سلسلة 1 لمبرهنة فيتاغورس

تمرين 1 :

نعتبر المثلث ABC , أتمم مايلي :

أ- إذا كان المستقيمان (AB) و (AC) متعامدين فإن $BC^2 = \cdots + \cdots$

ب- إذا كان $[AC]$ وتر المثلث ABC القائم الزاوية فإن : $AC^2 = \cdots + \cdots$

ت- إذا كان $AB^2 = CA^2 + CB^2$ فإن المثلث ABC قائم الزاوية في ...

تمرين 2 :

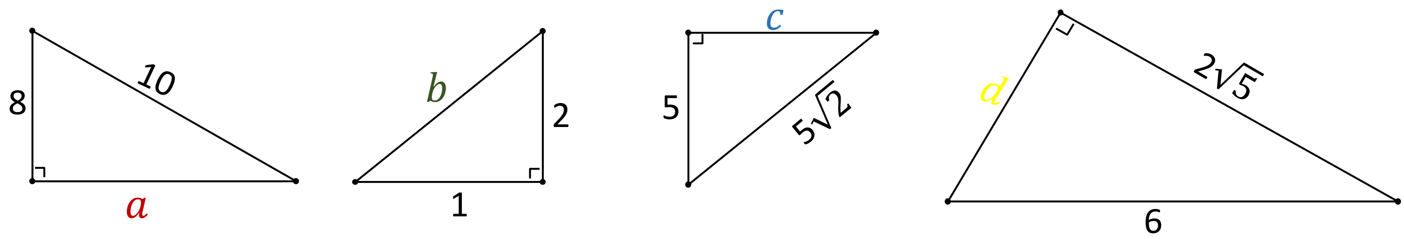
ABC مثلث قائم الزاوية في A بحيث : $AB = 2$ و $AC = 3$

1) أحسب BC

2) إذا افترضنا أن ABC مثلث غير قائم الزاوية هل يمكن أن نطبق مبرهنة فيتاغورس لحساب BC

تمرين 3 :

أوجد طول الضلع الناقص a و b و c و d



تمرين 4 :

ABC مثلث بحيث :

$AB = 3 + \sqrt{2}$ و $AC = 3 - \sqrt{2}$ و $BC = \sqrt{22}$

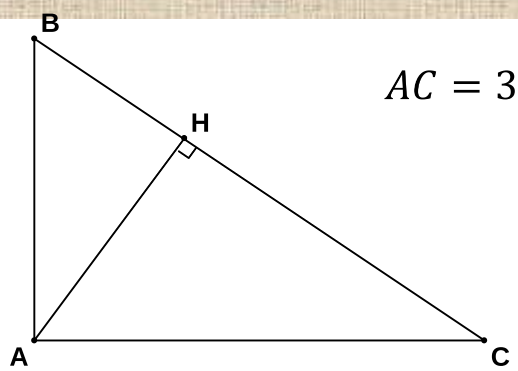
1) أحسب مايلي : AB^2 و AC^2 و BC^2

2) استنتج أن المثلث ABC قائم الزاوية

تمرين 5 :

سلم طوله $7\ m$ مستنداً إلى منزل بحيث يبعد طرفه الأسفل $2\ m$ عن المنزل .أوجد ارتفاع المنزل ؟

تمرين 6 :



ABC مثلث قائم الزاوية في A بحيث : $AB = 3\sqrt{2}$ و $AC = 3$

1) بين أن : $BC = 3\sqrt{3}$

2) أحسب AH و BH

حل السلسلة 1 لمبرهنة فيتاغورس

تمرين 1 :

نعتبر المثلث ABC , أتمم مايلي :

أ- إذا كان المستقيمان (AB) و (AC) متعامدين فإن $BC^2 = AB^2 + AC^2$

ب- إذا كان $[AC]$ وتر المثلث ABC القائم الزاوية فإن : $AC^2 = BA^2 + BC^2$

ت- إذا كان $AB^2 = CA^2 + CB^2$ فإن المثلث ABC قائم الزاوية في C

تمرين 2 :

ABC مثلث قائم الزاوية في A

بحيث : $AB = 2$ و $AC = 3$

1) **أحسب BC**

لدينا ABC مثلث قائم الزاوية في A

إذن حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة فإن :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$
$$BC^2 = 2^2 + 3^2$$
$$BC^2 = 4 + 9$$
$$BC^2 = 13$$
$$BC = \sqrt{13}$$

2) **إذا افترضنا أن ABC مثلث غير قائم الزاوية هل يمكن أن نطبق مبرهنة فيتاغورس لحساب BC**

لا، لأن مبرهنة فيتاغورس تطبق فقط إذا كان المثلث قائم الزاوية .

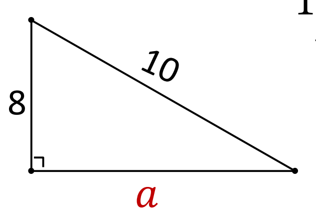
تمرين 3 :

أوجد طول الضلع الناقص a و b و c و d

✓ **إيجاد a :**

لدينا المثلث قائم الزاوية

إذن حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة فإن :

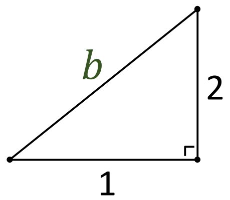


$$10^2 = a^2 + 8^2$$
$$100 = a^2 + 64$$
$$a^2 = 100 - 64$$
$$a^2 = 36$$
$$a = \sqrt{36}$$
$$a = 6$$

✓ **إيجاد b :**

لدينا المثلث قائم الزاوية

إذن حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة فإن :

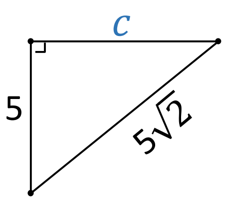


$$b^2 = 1^2 + 8^2$$
$$b^2 = 1 + 4$$
$$b^2 = 5$$
$$b = \sqrt{5}$$

✓ **إيجاد c :**

لدينا المثلث قائم الزاوية

إذن حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة فإن :

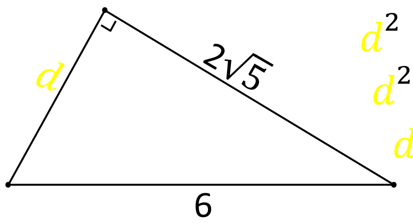


$$\left(5\sqrt{2}\right)^2 = c^2 + 5^2$$
$$50 = c^2 + 25$$
$$c^2 = 50 - 25$$
$$c^2 = 25$$
$$c = \sqrt{25}$$
$$c = 5$$

✓ **إيجاد d :**

لدينا المثلث قائم الزاوية

إذن حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة فإن :



$$6^2 = d^2 + \left(2\sqrt{5}\right)^2$$
$$36 = d^2 + 20$$
$$d^2 = 36 - 20$$
$$d^2 = 16$$
$$d = \sqrt{16}$$
$$d = 4$$

تمرين4 :

ABC مثلث بحيث : $AB = 3 + \sqrt{2}$ و $AC = 3 - \sqrt{2}$ و $BC = \sqrt{22}$

1) أحسب مايلي :

AB^2 و AC^2 و BC^2

✓ **نحسب AB^2 :**

$$AB^2 = \left(3 + \sqrt{2}\right)^2$$
$$= 3^2 + 2 \times 3 \times \sqrt{2} + \sqrt{2}^2$$
$$= 9 + 6\sqrt{2} + 2$$
$$= 11 + 6\sqrt{2}$$

✓ نحسب AC^2 :

$$AC^2 = \left(3-\sqrt{2}\right)^2$$
$$= 3^2 - 2\times 3\times\sqrt{2} + \sqrt{2}^2$$
$$= 9 - 6\sqrt{2} + 2$$
$$= 11 - 6\sqrt{2}$$

✓ نحسب BC^2 :

$$BC^2 = \left(\sqrt{22}\right)^2$$
$$= 22$$

2) استنتج أن المثلث ABC قائم الزاوية :

لدينا الوتر هو BC لأنه أكبر ضلع في المثلث ABC

و $AB^2 + AC^2 = 11 + 6\sqrt{2} - 11 + 6\sqrt{2} = 22$

يعني أن : $BC^2 = AB^2 + AC^2$

إذن حسب مبرهنة فيتاغورس العكسية فإن :

المثلث ABC قائم الزاوية في A

تمرين 5 :

سلم طوله $7m$ مستنداً إلى منزل بحيث يبعد طرفه الأسفل $2\ m$ عن المنزل. أوجد h ارتفاع المنزل ؟

لدينا ارتفاع المنزل متعامد مع سطح الأرض إذن يكونان زاوية قائمة .

إذن حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة فإن :

$$7^2 = 2^2 + \boldsymbol{h}^2$$
$$49 = 4 + \boldsymbol{h}^2$$
$$\boldsymbol{h}^2 = 49 - 4$$
$$\boldsymbol{h}^2 = 45$$
$$\boldsymbol{h} = \sqrt{45}$$

إذن ارتفاع المنزل هو : $\boldsymbol{h} = 3\sqrt{5}\,m$

تمرين 6 :

ABC مثلث قائم الزاوية في A

بحيث : $AB = 3\sqrt{2}$ و $AC = 3$

1) بين أن : $BC = 3\sqrt{3}$

لدينا ABC مثلث قائم الزاوية في A

إذن حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة فإن :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$
$$BC^2 = \left(3\sqrt{2}\right)^2 + 3^2$$
$$BC^2 = 18 + 9$$
$$BC^2 = 27$$
$$BC = \sqrt{27} = \sqrt{9\times 3} = \sqrt{9}\times\sqrt{3}$$

إذن : $BC = 3\sqrt{3}$

2) أحسب AH و BH

✓ نحسب AH :

لدينا ABC مثلث قائم الزاوية في A و النقطة H المسقط العمودي للنقطة A على (BC) إذن مساحة المثلث ABC بطريقتين مختلفتين هي :

$$S_{ABC} = \frac{AB\times AC}{2} \quad \text{أو} \quad S_{ABC} = \frac{AH\times BC}{2}$$

يعني أن :
$$\frac{AB\times AC}{2} = \frac{AH\times BC}{2}$$
$$AH\times BC = AB\times AC$$
$$AH = \frac{AB\times AC}{BC}$$
$$= \frac{3\sqrt{2}\times 3}{3\sqrt{3}}$$
$$= \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$
$$= \frac{3\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$$
$$= \frac{3\sqrt{6}}{3}$$

و بالتالي : $AH = \sqrt{6}$

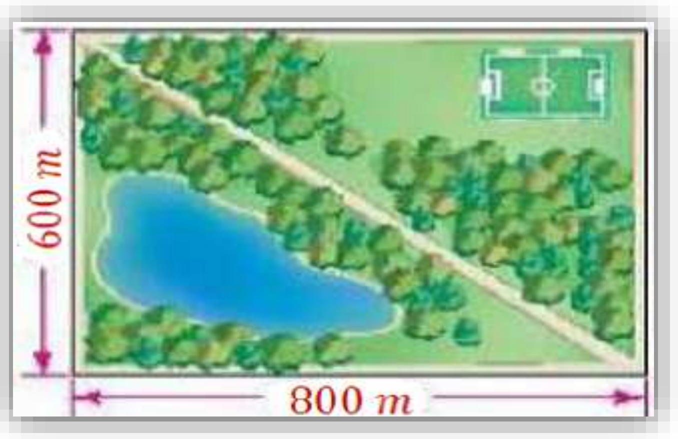
✓ نحسب BH :

بما أن المثلث ABH قائم الزاوية في H

إذن حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة فإن :

$$AB^2 = AH^2 + BH^2$$
$$\left(3\sqrt{2}\right)^2 = \sqrt{6}^2 + BH^2$$
$$18 = 6 + BH^2$$
$$BH^2 = 18 - 6$$
$$BH^2 = 12$$
$$BH = \sqrt{12}$$
$$BH = 2\sqrt{3}$$

سلسلة 2 لمبرهنة فيتاغورس



تمرين 1 :

في الصورة جانبه لدينا متنزه على شكل مستطيل .

أوجد r طول الطريق الموجود في المتنزه .

تمرين 2 :

حدد الحالة التي يكون فيها المثلث ABC قائم الزاوية .

أ- $AB = 4$ و $AC = 5$ و $BC = 6$

ب- $AB = 2$ و $AC = 4$ و $BC = 2\sqrt{3}$

ت- $AB = \sqrt{5}$ و $AC = 3\sqrt{2}$ و $BC = 2\sqrt{3}$

ث- $AB = 4$ و $AC = 8$ و $BC = 4\sqrt{3}$

تمرين 3 :

ABC مثلث بحيث : $AB = 3$ و $AC = 3\sqrt{2}$ و $BC = 3\sqrt{3}$

بين أن (AB) و (AC) متعامدان .

تمرين 4 :

$ABCD$ مربع حيث $AB = 10\ cm$ و I منتصف $[BC]$.

بين أن $AI = 5\sqrt{5}$

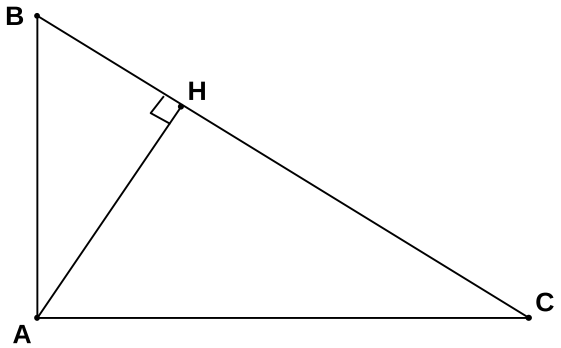
تمرين 5 :

نعتبر الشكل التالي حيث :

$AB = 2\sqrt{5}$ و $AC = 4\sqrt{5}$ و $BH = 2$

1) أحسب AH و HC

2) بين أن المثلث ABC قائم الزاوية



حل سلسلة 2 لمبرهنة فيتاغورس

تمرين 1 :

في الصورة جانبه لدينا متنزه على شكل مستطيل .
أوجد r طول الطريق الموجود في المتنزه .

بما أن المتنزه عبارة عن مستطيل إذن بعداه متعامدان.

إذن حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة فإن :

$$r^2 = 600^2 + 800^2$$
$$r^2 = 360000 + 640000$$
$$r^2 = 1000000$$
$$r = \sqrt{1000000}$$
$$r = \sqrt{(1000)^2}$$
$$r = 1000\ m = 1km$$

تمرين 2 :

حدد الحالة التي يكون فيها المثلث ABC قائم الزاوية .

أ- $AB = 4$ و $AC = 5$ و $BC = 6$

لدينا أكبر ضلع يساوي 6 إذن الوتر هو BC

و لدينا $BC^2 = 6^2 = 36$

و $AB^2 + AC^2 = 4^2 + 5^2 = 41$

وبما أن $BC^2 \neq AB^2 + AC^2$

إذن حسب مبرهنة فيتاغورس العكسية فإن :
المثلث ABC غير قائم الزاوية .

ب- $AB = 2$ و $AC = 4$ و $BC = 2\sqrt{3}$

لدينا
$$AB^2 = 2^2 = 4$$
$$AC^2 = 4^2 = 16$$
$$BC^2 = \left(2\sqrt{3}\right)^2 = 12$$
إذن الوتر هو AC لأنه أكبر ضلع في المثلث ABC

وبما أن $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 16$

إذن حسب مبرهنة فيتاغورس العكسية فإن :
المثلث ABC قائم الزاوية في B

✓ **$AB = \sqrt{5}$ و $AC = 3\sqrt{2}$ و $BC = 2\sqrt{3}$**

لدينا
$$AB^2 = \left(\sqrt{5}\right)^2 = 5$$
$$AC^2 = \left(3\sqrt{2}\right)^2 = 18$$
$$BC^2 = \left(2\sqrt{3}\right)^2 = 12$$
إذن الوتر هو AC لأنه أكبر ضلع

وبما أن $AC^2 \neq AB^2 + BC^2$

إذن حسب مبرهنة فيتاغورس العكسية فإن :
المثلث ABC غير قائم الزاوية

✓ **$AB = 4\sqrt{3}$ و $AC = 4$ و $BC = 8$**

لدينا
$$AB^2 = \left(4\sqrt{3}\right)^2 = 48$$
$$AC^2 = (4)^2 = 16$$
$$BC^2 = (8)^2 = 64$$
إذن الوتر هو AC لأنه أكبر ضلع في المثلث ABC

وبما أن $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 64$

إذن حسب مبرهنة فيتاغورس العكسية فإن :
المثلث ABC قائم الزاوية في A

تمرين 3 :

ABC مثلث بحيث : $AB = 3$ و $AC = 3\sqrt{2}$ و $BC = 3\sqrt{3}$

بين أن (AB) و (AC) متعامدان .

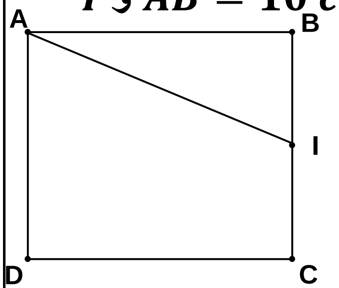
لدينا
$$AB^2 = (3)^2 = 9$$
$$AC^2 = \left(3\sqrt{2}\right)^2 = 18$$
$$BC^2 = \left(3\sqrt{3}\right)^2 = 27$$
إذن الوتر هو BC لأنه أكبر ضلع في المثلث ABC

وبما أن $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 27$

إذن حسب مبرهنة فيتاغورس العكسية فإن :
المثلث ABC قائم الزاوية في A
وبالتالي (AB) و (AC) متعامدان

تمرين 4 :

$ABCD$ مربع حيث $AB = 10\,cm$ و I منتصف $[BC]$.



بين أن $AI = 5\sqrt{5}$

بما أن $ABCD$ مربع

إذن جميع أضلاعه متقايسة

$$BI = \frac{BC}{2} = \frac{10}{2} = 5\ cm$$

ولدينا المثلث ABI قائم الزاوية في B

إذن حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة فإن :

$$AI^2 = AB^2 + BI^2$$

$$AI^2 = 10^2 + 5^2$$

$$AI^2 = 125$$

$$AI = \sqrt{125} = \sqrt{25 \times 5}$$

$$AI = 5\sqrt{5}\ cm$$

تمرين 5 :

نعتبر الشكل التالي حيث :

$AB = 2\sqrt{5}$ و $AC = 4\sqrt{5}$ و $BH = 2$

1) أحسب AH و HC

✓ **نحسب AH :**

لدينا H المسقط العمودي ل A على (BC) إذن المثلث ABH قائم الزاوية في H

إذن حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة فإن :

$$AB^2 = BH^2 + AH^2$$

$$\left(2\sqrt{5}\right)^2 = 2^2 + AH^2$$

$$20 = 4 + AH^2$$

$$AH^2 = 20 - 4$$

$$AH^2 = 16$$

$$AH = \sqrt{16}$$

$$AH = 4$$

✓ **نحسب CH :**

لدينا المثلث ACH قائم الزاوية في H

إذن حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة فإن :

$$AC^2 = AH^2 + CH^2$$

$$\left(4\sqrt{5}\right)^2 = 4^2 + CH^2$$

$$64 = 16 + CH^2$$

$$CH^2 = 64 - 16$$

$$CH^2 = 48$$

$$CH = \sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3}$$

$$CH = 4\sqrt{3}$$

ملاحظة :

✓ إذا كنتم تودون طباعة الملف PDF يجب أن تضغطوا على تحميل بدون ألوان .

✓ إذا كنتم تودون فقط قراءة الملف PDF على حاسوبكم أو هاتفكم اضغطوا على تحميل بالألوان لأنها ألوان جميلة و لا تضر بالعين عكس اللون الأبيض

✓ إذا كانت الصفحات كثيرة اطلبوا من صاحب الطباعة أن يضع في كل صفحة صفحتين حتى لا تدفعوا مالا كثيراً، مثال : بدل أن تستخرج 6 ورقات ب 6 دراهم سوف تستخرج 3 أوراق ب 3 دراهم فقط .

بالتوفـيـق للـــــجـمـيع