Prof jamal

الدرس ①: المعادلات والمتراجحات

المعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

تعريف: كل متساوية على شكل $ax+b=0$ تسمى معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد.

حل المعادلة:

* في معادلة، يمكن تحويل حد من طرف إلى الطرف الآخر شريطة تغيير إشارة هذا الحد.
* لحل معادلة، نضع الحدود التي تحتوي على المجهول في طرف والحدود المعلومة في الطرف الآخر بتطبيق القاعدة السابقة.

حالات وتقنيات الحل

① معادلات من نوع $ax+b=c$

المعادلة $-3x+4=0$ تكافئ على التوالي
$-3x=-4$
$x=\frac{-4}{-3}=\frac{4}{3}$
حل هذه المعادلة هو العدد $\frac{4}{3}$

② معادلة من نوع $(ax+b)(cx+d)=0$

خاصية: الجداء المنعدم
المعادلة $(ax+b)(cx+d)=0$ تكافئ
$ax+b=0$ أو $cx+d=0$

المعادلة $(2x-7)(3x+1)=0$ تكافئ على التوالي
$2x-7=0$ أو $3x+1=0$
$2x=7$ أو $3x=-1$
$x=\frac{7}{2}$ أو $x=\frac{-1}{3}$
حلي هذه المعادلة هما العددان $\frac{7}{2}$ و $\frac{-1}{3}$

③ معادلات تحتوي على كسور: نوحد المقام

④ معادلات من نوع $x^2=a$: حسب إشارة العدد a

⑤ حل معادلة بالتحليل إذا وجد عامل مشترك ثم تطبيق الجداء المنعدم

⑥ حل معادلة بالنشر إذا لم يوجد عامل مشترك

* المعادلة $3(2x-1)=6x+7$ تكافئ على التوالي
$6x-3=6x+7$
$6x-6x=7+3$
$0x=10$
إذن هذه المعادلة ليس لها حل

* المعادلة $2x+5=2\cdot(x+1)+3$ تكافئ على التوالي
$2x+5=2x+2+3$
$2x-2x=5-5$
$0x=0$
وبالتالي جميع الأعداد الحقيقية هي حلول لهذه المعادلة.

المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

تعريف: كل متفاوتة على الشكل $ax+b<0$ أو $ax+b\leq 0$ تسمى متراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد

ملاحظات:
* يمكن للمتراجحة أن تحتوي على أحد الرمزين $<$ أو $\leq$
* حل متراجحة هو إيجاد قيم x التي تحقق المتراجحة

حل المتراجحة:

الحالة ①: إذا كان $a>0$
فإن حلول المتراجحة $ax+b\leq 0$ هي $x\leq -\frac{b}{a}$
لا نقلب الرمز
المتراجحة $4x-5\leq 2x+3$ تكافئ على التوالي
$4x-2x\leq 3+5$
$2x\leq 8$
$x\leq \frac{8}{2}$
$x\leq 4$
إذن حلول هذه المتراجحة هي الأعداد الحقيقية الأصغر أو تساوي 4

الحالة ②: إذا كان $a<0$
حلول المتراجحة $ax+b\leq 0$ هي $x\geq -\frac{b}{a}$
نقلب الرمز
المتراجحة $2x-6>7x-1$ تكافئ على التوالي
$2x-7x>-1+6$
$-5x>5$
$x<\frac{5}{-5}$
$x<-1$
حلول هذه المتراجحة هو جميع الأعداد الحقيقية الأصغر قطعا من -1.

الحالة ③: متراجحات لا تقبل حلا
المتراجحة $\frac{2x-5}{3}-\frac{x+1}{2}\geq \frac{x}{6}$ تكافئ
نجد $0\geq 13$
وهذا غير ممكن
إذن المتراجحة ليس لها حل

الحالة ④: متراجحات لها حلول تعاقبية
المتراجحة $5(2x-1)-7x<3(x+1)$ تكافئ
نجد $0<8$ وهذا دائما صحيح
إذن جميع الأعداد الحقيقية هي حلول لهذه المتراجحة

حل المسائل:

خطوات حل مسألة:

1) اختيار المجهول
2) صياغة المعادلة: تحويل المعطيات إلى معادلة
3) حل المعادلة؛
4) الرجوع إلى المسألة: التحقق من الحل والجواب على السؤال.

مسائل حول متراجحة

عند إيجاد مجاهيل مثل (على الأقل، على الأكثر، أكثر من، أقل من، أدنى، أعلى، ...)
فغالبا الحلول بمقوض المعادلة بالمتراجحة

المعادلات، المتراجحات (تذكير)

الحالة ①: معادلة من نوع $ax+b=c$

① المعادلة $-3x+4=0$ تكافئ على التوالي
$-3x=-4$
$x=\frac{-4}{-3}=\frac{4}{3}$
حل هذه المعادلة هو العدد $\frac{4}{3}$

② المعادلة $2x+5=2(x+1)+3$ تكافئ على التوالي
$2x+5=2x+2+3$
$2x-2x=5-5$
$0x=0$
بما أن جميع الأعداد الحقيقية هي حلول لهذه المعادلات

③ $3(2x-1)=6x+7$ المعادلة تكافئ على التوالي
$6x-3=6x+7$
$6x-6x=7+3$
$0=10$
وهذا غير ممكن
وبالتالي هذه المعادلة ليس لها حل

الحالة ②: معادلات من نوع $(ax+b)(cx+d)=0$

① المعادلة $(x+1)(2x-3)=0$
تكافئ على التوالي
$x+1=0$ أو $2x-3=0$
$x=-1$ أو $x=\frac{3}{2}$
إذن حلي هذه المعادلة هما العددان $\frac{3}{2}$ و -1

② المعادلة $x^2-7x=0$ تكافئ على التوالي
$x(x-7)=0$
$x=0$ أو $x-7=0$
$x=0$ أو $x=7$
إذن حلي هذه المعادلة هما العددان 0 و 7

الحالة ③: معادلات تحتوي على كسور

عموما، لحل هذا النوع من المعادلات، نوحد المقام.

① المعادلة $\frac{2x+1}{5}=\frac{x-1}{3}$
تكافئ على التوالي
$3(2x+1)=5(x-1)$
$6x+3=5x-5$
$6x-5x=-5-3$
$x=-8$
حل هذه المعادلة هو العدد -8

② المعادلة $\frac{2x+1}{5}-2=\frac{x-1}{3}$
تكافئ على التوالي
$\frac{3(2x+1)-30}{15}=\frac{5(x-1)}{15}$
$6x+3-30=5x-5$
$6x-5x=-5-3+30$
$x=22$
حل هذه المعادلة هو العدد 22

الحالة ④: معادلة من نوع $x^2=a$

لحل هذا النوع من المعادلات نذكر الخاصية ③ $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

① المعادلة $x^2+12=2$ تكافئ على التوالي
$x^2=2-12$
$x^2=-10$
إذن هذه المعادلة ليس لها حل

② المعادلة $(2x-1)^2-9=0$ تكافئ على التوالي
$(2x-1)^2-3^2=0$
$(2x-1-3)(2x-1+3)=0$
$(2x-4)(2x+2)=0$
$2x-4=0$ أو $2x+2=0$
$x=\frac{4}{2}=2$ أو $x=\frac{-2}{2}=-1$
حلي هذه المعادلة هما العددان -1 و 2

الحالة ⑤: حل معادلة بالتحليل إذا وجد عامل مشترك

المعادلة $2x(x+\sqrt{2})-\sqrt{3}(x+\sqrt{2})=0$ تكافئ على التوالي
$(x+\sqrt{2})(2x-\sqrt{3})=0$
$x+\sqrt{2}$ أو $2x-\sqrt{3}=0$
$x=-\sqrt{2}$ أو $x=\frac{\sqrt{3}}{2}$
إذن حلي هذه المعادلة هما العددان $-\sqrt{2}$ و $\frac{\sqrt{3}}{2}$

الحالة ⑥: حل معادلة بالنشر إذا لم يوجد عامل مشترك

المعادلة $x(x+3)=x^2-15$ تكافئ على التوالي
$x^2+3x=x^2-15$
$x^2+3x-x^2=-15$
$x=\frac{-15}{3}=-5$
إذن حل هذه المعادلة هو العدد -5

المتراجحات

*** الحالة ① : إذا كان $a>0$ فإن حلول المتراجحة $ax+b<0$ هي $x<\frac{-b}{a}$ لا نقلب الرمز**

المتراجحة $4x-5\leqslant 2x+3$ تكافئ على التوالي

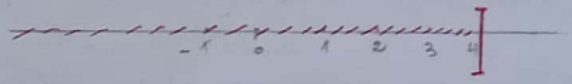
$4x-2x\leqslant 3+5$

$2x\leqslant 8$

$x\leqslant \frac{8}{2}$ لا نقلب الرمز

$x\leqslant 4$

إذن حلول هذه المتراجحة هي الأعداد الحقيقية الأصغر أو تساوي 4



*** الحالة ② : إذا كان $a<0$ فإن حلول المتراجحة $ax+b<0$ هي $x>\frac{-b}{a}$ (نقلب الرمز)**

* المتراجحة $2x-6>7x-1$ تكافئ على التوالي

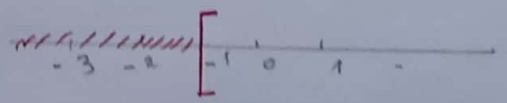
$2x-7x>-1+6$

$-5x>5$

$x<\frac{5}{-5}$

$x<-1$

إذن جميع الأعداد الحقيقية الأصغر قطعا من -1 هي حلول لهذه المتراجحة



*** الحالة ③ : متراجحات لا تقبل حل**

المتراجحة $\frac{2x-5}{3}-\frac{x+1}{2}\geqslant\frac{x}{6}$ تكافئ على التوالي

$\frac{2(2x-5)-3(x+1)}{6}\geqslant\frac{x}{6}$

$4x-10-3x-3\geqslant x$

$4x-3x-x\geqslant 10+3$

$0\geqslant 13$

وهذا غير ممكن. وبالتالي المتراجحة ليس لها حل.

*** الحالة ④ : متراجحات لها حلول نهاية من الحلول**

المتراجحة $5(2x-1)-7x<3(x+1)$ تكافئ على التوالي

$10x-5-7x<3x+3$

$10x-7x-3x<3+5$

$0<8$ وهذا دائما صحيح

إذن جميع الأعداد الحقيقية هي حلول لهذه المتراجحة

مسائل مرتبطة بالمتراجحات

لحل مسألة مرتبطة بمتراجحة، نتبع المراحل التالية:

1) اختيار المجهول
2) صياغة المتراجحة وتحويل المعطيات إلى متراجحة
3) حل المتراجحة
4) الرجوع إلى المسألة، الجواب على السؤال

*** ملاحظة:**

عندما نستخدم في المسألة تعبيرا مثل على الأقل، على الأكثر، أكثر، أقل، أدنى، أقصى ... فإننا نتكلم على متراجحة