

الترتيب والعمليات

1- مقارنة عددين حقيقيين

خاصية

لمقارنة عددين حقيقيين a و b : نحدد إشارة فرقهما
إذا كان $a - b \geq 0$ فإن $a \geq b$
إذا كان $a - b \leq 0$ فإن $a \leq b$

مثال

لنقارن العددين 9 و $\frac{3}{7}$

لدينا :

$$\begin{aligned}\frac{3}{7} - 9 &= \frac{3}{7} - \frac{63}{7} \\ &= \frac{-60}{7}\end{aligned}$$

إذن : $\left(\frac{3}{7} - 9\right) \leq 0$ و منه فإن $\frac{3}{7} \leq 9$

2- الترتيب والعمليات

أ- الترتيب والجمع

خاصية

m و k و b و a أعداد حقيقية
إذا كان $a \leq b$ فإن $a + k \leq b + k$
إذا كان $a \leq b$ فإن $a - k \leq b - k$

مثال

a و b عدنان حقيقيان بحيث $a + 4 \leq b$

لنبين أن $a + 1 \leq b - 3$

لدينا : $a + 4 \leq b$ يعني أن $a + 4 - 3 \leq b - 3$

أي $a + 1 \leq b - 3$

خاصية

d و c و b و a أعداد حقيقية .
إذا كان $\left. \begin{array}{l} a \leq b \\ c \leq d \end{array} \right\}$ فإن $a + c \leq b + d$

مثال

و $a + 3 \leq 3$ و a و b عدنان حقيقيان بحيث :

$$b + 4 \leq \sqrt{2}$$

بين أن : $b+a+7 \leq 3+\sqrt{2}$

إذن : $(b+4)+(a+3) \leq \sqrt{2}+3$ نعلم أن : $\left. \begin{array}{l} b+4 \leq \sqrt{2} \\ a+3 \leq 3 \end{array} \right\}$ و

و منه فإن : $b+a+7 \leq \sqrt{2}+3$

ب-الترتيب والضرب خاصية

a و k و b أعداد حقيقية

1/ إذا كان $\left. \begin{array}{l} a \leq b \\ k \geq 0 \end{array} \right\}$ فإن $a \times k \leq b \times k$

2/ إذا كان $\left. \begin{array}{l} a \leq b \\ k \leq 0 \end{array} \right\}$ فإن $a \times k \geq b \times k$

مثال

a و b عددان جذريان بحيث : $a \geq \frac{4}{3}$ و $b \geq \sqrt{3}$

لنستنتج $3a$ و $-2b$

إذن : $3a \geq 4$ لدينا : $\left. \begin{array}{l} a \geq \frac{4}{3} \\ 3 \geq 0 \end{array} \right\}$ أي : $a \times 3 \geq \frac{4}{3} \times 3$

ولدينا : $\left. \begin{array}{l} b \geq \sqrt{3} \\ -2 \leq 0 \end{array} \right\}$ أي : $b \times (-2) \leq \sqrt{3} \times (-2)$

إذن : $-2b \leq -2\sqrt{3}$

3- التآطير

خاصية 1

a و t و z و y و x و b أعداد حقيقية بحيث :

$x \leq a \leq y$ و $z \leq b \leq t$

$x+z \leq a+b \leq y+t$

مثال

x و y عددان حقيقيان بحيث : $1 \leq x \leq \sqrt{5}$ و $-4 \leq y \leq \frac{-3}{2}$

لنؤطر : $x+y$

$$\text{لدينا : } 1 \leq x \leq \sqrt{5} \text{ و } -4 \leq y \leq \frac{-3}{2}$$

$$\text{يعني أن : } 1 + (-4) \leq x + y \leq \sqrt{5} + \left(\frac{-3}{2}\right)$$

$$\text{أي : } -3 \leq x + y \leq \sqrt{5} - \frac{3}{2}$$

خاصية 2

$$\text{و } a \text{ و } y \text{ و } x \text{ أعداد حقيقية بحيث : } x \leq a \leq y \\ -y \leq -a \leq -x$$

مثال

$$x \text{ عدد حقيقي بحيث : } \sqrt{3} \leq x \leq 4$$

$$\text{لنؤطر } -x \text{ : } -4 \leq -x \leq -\sqrt{3}$$

خاصية 3

$$\text{و } a \text{ و } t \text{ و } z \text{ و } y \text{ و } x \text{ و } b \text{ أعداد حقيقة بحيث :}$$

$$x \leq a \leq y \text{ و } z \leq b \leq t$$

$$x - t \leq a - b \leq y - z$$

مثال

$$x \text{ و } y \text{ عدنان حقيقيان بحيث : } 1 \leq x \leq \frac{5}{2} \text{ و } -4 \leq y \leq \frac{-3}{2}$$

$$\text{لنؤطر : } y - x$$

$$\text{لدينا : } 1 \leq x \leq \frac{5}{2} \text{ إذن : } -\frac{5}{2} \leq -x \leq -1$$

$$\text{يعني أن : } (-4) + \left(\frac{-5}{2}\right) \leq y + (-x) \leq \left(\frac{-3}{2}\right) + (-1)$$

$$\frac{-13}{2} \leq y - x \leq \left(\frac{-5}{2}\right)$$