الحساب المثلثي

1- النسب المثلثية

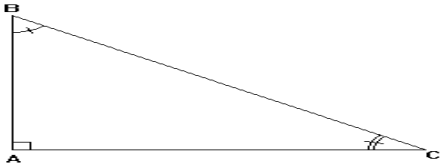
تعريف

- جيب تمام زاوية حادة في مثلث قائم الزاوية يساوي خارج طول الضلع المحادي للزاوية الحادة على طول الوتر

- جيب زاوية حادة في مثلث قائم الزاوية يساوي خارج طول الضلع المقابل على طول الوتر

- ظل زاوية حادة في مثلث قائم الزاوية يساوي خارج طول الضلع المقابل لهذه الزاوية على طول الضلع المحاذي لها.

مثال1



[AB] هو الضلع المحادي للزاوية $A\hat{B}C$ ، والمقابل للزاوية $A\hat{C}B$

[AC] هو الضلع المقابل للزاوية $A\hat{B}C$ ، والمحادي للزاوية $A\hat{C}B$

[CB] هو الوتر

$$\cos A\hat{C}B = \frac{AC}{BC} \quad ,, \quad \cos A\hat{B}C = \frac{AB}{BC}$$

$$\sin A\hat{C}B = \frac{AB}{BC} \quad ,, \quad \sin A\hat{B}C = \frac{AC}{BC}$$

$$\tan A\hat{B}C = \frac{AC}{AB} \quad ,, \quad \tan A\hat{C}B = \frac{AB}{AC}$$

مثال2

ABC مثلث قائم الزاوية في A

بحيث : $BC = 5\ cm$ و $AB = 3\ cm$ و $AC = 4\ cm$

لنحسب النسب المثلثية للزاوية $A\hat{C}B$

لدينا : $\cos A\hat{C}B = \frac{AC}{BC}$ إذن : $\cos A\hat{C}B = \frac{4}{5}$

لدينا : $\sin A\hat{C}B = \frac{AB}{BC}$ إذن : $\sin A\hat{C}B = \frac{3}{5}$

لدينا : $\tan A\hat{C}B = \frac{AB}{AC}$ إذن : $\tan A\hat{C}B = \frac{3}{4}$

2- العلاقة بين جيب تمام وجيب وظل زاوية حادة

خاصية

ليكن x قياس زاوية حادة، لدينا : $0 < \sin x < 1$ و $0 < \cos x < 1$

$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ و $(\sin x)^2 + (\cos x)^2 = 1$

مثال

لنحسب $\sin x$ و $\tan x$ علما أن : $\cos x = \frac{2}{3}$

لدينا : $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

إذن : $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 1 - \frac{4}{9} = \frac{9-4}{9} = \frac{5}{9}$

لدينا : $0 < \sin x < 1$ إذن : $\sin x = \sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$

لدينا: $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ إذن : $\tan x = \frac{\frac{\sqrt{5}}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{5}}{\cancel{3}} \times \frac{\cancel{3}}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

لدينا : $\cos A\hat{C}B = \frac{AC}{BC}$ إذن : $\cos A\hat{C}B = \frac{4}{5}$

لدينا : $\sin A\hat{C}B = \frac{AB}{BC}$ إذن : $\sin A\hat{C}B = \frac{3}{5}$

3- النسب المثلثية لزاويتين متتامتان

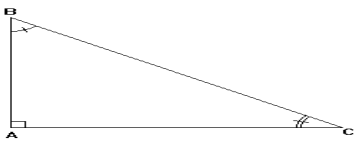
تعريف

إذا كانت زاويتين غير منعدمتين متتامتان،فإن:

- جيب كل منهما يساوي جيب الأخرى
- ظل كل منهما يساوي مقلوب ظل الأخرى.

مثال

ABC مثلث قائم الزاوية في A



$\cos A\hat{B}C = \sin A\hat{C}B$ و $\cos A\hat{C}B = \sin A\hat{B}C$ و $\tan A\hat{B}C = \frac{1}{\tan A\hat{C}B}$