الدرس ⑧: التناسبية والدالة الخطية

I - التناسبية:

1) جدول التناسبية:

* مثال: نعتبر الجدول جانبه

	2,5	3	4	7
×3	7,5	9	12	21

نلاحظ أن: $\frac{7,5}{2,5} = \frac{9}{3} = \frac{12}{4} = \frac{21}{7} = 3$

* نقول أن هذا الجدول يحوي وضعية تناسبية.

* العدد 3 يسمى معامل التناسب.

* ملاحظة: إذا مثلنا معطيات الجدول في معلم متعامد ممنظم حيث أحد السطر الأول على محور الأفاصيل وأحد السطر الثاني على محور الأراتيب، نجد أن جميع النقط متناسبة مع أصل المعلم

2) الرابع المتناسب:

أ- تعريف:

c	a
x	b

قيمة x بالجدول جانبه حيث: $\frac{x}{c} = \frac{b}{a}$

تسمى الرابع المتناسب

* مثال: نعتبر الجدول جانبه:

	25	14,5
	5	x

لتحدد x

* طريقة ①: الاقطار

لدينا: $x = \frac{5 \times 14,5}{25} = 2,9$

* طريقة ②: معامل التناسب

لدينا: $\frac{5}{25} = 0,2$ إذن معامل التناسب 0,2

ولدينا: $14,5 \times 0,2 = 2,9$ إذن: $\boxed{x = 2,9}$

II - الدالة الخطية:

1) تعريف:

a عدد معلوم

العلاقة التي تربط كل عدد حقيقي x بالعدد ax تسمى دالة خطية f معاملها a

ونكتب: $f(x) = ax$

* العدد $f(x)$ يسمى صورة x

والعدد x يسمى سابق ax

* ملاحظات:

إذا كانت f دالة خطية معاملها a فإن:

$f(0) = 0$ ← لدينا

$f(1) = a$ ←

$\frac{y}{a}$ هو y سابق ←

2) مثال:

$f(x) = 3x$: نعتبر الدالة الخطية

f دالة خطية معاملها هو 3

لتحدد صور الأعداد: 0، 1، 2، -3، $\frac{5}{3}$، $\frac{-7}{6}$ ←

لدينا:

* $f(0) = 3 \times 0 = 0$
* $f(1) = 3 \times 1 = 3$
* $f(2) = 3 \times 2 = 6$
* $f(-3) = 3 \times (-3) = -9$
* $f\left(\frac{5}{3}\right) = 3 \times \frac{5}{3} = 5$
* $f\left(-\frac{7}{6}\right) = 3 \times \left(-\frac{7}{6}\right) = -\frac{7}{2}$

إذن صورة العدد 1 هو 3

صورة العدد $\frac{5}{3}$ هو 5 وهكذا

لتحدد سوابق الأعداد 9، -12، 15 ←

لدينا: * $\frac{9}{3} = 3$ * $\frac{-12}{3} = -4$

إذن سابق 9 هو 3 إذن سابق -12 هو -4

أي $f(3) = 9$ أي $f(-4) = -12$

* $\frac{15}{3} = 5$

إذن سابق 15 هو 5

أي $f(5) = 15$

3) معامل الدالة الخطية

أ- خاصية:

إذا كانت f دالة خطية و x عدد حقيقي غير منعدم فإن معامل الدالة f هو: $a = \frac{f(x)}{x}$

ب- مثال:

f دالة خطية حيث: $f(-3) = 6$

لنحدد معامل الدالة f و $f(x)$

* لدينا: f دالة خطية إذن معاملها هو: $a = \frac{f(-3)}{-3} = \frac{6}{-3} = -2$

ومنه فإن: $\boxed{f(x) = -2x}$

4) التمثيل المبياني لدالة خطية:

أ- خاصية:

(O, I, J) معلم متعامد ممنظم.

التمثيل المبياني لدالة خطية f عبارة عن مستقيم يمر من أصل المعلم O ومن النقطة $A(1, a)$.

ب- مثال:

نعتبر الدالة الخطية $f(x) = -2x$

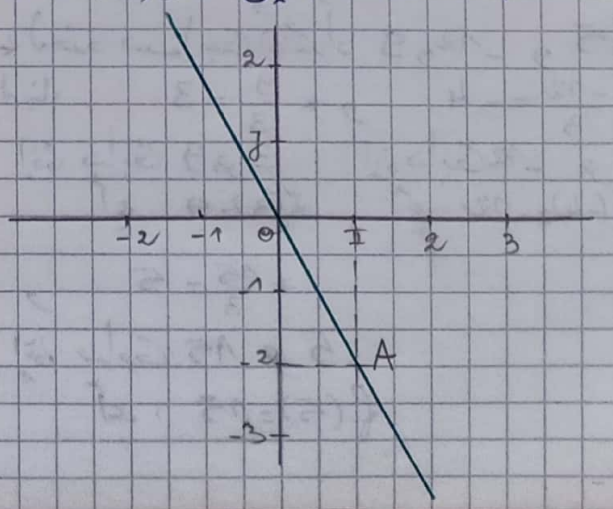
لنشئ التمثيل المبياني للدالة f في معلم متعامد ممنظم (O, I, J)

لدينا: $f(0) = 0$ و $f(1) = -2$

إذن نعتبر الجدول التالي:

x	0	1
$f(x)$	0	-2

إذن التمثيل المبياني للدالة f هو مستقيم يمر من النقطتين O و $A(1; -2)$



ج- ملاحظات:

* لدينا: $f(1) = a$ إذن المستقيم يمر من النقطة $A(1, a)$

* $A(x, y)$ تنتمي إلى التمثيل المبياني للدالة f يعني أن: $f(x) = y$

* لإيجاد صورة عدد x بالدالة f مبيانيا، نرسم المستقيم الموازي لحامل x الذي يقطع التمثيل المبياني للدالة f في نقطة أرتوبها y حيث: $f(x) = y$

* لإيجاد سابق y بالدالة f مبيانيا، نرسم المستقيم الأفقي الحامل لـ y الذي يقطع التمثيل المبياني للدالة f في نقطة أفصولها x هو سابق y أي $f(x) = y$