المستوى : الثالثة اعدادي	معادلة مستقيم	ثانوية بن الهيثم الإعدادية

1 ـ المعادلة المختصرة لمستقيم لا يوازي محو الأراتيب:

تعريف : (O,I,J) معلم متعامد

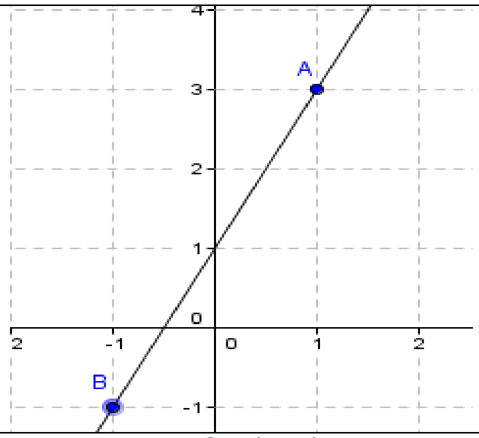
النقط التي ترتبط إحداثياتها (x,y) بالعلاقة $y=ax+b$

تنتمي إلى المستقيم (AB).

المتساوية $y=ax+b$ تسمى المعادلة المختصرة للمستقيم (AB)

العدد a يسمى ميل المستقيم (AB) أو المعامل الموجه للمستقيم .

العدد **b** يسمى الأرتوب عند الأصل .



حدد المعادلة المختصرة للمستقيم (AB) حيث :

$A(1,3)$ و $B(-1,-1)$

لتكن نقطة $\mathbf{M(x,y)\in(AB)}$

إذن : $\overrightarrow{\mathbf{AM}}\mathbf{(x-1,y-3)=k\overrightarrow{AB}(-2,-4)}$

ومنه : $\mathbf{k=\frac{x-1}{-2}=\frac{y-3}{-4}}$

أي : $\mathbf{-4(x-1)=-2(y-3)}$

ومنه : $\mathbf{2x-2=y-3}$ أو : $\mathbf{y=2x+1}$

ميل المستقيم هو : $\mathbf{\frac{3--1}{1--1}=\frac{4}{2}=2}$

الأرتوب عند الأصل : $\mathbf{3-2\times1=3-2=1}$

أو : $\mathbf{-1-2\times(-1)=\mp2=1}$

إذن المعادلة المختصرة للمستقيم (AB) $\mathbf{y=2x+1}$

معادلة مستقيم يمر من نقطتين لهما نفس الأرتوب :

لتكن نقطتين : $A(3,2)$ و $B(-2,2)$

ميل المستقيم : $\mathbf{\frac{2-2}{3--2}=0}$

الأرتوب عند الأصل : $\mathbf{2-0\times3=2}$

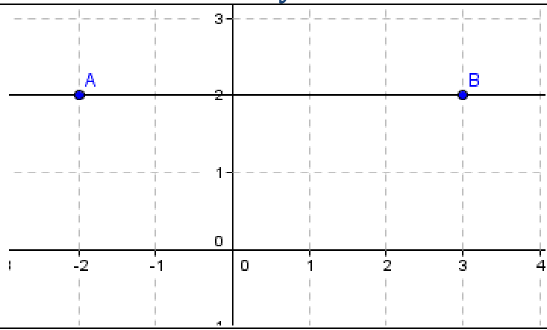
إذن : $\mathbf{y=0x+2}$

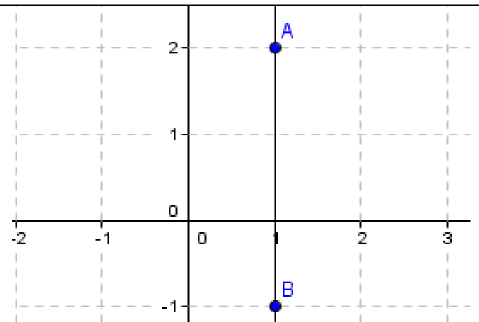
معادلة مستقيم يمر من نقطتين لهما نفس الأفصول :

لتكن نقطتين : $A(1,2)$ و $B(1,-1)$

ميل المستقيم : $\mathbf{\frac{2--1}{1-1}}$ لا يمكن أن نقسم على الصفر.

إذن المعادلة المختصرة للمستقيم $\mathbf{(AB)}$: $\mathbf{x=1}$





تمرين : 1 ـ أنشئ المستقيم (D) في م.م.م

المعرف بالمعادلة : $\boldsymbol{y=2x-3}$

2 ـ حدد نقطة تقاطع المستقيم ومحور الأفاصيل .

3 ـ حدد نقطة تقاطع المستقيم ومحور الأراتيب .

1 ـ ننشئ نقطتين إحداثياتها تحقق معادلة المستقيم على التوالي.

$\boldsymbol{A(0,-3)}$ و $\boldsymbol{B(1,-1)}$ $\boldsymbol{(y=2\times1-3=-1)}$

2 ـ لتكن $\boldsymbol{E(a,b)}$ تقاطع المستقيم ومحور الأفاصيل

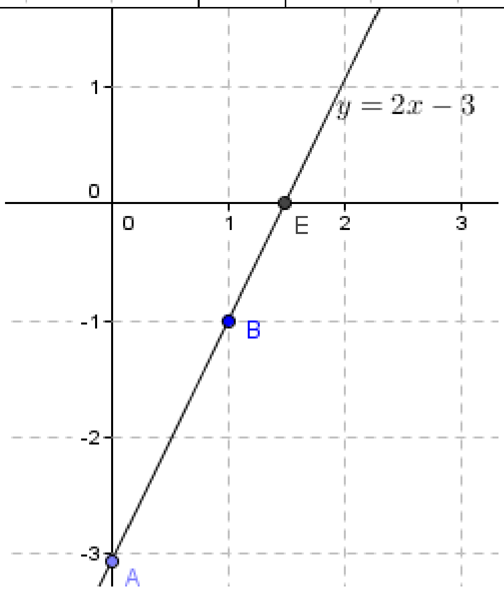
إذن : $\boldsymbol{b=0}$ و $\boldsymbol{y=2\times a-3=0}$ أي : $\boldsymbol{a=\frac{3}{2}}$

ومنه : $\boldsymbol{E\left(\frac{3}{2},0\right)}$

3 ـ ـ لتكن $\boldsymbol{F(a,b)}$ تقاطع المستقيم ومحور الأراتيب

إذن : $\boldsymbol{a=0}$ و $\boldsymbol{y=2\times0-3=b}$ أي : $\boldsymbol{b=-3}$

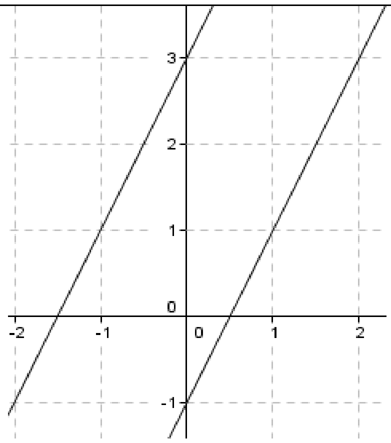
ومنه : $\boldsymbol{F(0,-3)}$



2 ـ مستقيمان متوازيان :

نعتبر المستقيمين (D) و(Δ) المعرفين ب : $y = 3x + 3$
و $y = 3x - 1$ على التوالي .
لتكن $A(2,9)$ و $B(0,3)$ نقطتين من المستقيم (D)
و $C(1,2)$ و $D(3,8)$ نقطتين من المستقيم (Δ)
إذن لدينا : $\overrightarrow{AB}(-2,6)$ و $\overrightarrow{CD}(2,6)$
متجهتان مستقيميتان لأن : $2 \times 6 = -8 \times (-2)$
ومنه : $(\Delta) \,//\, (D)$

إذا كان لمستقيمين نفس الميل فإنهما متوازيان .
وعكسيا
إذاكان مستقيمان متوازيين فإن لهما نفس الميل .



تمرين : $y = 4x + 1$ المعادلة المختصرة للمستقيم (D) .
1 ـ هل النقطة $A(2,5) \in (D)$ ؟
2 ـ حدد المعادلة المختصرة للمستقيم (Δ) المار من A
والموازي للمستقيم (D) .

1 ـ النقطة A لا تنتمي إلى المستقيم (D)
لأن : $y = 4 \times 2 + 1 = 7 \neq 5$

2 ـ المعادلة المختصرة للمستقيم (Δ) : $y = ax + b$
ـ ميل المستقيم (Δ) :
ميل المستقيم ( ) لأن : $(\Delta) \,//\, (D)$ إذن $a = 4$
ـ الأرتوب عند الأصل : $A(2,5) \in (D)$ إذن : $5 = 4 \times 2 + b$
ومنه : $b = 5 - 8 = -3$
وبالتالي : المعادلة المختصرة للمستقيم (Δ) : $y = 4x - 3$

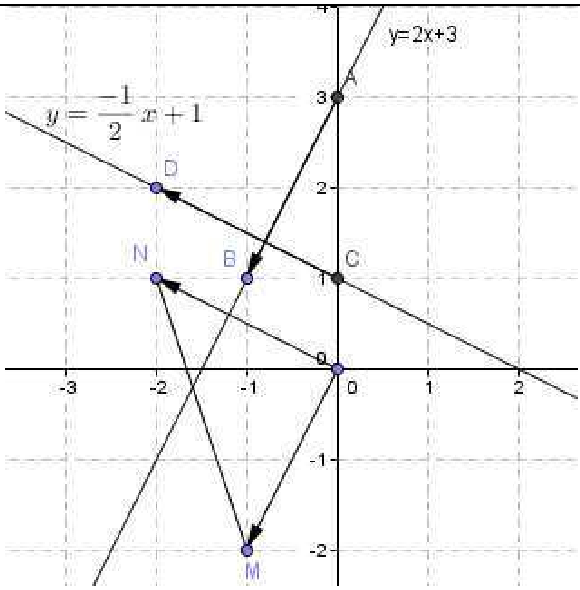
3 ـ مستقيمان متعامدان :

(O, I, J) معلم متعامد ممنظم .

ليكن ( ) المستقيم ذا المعادلة : $y = ax + 3$
و (Δ) المستقيم ذا المعادلة : $y = bx + 1$
و $(\Delta) \perp (D)$.
إذن لدينا : $A(0,3)$ و $B(1, a+3)$ من (D)
و $C(0,1)$ و $D(1, b+1)$ من (Δ)
ومنه لدينا : $\overrightarrow{AB}(1,a)$ و $\overrightarrow{CD}(1,b)$
نأخذ نقطة M بحيث : $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{AB}$
وكذلك نقطة N بحيث : $\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{CD}$
ومنه : $M(1,a)$ و $N(1,b)$ و $O(0,0)$
المثلث OMN قائم الزاوية في O .
إذن : $MN^2 = OM^2 + ON^2$

$$b^2 - 2ba + a^2 = 2 + a^2 + b^2$$
$$ab = -1$$

إذا كان مستقيمان متعامدين فإن جداء ميلهما يساوي -1 .



نلاحظ أن ميل (Δ) هو مقبل مقلوب ميل (D)
وعكسيا إذا كان جداء ميلهما يساوي $1 -$ فهل المستقيمان متعامدان ؟

تمرين : $y = 5x + 2$ المعادلة المختصرة للمستقيم (D) .
1 ـ هل النقطة $A(2,8) \in (D)$ ؟
2 ـ حدد المعادلة المختصرة للمستقيم (Δ) المار من A
والعمودي على المستقيم (D) .

1 ـ النقطة A لا تنتمي إلى المستقيم (D)
لأن : $y = 5 \times 2 + 2 = 12 \neq 8$

2 ـ المعادلة المختصرة للمستقيم (Δ) : $y = ax + b$
ـ ميل المستقيم (Δ) : هو مقابل مقلوب ميل المستقيم (D)
لأن : $(\Delta) \perp (D)$ إذن $a = -\frac{1}{5}$
ـ الأرتوب عند الأصل : $A(2,8) \in (D)$ إذن : $8 = \frac{-1}{5} \times 2 + b$
ومنه : $b = 8 - \frac{2}{5} = \frac{38}{5}$
وبالتالي : المعادلة المختصرة للمستقيم (Δ) : $y = \frac{-1}{5}x + \frac{38}{5}$