$ تكافئ على التوالي :

$$5x-5x=-2-7$$
$$0x=-9$$

إذن المعادلة $5x+7=-2+3x$ ليس لها حـل .

5) – حـل المعادلة : $2x+2=3x+2$.

المعادلة $2x+2=3x+2$ تكافئ على التوالي :

$$2x-3x=2-2$$
$$2x-3x=0$$
$$-x=0$$
$$x=0$$

إذن العدد 0 هو حـل المعادلة $5x+7=-2+3x$

3) – حل المعادلة $(ax+b)(cx+d)=0$:

* / بصفة عامة :

a و b عددان حقيقيان معلومان .

حلول المعادلة $(ax+b)(cx+d)=0$ هي حلول المعادلتين :

$(ax+b)=0$ و $(cx+d)=0$

* / مثال :

حل المعادلة : $(2x+4)(-3x-5)=0$.

المعادلة $(2x+4)(-3x-5)=0$ تكافئ على التوالي :

$2x+4=0$ أو $-3x-5=0$

$2x=-4$ ، $-3x=5$

$x=\frac{-4}{2}$ ، $x=\frac{5}{-3}$

$x=-2$

إذن للمعادلة حلين هما : -2 و $\frac{5}{-3}$

4) – حل المعادلة $x^2 = a$:

* / بصفة عامة :

* / إذا كان : $a > 0$ فإن المعادلة $x^2 = a$ تقبل حلين هما : $\sqrt{a}$ و $-\sqrt{a}$.
* / إذا كان : $a = 0$ فإن لمعادلة $x^2 = a$ تقبل حلا وحيدا هو العدد 0 .
* / إذا كان : $a < 0$ فإن المعادلة $x^2 = a$ لا تقبل أي حل .

* / أمثلة :

1) – حل المعادلة : $x^2 = 5$.

سيكون لدينا : $x = \sqrt{5}$ أو $x = -\sqrt{5}$
إذن المعادلة $x^2 = 5$ تقبل حلين هما : $\sqrt{5}$ و $-\sqrt{5}$.

2) – حل المعادلة : $2x^2 = -6$.

المعادلة $2x^2 = -6$ تكافئ على التوالي :

$$x^2 = -\frac{6}{2}$$
$$x^2 = -3$$

إذن المعادلة $2x^2 = -6$ ليس لها حل .

3) – حل المعادلة : $2x^2 + 5 = x^2 + 5$.

المعادلة $2x^2 + 5 = x^2 + 5$ تكافئ على التوالي :

$$2x^2 - x^2 = 5 - 5$$
$$x^2 = 0$$
$$x = 0$$

إذن للمعادلة $2x^2 + 5 = x^2 + 5$ حلا وحيدا هو العدد 0 .

5) – المعادلات و النشر :

1) – حل المعادلة : $2(3x+2) - 5(x-1) = 0$.

المعادلة $2(3x+2) - 5(x-1) = 0$ تكافئ على التوالي :

$$6x + 4 - 5x + 5 = 0$$
$$6x - 5x = -4 - 5$$
$$x = -9$$

إذن العدد -9 هو حل المعادلة $2(3x+2) - 5(x-1) = 0$.

2) – حـل المعادلة : $-3(2x+1)=x+2(-x-2)$.

المعادلة $-3(2x+1)=x+2(-x-2)$ تكافئ على التوالي :

$$-6x-3=x-2x-4$$
$$-6x-x+2x=-4+3$$
$$-5x=-1$$
$$x=\frac{-1}{-5}$$
$$x=\frac{1}{5}$$

إذن حـلأ هذه االمعادلة هو العدد $\frac{1}{5}$.

6) – المعادلات و التعميـل :

1) – حـل المعادلة : $(x+2)(3x-1)+(x+2)(-4x+5)=0$.

المعادلة $(x+2)(3x-1)+(x+2)(-4x+5)=0$ تكافئ على التوالي :

$$(x+2)\left[(3x-1)+(-4x+5)\right]=0$$
$$(x+2)(3x-1-4x+5)=0$$
$$(x+2)(-x+4)=0$$
$$x+2=0 \quad \text{أو} \quad -x+4=0$$
$$x=-2 \quad \text{أو} \quad -x=-4$$
$$x=4$$

إذن المعادلة $(x+2)(3x-1)+(x+2)(-4x+5)=0$ تقبل حلين هما : -2 و -4 .

2) – حـل المعادلة : $25x^2+30x+9=0$.

المعادلة $25x^2+30x+9=0$ تكافئ على التوالي :

$$(5x)^2+30x+3^2=0$$
$$(5x+3)^2=0$$
$$5x+3=0$$
$$5x=-3$$
$$x=\frac{-3}{5}$$

إذن حـل هذه المعادلة هو العدد $\frac{-3}{5}$.

II _ حـل المسائل :

1) – قاعدة :

لحـل مسألة نتبع الخطوات الآتية :
1) – اختيار المجهول .
2) – صياغة المعادلة .
3) – حـل المعادلة .
4) – التحقق من الحل .
5) – الرجوع إلى المسألة .

2) – مثال :

حصان يحمل على ظهره 5 أكياس و 20 kg من القمح و3 أكيسان و 10 kg من الذرة، و جمل يحمل 3 أكياس و 80 kg من القمح و كيسان (2) و 50 kg من الشعير .
فأجهد ذلك على الجمل فقال له الحصان : كيف تشعر بالتعب و نحن نحمل نفس الوزن ؟
إذن ، إذا علمت أن الكيس الواحد من الشعير يزيد عن الكيس الواحد من القمح ب 10 kg، فما هو وزن الكيس الواحد من كـل نوع ؟

الحـل :

1) – اختيار المجهول :

ليكن x وزن الكيس الواحد من القمح .

2) – صياغة المعادلة :

بما أن x هو وزن الكيس الواحد من القمح فإن $(x+10)$ هو وزن الكيس الواحد من الشعير .
إذن : -- الوزن الذي يحمله الحصان هو : $(5x+20)+\left[3(x+10)+10\right]$.
-- الوزن الذي يحمله الجمل هو : $(3x+80)+\left[2(x+10)+50\right]$.
و بما أن الحصان و الجمل يحملان نفس الوزن فستكون لدينا المعادلة الآتية :

$$(5x+20)+\left[3(x+10)+10\right]=(3x+80)+\left[2(x+10)+50\right]$$

3) – حـل المعادلة :

المعادلة $(5x+20)+\left[3(x+10)+10\right]=(3x+80)+\left[2(x+10)+50\right]$ تكافئ على التوالي :

$$3x+80+2x+20+50=5x+20+3x+30+10$$
$$3x+2x-5x-3x=20+30+10-80-20-50$$
$$-3x=-90$$
$$x=\frac{-90}{-3}$$
$$x=30$$

4) – التحقق من الحـل :

$$\begin{aligned}(5x+20)+\left[3(x+10)+10\right] &= 5\times 30+20+3(30+10)+10\\ &= 150+20+3\times 40+10\\ &= 150+20+120+10\\ &= 300\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3x+80)+\left[2(x+10)+50\right] &= 3\times 30+80+2(30+10)+50\\ &= 90+80+2\times 40+50\\ &= 90+80+80+50\\ &= 300\end{aligned}$$

إذن العدد 30 هو حـل المعادلة $(5x+20)+\left[3(x+10)+10\right] = (3x+80)+\left[2(x+10)+50\right]$

5) – الرجوع إلى المسألة :

وزن الكيس الواحد من القمح هو : 30 kg .

وزن الكيس الواحد من الذرى هو : 40 kg .

II _ المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحـد :

1) – تعريف :

a و b و x أعداد حقيقية .

كل متفاوتة على شكـل : $ax+b>0$ أو $ax+b\geq 0$ أو $ax+b<0$ أو $ax+b\leq 0$

تسمى متراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد هو x.

2) – أمثلـة :

المتفاوتات : $2x+5<0$ و $\sqrt{2}.x-5>0$ و $\frac{1}{2}x-11\leq 0$ و $3x+3\geq 0$

تسمى متراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد هو x .

* / ملاحظة هامة :

الأعداد الحقيقية التي تحقق متراجحة تسمى حلول هذه المتراجحة .

3) – حـل متراجحة :

1) – حـل المتراجحة : $3x+2<0$.

المتراجحة $3x+2<0$ تكافئ على التوالي :

$$3x<-2$$

$$x<\frac{-2}{3}$$

الأعداد الحقيقية الأصغر قطعا من $\frac{-2}{3}$ هي حلول المتراجحة $3x+2<0$.

2) – حـل المتراجحة : $-x+4 \le 2x-2$.

المتراجحة $-x+4 \le 2x-2$ تكافئ على التوالي :

$$-x-2x \le -2-4$$

$$-3x \le -6$$

$$x \ge \frac{-6}{-3}$$

$$x \ge 2$$

الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي 2 هي حـلول المتراجحة $-3x+4 \le 2x-2$.

* / تمثيل الحـلول على مستقيم مدرج :