مبـــــرهنة فيتاغـــــورس

نشاط تمهيدي

نعتبر الشكل جانبه بحيث ABC مثلث قائم الزاوية في B .

و H المسقط العمودي لـ B على $[AC]$ و $AB+AC=7.5$.

1 – أحسب AC بدلالة x . $(x<7.5)$

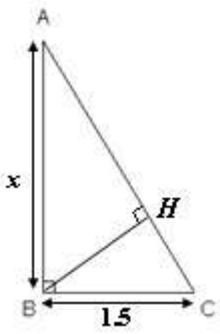
2 – حدد قيمة x

3 – بين أن $BH\times AC=AB\times BC$

4 – استنتج BH بدلالة x.

5 – بين أن $AB^2=AH\times AC$ و $BC^2=CH\times AC$.

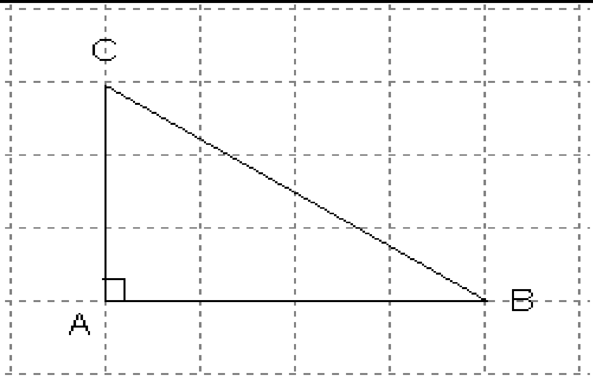
6 – استنتج تعبير CH و AH بدلالة x.



I. مبرهنة فيتاغورس المباشرة:

خاصية 1

إذا كان مثلث قائم الزاوية فإن مربع الوتر يساوي مجموع مربعي ضلعي الزاوية القائمة.

المعطيـــــات	النتـــــائج
	– الوتر هو : $[BC]$ – ضلعي الزاوية القائمة هما : $[AB]$ و $[AC]$ علاقة فيتاغورس هي: $BC^2=AB^2+AC^2$

ملاحظة

إذا كان ABC مثلث قائم الزاوية في A فإن :

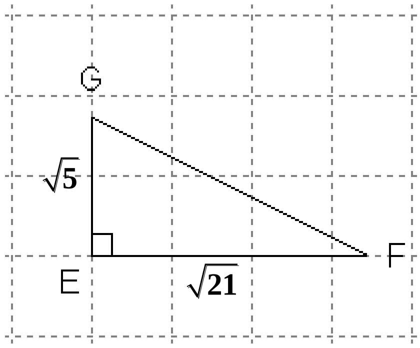
$AB^2=BC^2-AC^2$ و $AC^2=BC^2-AB^2$

تطبيق1

EFG مثلث قائم الزاوية في E بحيث $EG=\sqrt{5}$ و $EF=\sqrt{21}$.

أحسب FG .

الحل



لدينا EFG قائم الزاوية في الرأس E .

حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة لدينا $FG^2 = EF^2 + EG^2$

تطبيق عددي : $FG^2 = \left(\sqrt{21}\right)^2 + \left(\sqrt{5}\right)^2$.

يعني $FG^2 = 21+5$

يعني $FG^2 = 26$

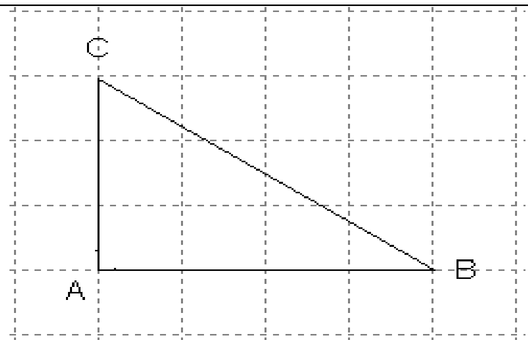
وبمأن $FG > 0$ فإن $FG = \sqrt{26}$

ملاحظة: تستعمل مبرهنة فيتاغورس المباشرة لحساب الأطوال. .

II. مبرهنة فيتاغورس العكسية

خاصية 2

إذا كان مجموع مربعي طولي ضلعين في مثلث يساوي مربع طول الضلع الثالث فإن المثلث قائم الزاوية.

المعطيـــــــات	النتـــــــائج
 المثلث يحقق علاقة : $BC^2 = AB^2 + AC^2$	– الوتر هو : $[BC]$ – ضلعي الزاوية القائمة هما : $[AB]$ و $[AC]$ – المثلث ABC قائم الزاوية في الرأس A

يمكنك البرهان على الخاصية (الإستعانة بخاصيات شبه المنحرف و مساحة المثلث)

تطبيق2

IJK مثلث بحيث $JK = \sqrt{19}$ و $IJ = 4$ و $KI = \sqrt{3}$. بين أن المثلث IJK قائم الزاوية .

الجواب

لدينا $JK^2 = \left(\sqrt{19}\right)^2 = 19$ و $IJ^2 + KI^2 = 4^2 + \left(\sqrt{3}\right)^2 = 16+3 = 19$ إذن $IJ^2 + KI^2 = KJ^2$

ومنه حسب مبرهنة فيتاغورس العكسية المثلث IJK القائم الزاوية في I

ملاحظة: تستعمل مبرهنة فيتاغورس العكسية لإثبات التعامد. .