

معادلة مستقيم

نشاط تمهيدي

نعتبر الدالة التآلفية المعرفة كما يلي : $f(x) = 2x - 1$ و (D) تمثيلها في معلم متعامد ممنظم

(O, I, J)

1- هل النقط $A(0; -1)$ و $B(-1; -3)$ تنتمي إلى (D) .

2- أنشئ التمثيل المبياني (D) للدالة f في المعلم (O, I, J) .

3- لتكن $M(x; y)$ نقطة من المستقيم (D) حيث M تخالف A و B .

أ - بين أن $\frac{y - y_A}{x - x_A} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.

ب- استنتج أن $y = 2x - 1$.

I. المعادلة المختصرة لمستقيم

تعريف 1

ليكن (O, I, J) معلما متعامدا ممنظما .

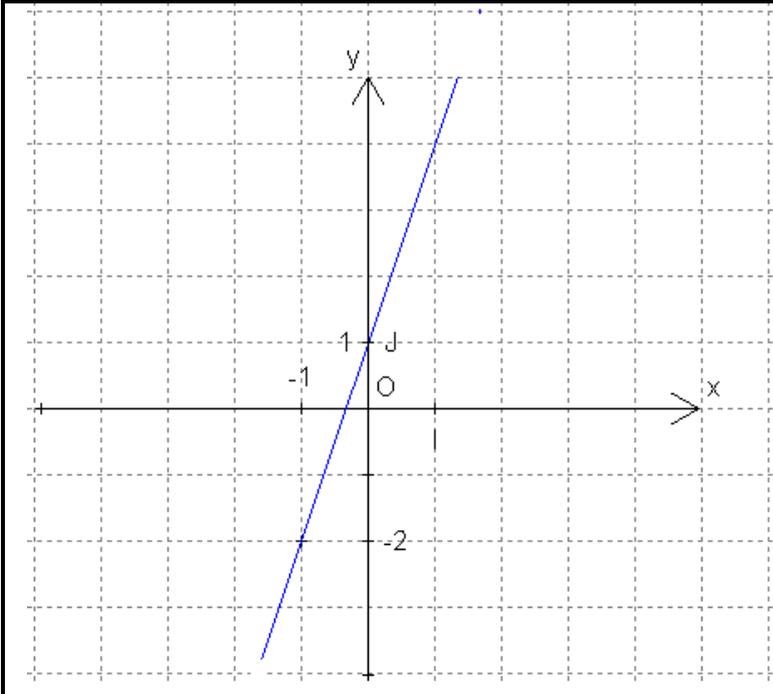
المعادلة المختصرة لمستقيم (D) لا يوازي محور الأرتاب تكتب على شكل $y = mx + p$

العدد m يسمى **المعامل الموجه أو ميل المستقيم** (D) .

العدد p يسمى **الأرتوب عند الأصل**.

1 - إنشاء مستقيم معرف بمعادلته المختصرة .

$(D) : y = 3x + 1$



نعتبر المستقيم (D) المعروف بالمعادلة

$y = 3x + 1$ لإنشاء المستقيم

(D) في معلم متعامد ممنظم

(O, I, J) يكفي تحديد نقطتين

مختلفتين منه.

نأخذ $x = 0$ نحصل على $y = 1$

نأخذ $x = -1$ نحصل على

$y = -2$

x	0	-1
y	1	-2

النقطتين $M(0,1)$ و $N(-1,-2)$

(D)

(D) مستقيم معرف بالمعادلة $y = mx + p$ و نقطة من المستوى $A(x_A; y_A)$.

$$y_A = mx_A + p \quad \text{يعني} \quad A \in (D)$$

تطبيق 1

نعتبر المستقيم (D) المعرف بالمعادلة $y = 3x - 8$.

1 - هل النقطة $A(2, 0)$ تنتمي إلى المستقيم (D).

2 - علما أن النقطة $M(2a, a)$ تنتمي إلى المستقيم (D)، حدد العدد الحقيقي a .

الحل

1 - هل النقطة $A(2, 0)$ تنتمي إلى المستقيم

(D).

$$\text{لدينا} \quad 3x_A - 8 = 3 \times 2 - 8 = 6 - 8 = -2$$

$$\text{بما أن} \quad y_A = 0 \quad \text{فإن} \quad y_A \neq 3x_A - 8$$

ومنه النقطة A لا تنتمي إلى المستقيم (D)

. لنحدد قيمة العدد الحقيقي a .

$$\text{لدينا} \quad M(2a; a) \in (D)$$

$$y_M = 3x_M - 8 \quad \text{يكافئ}$$

$$a = 3 \times 2a - 8 \quad \text{يكافئ}$$

$$a = 6a - 8 \quad \text{يكافئ}$$

$$8 = 6a - a \quad \text{يكافئ}$$

$$5a = 8 \quad \text{يكافئ}$$

$$a = \frac{8}{5} \quad \text{يكافئ}$$

2. تحديد المعادلة المختصرة لمستقيم يمر من نقطتين مختلفتين .

خاصية 1

إذا كانت $A(x_A; y_A)$ و $B(x_B; y_B)$ نقطتين مختلفتين من المستقيم الذي معادلته $y = mx + p$

$$\text{فإن} \quad m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \quad \text{مع} \quad x_B \neq x_A$$

تطبيق 2

حدد المعادلة المختصرة للمستقيم (D) المار من النقطتين $A(0; -1)$ و $B(3; 5)$

2 - لنحدد الأرتوب عند الأصل p

$$\text{لدينا} \quad A \in (D)$$

$$y_A = mx_A + p \quad \text{يكافئ}$$

$$-1 = 2 \times 0 + p \quad \text{ت. ع}$$

$$p = -1 \quad \text{يكافئ}$$

ومنه المعادلة المختصرة للمستقيم (D) هي

$$y = 2x - 1$$

. لنحدد المعادلة المختصرة للمستقيم (D)

نعلم أن المعادلة المختصرة للمستقيم (D)

$$\text{تكتب على شكل} \quad y = mx + p$$

1 - لنحدد المعامل الموجه m

$$\text{نعلم أن} \quad m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

(لأن $A \in (D)$ و $B \in (D)$)

$$\text{ت. ع} \quad m = \frac{5 - (-1)}{3 - 0} = \frac{6}{3} = 2$$

II. تعامد و توازي مستقيمين

1 - شرط توازي مستقيمين.

خاصية 2

ليكن (D) و (Δ) مستقيمين بحيث $(D) : y = mx + p$ و $(\Delta) : y = m'x + p'$ و
 $m = m'$ إذا فقط إذا كان $(D) // (\Delta)$

تطبيق 3

1- ليكن (D) و (Δ) مستقيمين بحيث $(D) : y = (\beta + 1)x + 3$ و $(\Delta) : y = (2\beta + 4)x + 15$
 (Δ)
علما أن $(D) // (\Delta)$. بين أن $\beta = -3$

(D) $A(1, -2)$ (D')

الحل

. تحديد المعامل m
لدينا $(D) // (\Delta)$
إذن $m = \beta + 1 = -3 + 1 = -2$
. تحديد الأرتوب عند الأصل p
لدينا $A \in (D')$ يكافئ $y_A = mx_A + p$
تطبيق عددي $-2 = -2 \times 1 + p$
يكافئ $-2 = -2 + p$
يكافئ $p = 2 - 2 = 0$
ومنه المعادلة المختصرة ل (D') هي $y = -2x$

1. لنحدد العدد الحقيقي β
لدينا $(D) // (\Delta)$
يكافئ للمستقيمين (D) و (Δ) نفس الميل
يكافئ $\beta + 1 = 2\beta + 4$
يكافئ $2\beta - \beta = 1 - 4$
يكافئ $\beta = -3$
2 - المعادلة المختصرة للمستقيم (D')
نعلم أن المعادلة المختصرة للمستقيم (D')
تكتب على شكل $y = mx + p$

2 - شرط تعامد مستقيمين.

خاصية 3

ليكن (O, I, J) معلما متعامدا منظمًا . (D) و (Δ) مستقيمان بحيث :
 $(\Delta) : y = m'x + p'$ و $(D) : y = mx + p$
 $m \times m' = -1$ إذا فقط إذا كان $(D) \perp (\Delta)$

تطبيق 4

المستوى منسوب إلى معلم متعامد منظم (O, I, J) ، (D) المستقيم المعرف بالمعادلة :
 $y = -4x + 3$
1 - حدد المعادلة المختصرة للمستقيم (Δ) المار من النقطة $A(0; -1)$ و العمودي على المستقيم (D) .
2 - نعتبر المستقيم (D') المعرف بالمعادلة $x - 4y - 1 = 0$ ، بين أن $(D') \perp (D)$

ومنه المعادلة المختصرة للمستقيم (Δ) هي:

$$y = -\frac{1}{4}x - 1$$

2 - لنبين أن $(D') \perp (D)$

لدينا المستقيم (D') المعرف بالمعادلة:

$$x - 4y - 1 = 0$$

$$-4y = -x + 1 \quad \text{المعادلة تكافئ}$$

$$y = \frac{1}{4}x - \frac{1}{4} \quad \text{تكافئ}$$

ومنه ميل المستقيم (D') هو $\frac{1}{4}$.

$$\frac{1}{4} \times (-4) = -1 \quad \text{و بما أن}$$

$$(D') \perp (D) \quad \text{فإن}$$

1- نعلم أن المعادلة المختصرة للمستقيم (Δ)

$$y = mx + p \quad \text{تكتب على شكل}$$

- لنحدد المعامل الموجه m

$$y = -4x + 3 \quad \text{لدينا } (\Delta) \perp (D) \text{ بحيث}$$

(D) :

$$4 \times m = -1 \quad \text{يكافئ}$$

$$m = -\frac{1}{4} \quad \text{يكافئ}$$

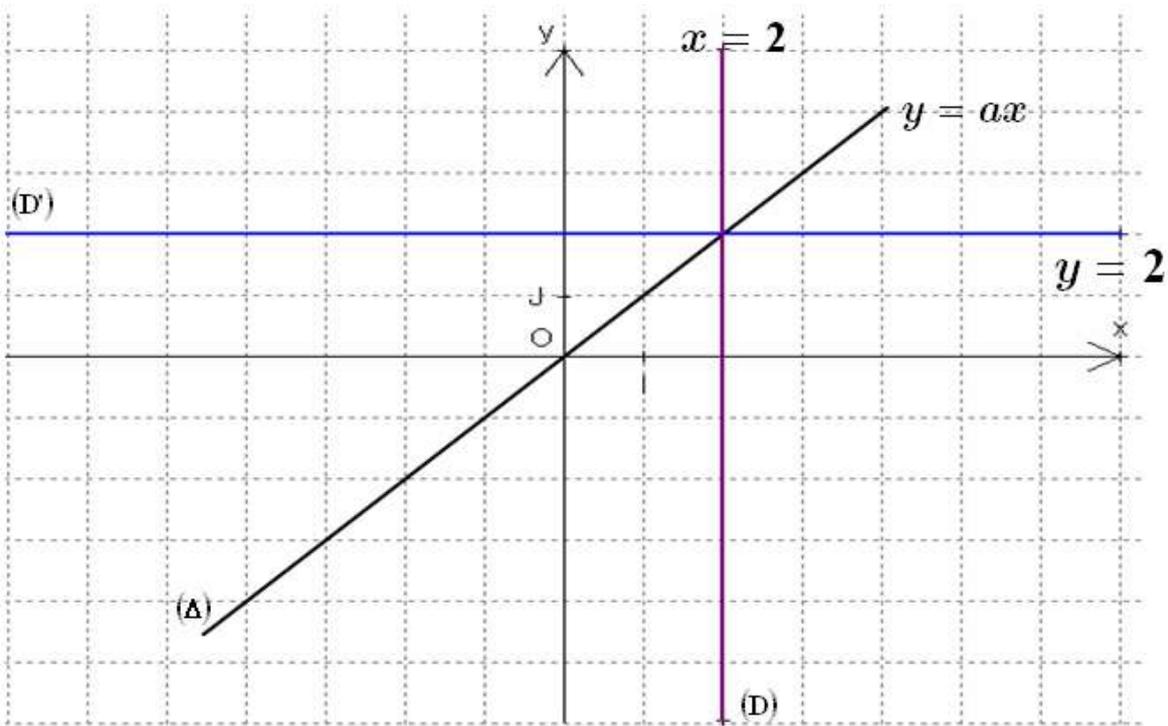
- لنحدد الأرتوب عند الأصل p

لدينا $A \in (\Delta)$

$$y_A = mx_A + p \quad \text{يكافئ}$$

$$-1 = -\frac{1}{4} \times 0 + p \quad \text{ت.ع}$$

III. حالات خاصة $p = -1$.



- معادلة محور الأفاصيل هي : $y = 0$

- معادلة محور الأرتيب هي : $x = 0$

- معادلة المستقيم (Δ) المار من أصل المعلم تكتب على شكل $y = ax$

- معادلة المستقيم الموازي لمحور الأفاصيل و المار من النقطة $M(a; b)$ هي $y = b$

- معادلة المستقيم الموازي لمحور الأرتيب و المار من النقطة $M(a; b)$ هي $x = a$