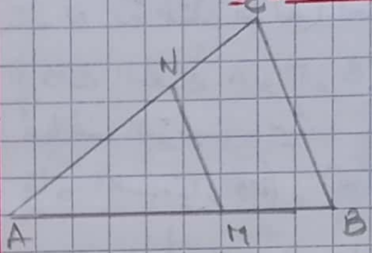
الدرس ④: مبرهنة طاليس

I - الخاصية المباشرة:

1) نشاط ①:



نعتبر الشكل جانبه
حيث: $(MN)//(BC)$

نعطي $AM=3$ و $AB=8$ و $MN=1,5$ و $AC=4$

أحسب AN و BC

الحل:

نعتبر المثلث ABC

لدينا $\left\{\begin{array}{l} M\in(AB) \\ N\in(AC)\end{array}\right.$ حيث $(MN)//(BC)$

إذن حسب الخاصية فإن: $\dfrac{AM}{AB}=\dfrac{AN}{AC}=\dfrac{MN}{BC}$

أي أن: $\dfrac{AM}{AB}=\dfrac{AN}{AC}$ و $\dfrac{AM}{AB}=\dfrac{MN}{BC}$

$\dfrac{3}{8}=\dfrac{AN}{4}$ و $\dfrac{3}{8}=\dfrac{1,5}{BC}$

$AN=\dfrac{3\times4}{8}=\dfrac{3}{2}$ و $BC=\dfrac{8\times1,5}{3}=4$

2) مثال:

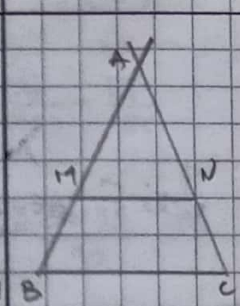
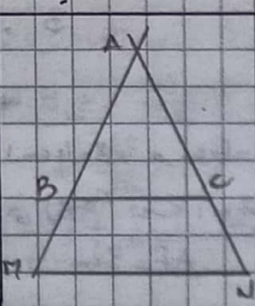
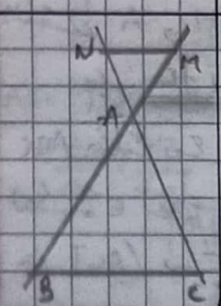
(D) و(Δ) مستقيمان متقاطعان في نقطة A

M و B نقطتان من (D) تختلفان عن A وN وC

نقطتان من (Δ) تختلفان عن A حيث: $(MN)//(BC)$

ففي الحالات الثلاث لدينا:

$\left.\begin{array}{l}
* \ A \text{ و } M \text{ و } B \text{ نقط مستقيمية} \\
* \ A \text{ و } N \text{ و } C \text{ نقط مستقيمية} \\
* \ (MN)//(BC)
\end{array}\right\}$

الحالة الأولى	الحالة الثانية	الحالة الثالثة
		

سيكون لدينا في الحالات الثلاث: $\dfrac{AM}{AB}=\dfrac{AN}{AC}=\dfrac{MN}{BC}$

③ خاصية طاليس المباشرة

(D) و(Δ) مستقيمان متقاطعان في نقطة A

B و M نقطتان من المستقيم (D) تختلفان عن A

C و N نقطتان من المستقيم (Δ) تختلفان عن A

إذا كان $(MN)//(BC)$ فإن:

أطوال أضلاع المثلث AMN

$$\boxed{\dfrac{AM}{AB}=\dfrac{AN}{AC}=\dfrac{MN}{BC}}$$

أطوال أضلاع المثلث ABC

4) تطبيق على مثلث:

أ- خاصية:

ABC مثلث

إذا كان $\left\{\begin{array}{l} M\in(AB) \\ N\in(AC)\end{array}\right.$ حيث $(MN)//(BC)$

فإن: $\boxed{\dfrac{AM}{AB}=\dfrac{AN}{AC}=\dfrac{MN}{BC}}$

* ملاحظة:

* خاصية طاليس المباشرة تشترط شرطان هما الانتماء والتوازي وتعطي المتساوية الثلاثية.

* تستعمل مبرهنة طاليس المباشرة لحساب الأطوال.

ب- مثال:

ABC مثلث حيث $AB=6cm$ و $AC=4cm$ و $BC=5cm$

لتكن E نقطة من $[AB]$ بحيث $AE=2cm$

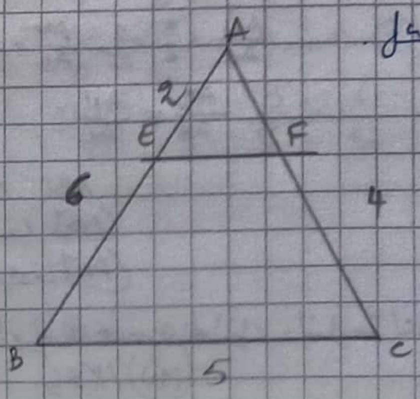
المستقيم المار من E والموازي للمستقيم (BC) يقطع $[AC]$ في F

1) أنشئ الشكل

2) احسب AF و EF

الحل:

① الشكل



2) حساب AF

نعتبر المثلث ABC

لدينا $E \in (AB)$ و $F \in (AC)$ بحيث $(EF)//(BC)$

إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة فإن:

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}$$

ومنه فإن: $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$ أي أن $\frac{2}{6} = \frac{AF}{4}$

$$AF = \frac{2\times4}{6} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

ومنه فإن: $\boxed{AF = \frac{4}{3}\,cm}$

* حساب EF

نعلم مما سبق أن $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}$

ومنه فإن: $\frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BC}$ أي أن $\frac{2}{6} = \frac{EF}{5}$

إذن: $EF = \frac{2\times5}{6} = \frac{5}{3}$

$\boxed{EF = \frac{5}{3}\,cm}$

II - الخاصية العكسية

1) نشاط ②:

ABC مثلث بحيث: $AB=4$ و $AC=6$.

M و N نقطتان من [AB] و [AC] على التوالي بحيث:

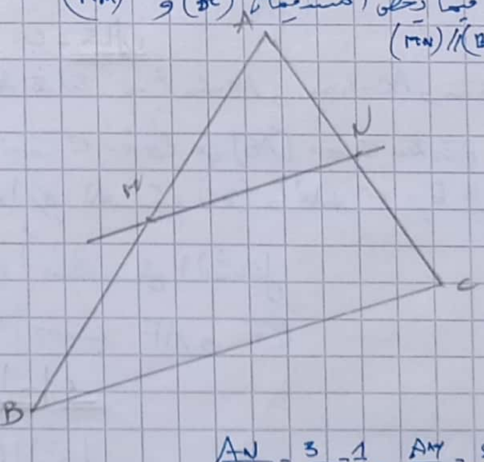
$AM=2$ و $AN=3$

1) أنشئ الشكل

2) بين أن: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$

3) ماذا تلاحظ فيما يخص المستقيمين (BC) و (MN)

بين أن: $(MN)//(BC)$



2) لدينا: $\frac{AM}{AB} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ و $\frac{AN}{AC} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

إذن: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$

3) نعتبر المثلث ABC

لدينا M منتمية ل [AB] و N منتمية ل [AC]

إذن حسب الخاصية ② من درس المتوازيات داخل مثلث

فإن: $(MN)//(BC)$

2) خاصية طاليس العكسية

(D) و (Δ) مستقيمان متقاطعان في A

B و M نقطتان من (D) تختلفان عن A

C و N نقطتان من (Δ) تختلفان عن A

إذا كانت النقط A و M و B ثم النقط A و N و C لها نفس الترتيب بحيث: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$

فإن المستقيمان (MN) و (BC) متوازيان.

3) تطبيق على مثال

أ- خاصية ②:

ABC مثلث

إذا كانت $M \in (AB)$ و $N \in (AC)$ والنقط A و M و B والنقط A و N و C لها نفس الترتيب

بحيث: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$

فإن المستقيمان (MN) و (BC) متوازيان

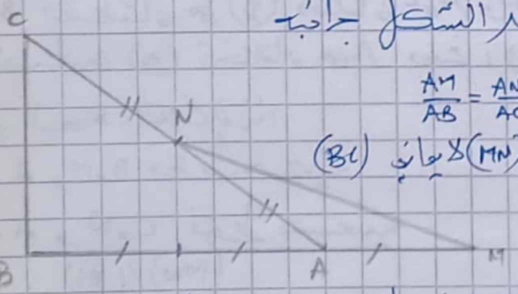
* ملاحظات:

1) مبرهنة طاليس العكسية تشترط ثلاث شروط وتعطي التوازي

2) تستعمل مبرهنة طاليس العكسية لإثبات التوازي

3) شرط ترتيب النقط على كل مستقيم ضروري لتطبيق مبرهنة طاليس العكسية

نعتبر الشكل جانبه



لدينا: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{1}{2}$

ومع ذلك (MN) لا يوازي (BC)

لأن ترتيب النقط A و N و C مخالف لترتيب النقط A و M و B

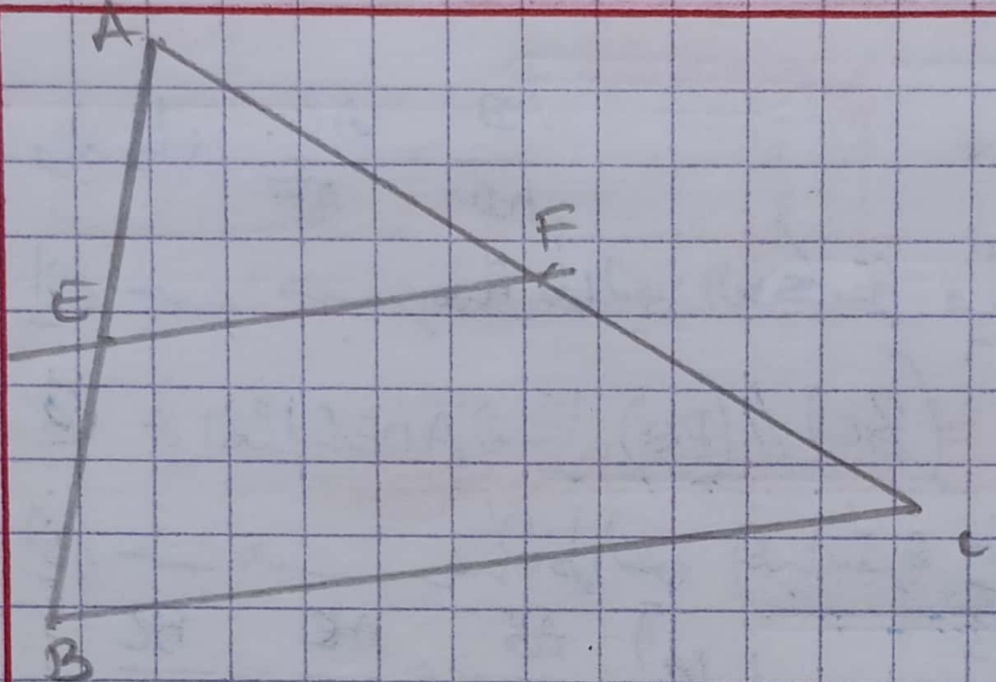
ب- مثال:

ABC مثلث بحيث: $AB=4cm$ و $AC=6cm$

لتكن E نقطة من [AB] بحيث: $AE=2cm$ و F نقطة من [AC] بحيث: $AF=3cm$

1) أنشئ الشكل

2) بين أن $(BC)//(EF)$



1) الشكل .

2) لدينا : $\frac{AE}{AB} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ و $\frac{AF}{AC} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

ومنه فإن : $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$

نعتبر المثلث ABC

لدينا : $E \in (AB)$ و $F \in (AC)$ ، والنقط A و E و B لهما نفس ترتيب النقط A و F و C

بما أن $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$

فإنه حسب مبرهنة طاليس العكسية فإن $(EF) // (BC)$