

المتطابقات الهامة

تمرين 1

أنشر و بسط : $D = (x+3)(x^2 - 3x + 5)$ ، $C = \frac{2}{3}(5+7x) - \frac{1}{2}(-x+1)$ ، $B = (5-x)(7+x)$ ، $A = 2(x+5)$

تمرين 2

أنشر و بسط : $D = (3x+7)(3x-7) + 4\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$ ، $C = 5(1-x)^2$ ، $B = (3x-1)^2$ ، $A = (x+3)^2$

تمرين 3

عمل ما يلي :

$D = x + 5x^2 + 11x^3$ ، $C = 5x - x^2$ ، $B = 12x + 18$ ، $A = ab + 5b$

$G = x^2 - 49 + x(x-7)$ ، $F = (x-3)(x+7) - (5-x)(x-3)$ ، $E = 5(x+1) + (x+1)^2$

$K = \frac{x^2}{8} - 8$ ، $J = (2x-3)^2 - (x+1)^2$ ، $I = x^2 - \frac{9}{121}$ ، $H = x^2 + 4x + 4$

$M = x^{12} - 1 + 5(x^6 - 1)$ ، $L = -7x^2 + 14x - 7$

تمرين 4

حل المعادلات التالية :

$5\left(x + \frac{1}{3}\right) + 3 = 4 - \frac{2x}{3}$ ، $\frac{x}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1+7x}{6}$ ، $\frac{x+1}{5} = \frac{-x+2}{3}$ ، $2x+5 = -3x+8$

$x^2 - 4x - 5 = 0$ ، $(x-3)^2 = 2x-6$ ، $x^2 = 2x-1$ ، $(x+1)^2 - 60 = 4$ ، $x^2 - 100 = 0$

تمرين 5

حدد x و y علما أن x و y متناسبان على التوالي مع 7 و 3 و $2x + 7y = 40$

تمرين 6

حدد x و y علما أن x و y متناسبان على التوالي مع $\frac{5}{3}$ و $\frac{-1}{4}$ و $2x = 13 - 3y$

من أولمبياد الرياضيات

تمرين 7




- 1 x عدد حقيقي غير منعدم .
علما أن $x + \frac{1}{x} = 7$ احسب $x^2 + \frac{1}{x^2}$
- 2 x و y عدنان حقيقيان موجبان قطعا حيث $x > y$.
علما أن : $x^2 + y^2 = 3xy$ احسب النسبة $\frac{x+y}{x-y}$
- 3 x و y و z أعداد حقيقية حيث :
 x و y متناسبان على التوالي مع 12 و 14
 y و z متناسبان على التوالي مع 21 و 24
احسب x و y علما أن : $x + y + z = 42$

المتطابقات الهامة - حلول

انتبه  ← تعليق 

تمرين 1




لننشر و نبسط :

$D = (x+3)(x^2 - 3x + 5)$ $D = x^3 - 3x^2 + 5x + 3x^2 - 9x + 15$ $D = x^3 + 5x - 9x + 15$ $D = x^3 - 4x + 15$ <p> أثناء النشر نستعمل قاعدة القوى $x^n \times x^m = x^{n+m}$ في السطر الثالث اختزلنا الأعداد المتقابلة.</p>	$C = \frac{2}{3}(5+7x) - \frac{1}{2}(-x+1)$ $C = \frac{10}{3} + \frac{14x}{3} + \frac{x}{2} - \frac{1}{2}$ $C = \frac{20+28x+3x-3}{6}$ $C = \frac{28x+3x+20-3}{6}$ $C = \frac{31x+17}{6}$ <p> أثناء النشر يجب مراعاة الإشارات باستعمال إشارة جداء.</p>	$B = (5-x)(7+x)$ $B = 35 + 5x - 7x - x^2$ $B = 35 - 2x - x^2$ <p> لا يمكن تبسيط 35 و 2x و x^2 فيما بينها لأننا بصدد الجمع و الطرح و ليس الضرب لا يجوز كتابة x^7 بل $7x$</p>	$A = 2(x+5)$ $A = 2x + 10$
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------

انتبه  ← تعليق 

تمرين 2





لننشر و نبسط :

$D = (3x+7)(3x-7) + 4\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$ $D = (3x)^2 - 7^2 + 4\left(x^2 - 2 \times \frac{1}{2} \times x + \frac{1}{4}\right)$ $D = 9x^2 - 49 + 4\left(x^2 - x + \frac{1}{4}\right)$ $D = 9x^2 - 49 + 4x^2 - 4x + 1$ $D = 13x^2 - 4x - 48$ <p> جداء عدد و مقلوبه يساوي 1 أي $4 \times \frac{1}{4} = 1$ و $2 \times \frac{1}{2} = 1$</p>	$C = 5(1-x)^2$ $C = 5(1-2x+x^2)$ $C = 5-10x+5x^2$ <p> ننشر أولا المتطابقة ثم ننشر النتيجة بالعدد 5</p>	$B = (3x-1)^2$ $B = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 1 + 1^2$ $B = 9x^2 - 6x + 1$ <p> لا تنس وضع الأقواس للعدد $3x$ لحذف الأقواس نستعمل قاعدة القوى $(ab)^n = a^n b^n$</p>	$A = (x+3)^2$ $A = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2$ $A = x^2 + 6x + 9$
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------

انتبه  ← تعليق 

تمرين 3

لنعمل :

$D = x + 5x^2 + 11x^3$ $D = x(1 + 5x + 11x^2)$ <p> معاملات x بعد التعميل هو 1</p>	$C = 5x - x^2$ $C = x(5 - x)$	$B = 12x + 18$ $B = 6(2x + 3)$ <p> يمكن اختيار 2 أيضا كعامل مشترك</p>	$A = ab + 5b$ $A = b(a + 5)$
$H = x^2 + 4x + 4$ $H = (x+2)^2$ <p> نعمل مباشرة باستعمال المتطابقة الأولى</p>	$G = x^2 - 49 + x(x-7)$ $G = (x-7)(x+7) + x(x-7)$ $G = (x-7)(x+7+x)$ $G = (x-7)(2x+7)$	$F = (x-3)(x+7) - (5-x)(x-3)$ $F = (x-3)[(x+7) - (5-x)]$ $F = (x-3)(x+7-5+x)$ $F = (x-3)(2x+2)$ <p> لا تنس قاعدة حذف الأقواس المسبوقه برمز ناقص "-"</p>	$E = 5(x+1) + (x+1)^2$ $E = (x+1)[5 + (x+1)]$ $E = (x+1)(5+x+1)$ $E = (x+1)(x+6)$

تعليق

انتبه

تمرين 3

لنعمل :

$L = -7x^2 + 14x - 7$ $L = -7(x^2 - 2x + 1)$ $L = -7(x-1)^2$	$K = \frac{x^2}{8} - 8$ $K = \frac{x^2 - 64}{8}$ $L = \frac{(x-8)(x+8)}{8}$	$J = (2x-3)^2 - (x+1)^2$ $J = [(2x-3) + (x+1)][(2x-3) - (x+1)]$ $J = (2x-3+x+1)(2x-3-x-1)$ $J = (3x-2)(x-4)$	$I = x^2 - \frac{9}{121}$ $I = \left(x - \frac{3}{11}\right)\left(x + \frac{3}{11}\right)$
$M = x^{12} - 1 + 5(x^6 - 1) = (x^6)^2 - 1 + 5(x^6 - 1) = (x^6 - 1)(x^6 + 1) + 5(x^6 - 1) = (x^6 - 1)(x^6 + 1 + 5) = (x^6 - 1)(x^6 + 6)$			

تعليق

انتبه

تمرين 4

لنحل المعادلات :

$5\left(x + \frac{1}{3}\right) + 3 = 4 - \frac{2x}{3}$ $5x + \frac{5}{3} + 3 = 4 - \frac{2x}{3}$ $\frac{15x}{3} + \frac{5}{3} + \frac{9}{3} = \frac{12}{3} - \frac{2x}{3}$ $15x + 5 + 9 = 12 - 2x$ $15x + 2x = 12 - 9 - 5$ $17x = -2$ $x = \frac{-2}{17}$ <p>إذن حل المعادلة هو $\frac{-2}{17}$</p>	$\frac{x}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1+7x}{6}$ $\frac{2x}{6} - \frac{3}{6} = \frac{1+7x}{6}$ $2x - 3 = 1 + 7x$ $2x - 7x = 1 + 3$ $-5x = 4$ $x = \frac{4}{-5}$ $x = \frac{-4}{5}$ <p>إذن حل المعادلة هو $\frac{-4}{5}$</p>	$\frac{x+1}{5} = \frac{-x+2}{3}$ $3(x+1) = 5(-x+2)$ $3x+1 = -5x+10$ $3x+5x = 10-1$ $8x = 9$ $x = \frac{9}{8}$ <p>إذن حل المعادلة هو $\frac{9}{8}$</p>	$2x + 5 = -3x + 8$ $2x + 3x = -5 + 8$ $5x = 3$ $x = \frac{3}{5}$ <p>إذن حل المعادلة هو $\frac{3}{5}$</p>
$(x-3)^2 = 2x-6$ $(x-3)^2 = 2(x-3)$ $(x-3)^2 - 2(x-3) = 0$ $(x-3)(x-3-2) = 0$ $(x-3)(x-5) = 0$ $x-3=0 \quad \text{أو} \quad x-5=0$ $x=3 \quad \text{أو} \quad x=5$ <p>إذن حلا المعادلة هما 5 و 3</p>	$x^2 = 2x-1$ $x^2 - 2x + 1 = 0$ $(x-1)^2 = 0$ $x-1=0$ $x=1$ <p>إذن حل المعادلة هو 1</p>	$(x+1)^2 - 60 = 4$ $(x+1)^2 - 60 - 4 = 0$ $(x+1)^2 - 64 = 0$ $(x+1-8)(x+1+8) = 0$ $(x-7)(x+9) = 0$ $x-7=0 \quad \text{أو} \quad x+9=0$ $x=7 \quad \text{أو} \quad x=-9$ <p>إذن حلا المعادلة هما -9 و 7</p>	$x^2 - 100 = 0$ $(x-10)(x+10) = 0$ $x-10=0 \quad \text{أو} \quad x+10=0$ $x=10 \quad \text{أو} \quad x=-10$ <p>إذن حلا المعادلة هما 10 و -10</p>
$x^2 - 4x - 5 = 0$ $x^2 - 4x + 4 - 4 - 5 = 0$ $(x-2)^2 - 9 = 0$ $(x-2-3)(x-2+3) = 0$ $(x-5)(x+1) = 0$ $x-5=0 \quad \text{أو} \quad x+1=0$ $x=5 \quad \text{أو} \quad x=-1$ <p>إذن حلا المعادلة هما -1 و 5</p>			

تمرين 5

انتبه

تعليق

حدد x و y علما أن x و y متناسبان على التوالي مع 7 و 3 و $2x + 7y = 40$

$$\frac{x}{7} = \frac{y}{3} = \frac{2x+7y}{2 \times 7 + 7 \times 3} = \frac{40}{14+21} = \frac{40}{35} = \frac{8}{7} \text{ منه } \frac{x}{7} = \frac{y}{3} \text{ و } 3 \text{ منه : } \frac{x}{7} = \frac{y}{3} \text{ و } 7 \text{ و } 3 \text{ متناسبان على التوالي مع } 7 \text{ و } 3 \text{ و } 2x + 7y = 40$$

$$\text{منه : } \frac{x}{7} = \frac{y}{3} \text{ و } \frac{y}{3} = \frac{8}{7} \text{ و } \frac{x}{7} = \frac{8}{7} \text{ أي : } \underline{x=8} \text{ و } \underline{y = \frac{24}{7}}$$

تمرين 6

انتبه

تعليق

حدد x و y علما أن x و y متناسبان على التوالي مع $\frac{5}{3}$ و $\frac{-1}{4}$ و $2x = 13 - 3y$

$$\frac{x}{\frac{5}{3}} = \frac{y}{\frac{-1}{4}} = \frac{2x-3y}{2 \times \frac{5}{3} + 3 \times \left(\frac{-1}{4}\right)} = \frac{13}{\frac{40}{3} - \frac{9}{4}} = \frac{13}{\frac{160-27}{12}} = \frac{13}{\frac{133}{12}} = \frac{13 \times 12}{133} = \frac{156}{133}$$

$$\text{منه : } \frac{x}{\frac{5}{3}} = \frac{y}{\frac{-1}{4}} \text{ منه } \frac{x}{5} = \frac{y}{-1} \text{ منه } \frac{3x}{5} = \frac{4y}{-1} \text{ منه } -3x = 20y \text{ منه } \frac{x}{20} = \frac{y}{-3} \text{ منه } \frac{x}{20} = \frac{y}{-3}$$

$$\text{منه : } \frac{x}{20} = \frac{y}{-3} \text{ و } \frac{y}{-3} = \frac{13}{31} \text{ أي : } \underline{x = \frac{260}{31}} \text{ و } \underline{y = \frac{-39}{31}}$$

تمرين 7

انتبه

تعليق

$$\text{① لدينا علما أن } x + \frac{1}{x} = 7 \text{ و نعلم أن : } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + 2x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$$

$$\text{بعد التعويض باستعمال المعطيات نجد أن : } 49 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 \text{ بالتالي } \underline{x^2 + \frac{1}{x^2} = 49 - 2 = 47}$$

$$\text{② لدينا : } x^2 + y^2 = 3 \text{ منه } x^2 + y^2 + 2xy = 3xy + 2xy \text{ منه } (x+y)^2 = 5xy \text{ (1)}$$

$$\text{و أيضا لدينا : } x^2 + y^2 = 3 \text{ منه } x^2 + y^2 - 2xy = 3xy - 2xy \text{ منه } (x-y)^2 = xy \text{ (2)}$$

$$\text{من (1) و (2) نستنتج أن : } (x+y)^2 = 5(x-y)^2 \text{ منه } \frac{(x+y)^2}{(x-y)^2} = 5 \text{ منه } \frac{(x+y)}{(x-y)} = \sqrt{5}$$

$$\text{و حيث أن } x > y > 0 \text{ فإن } \frac{x+y}{x-y} > 0 \text{ بالتالي } \frac{x+y}{x-y} = \sqrt{5}$$

$$\text{③ لدينا } x \text{ و } y \text{ متناسبان على التوالي مع : 12 و 14 ، منه : } \frac{x}{12} = \frac{y}{14} = \frac{6}{7} \text{ منه } \frac{x}{6} = \frac{y}{7} \text{ (1)}$$

$$\text{لدينا } y \text{ و } z \text{ متناسبان على التوالي مع : 21 و 24 ، منه : } \frac{y}{21} = \frac{z}{24} = \frac{7}{8} \text{ منه } \frac{y}{7} = \frac{z}{8} \text{ (2)}$$

$$\text{من (1) و (2) نستنتج أن : } \frac{x}{6} = \frac{y}{7} = \frac{z}{8} \text{ منه } \frac{x}{6} = \frac{y}{7} = \frac{z}{8} = \frac{x+y+z}{6+7+8} = \frac{42}{21} = 2$$

$$\text{منه : } \underline{x=12} \text{ و } \underline{y=14} \text{ و } \underline{z=16}$$