الدرس ① : الحساب الحرفي

I - الحساب الحرفي :

1) نشاط :

a عدد جزئي ، بسط ما يلي :

* $13a + 17a - 7a$
* $-5a + \frac{2}{3}a - \frac{11}{3}a$

جواب :

* $13x + 17a - 7a = (13 + 17 - 7) \times a$
$= 23a$
* $-5a + \frac{2}{3}a - \frac{11}{3}a = a \times \left(-5 + \frac{2}{3} - \frac{11}{3}\right)$
$= a \times \left(\frac{-15 + 2 - 11}{3}\right)$
$= a \times \frac{-24}{3}$
$= -8a$

2) الحساب الحرفي :

أ - تعريف :

الحساب الحرفي هو حساب يتم على تعابير تتكون من حروف و أعداد معلومة.

ب - ملاحظات :

① تستعمل الحروف من أجل التعبير على الأعداد التي تكون قيمتها متغيرة أو مجهولة.

② تستعمل الحروف من أجل اختصار النص الرياضياتي.

ج - التبسيط :

* تعريف :

تبسيط تعبير هو كتابته بأقل عدد ممكن من العمليات.

* الحالة ① : تعابير بمجهل واحد.

لتبسيط تعبير بمجهل واحد نجمع الأعداد المرتبطة بالمجهل من جهة، و الأعداد المعلومة من جهة أخرى.

$A = -3x + 2 - \frac{-1}{4} + 8x$
$= -3x + 8x + 2 + \frac{1}{4}$
$= 5x + \frac{8+1}{4} = 5x + \frac{9}{4}$

* الحالة ② : تعابير بعدة مجاهيل / بمجهل واحد و درجات مختلفة.

لتبسيط تعبير بعدة مجاهيل أو بمجهل واحد و درجات مختلفة ، نجمع الحدود المتشابهة.

* الحدين x و x^2 حدين مختلفين من نفس المجهل

* $2x^2 + 3x \neq 5x^3$ نقط يمكن التعميل أما الحساب فلا يمكن أبدا.

$A = \frac{4}{5}x^2 - 6x + 4 + \frac{5x}{2} - \frac{3x^2}{10} - 7$
$= \frac{4}{5}x^2 - \frac{3}{10}x^2 - 6x + \frac{5}{2}x + 4 - 7$
$= \left(\frac{4}{5} - \frac{3}{10}\right)x^2 + \left(-6 + \frac{5}{2}\right)x - 3$
$= \left(\frac{8-3}{10}\right)x^2 + \left(\frac{-12+5}{2}\right)x - 3$
$= \frac{5}{10}x^2 + \frac{-7}{2}x - 3$
$= \frac{1}{2}x^2 - \frac{7}{2}x - 3$

II - النشر و التعميل :

1) تعريف :

* النشر هو كتابة جداء على شكل مجموع أو فرق.
* التعميل هو كتابة مجموع أو فرق على شكل جداء.

بتعبير آخر

k, d, c, b, a أعداد جزئية

النشر →
$k \times (a+b) = k \times a + k \times b$
$k \times (a-b) = k \times a - k \times b$
$(a+b) \times (c+d) = ac + ad + bc + bd$
← التعميل

* ملاحظات:

- التحليل عكس النشر.
- لتحليل تعبير، نبحث أولا عن العامل المشترك بالجوء غالبا للتفكيك ثم نعمل به.
- أحيانا، في بعض التعابير نقوم بالتحليل أكثر من مرة. نعمل في المرة الأولى لكي نظهر العامل المشترك البعائي.

2) أمثلة:

* النشر:

$A = x(x^2 - 1)$
$= x \times x^2 - x \times 1$
$= x^3 - x$

$B = 2(3x - 1) + 5(-2 + x)$
$= 2 \times 3x - 2 \times 1 - 5 \times 2 + 5 \times x$
$= 6x - 2 - 10 + 5x$
$= 11x - 12$

$C = (a+3)(a-2)$
$= a \times a - a \times 2 + 3 \times a - 3 \times 2$
$= a^2 - 2a + 3a - 6$
$= a^2 + a - 6$

* التحليل:

$A = x^2 + x$
$= x \times x + x \times 1$
$= x(x+1)$

$B = 6xy + 12x^2 - 18x$
$= 6x \times y + 6x \times 2x - 6x \times 3$
$= 6x(y + 2x - 3)$

$C = (x+1)(x+3) - (x+1)(2-x)$
$= (x+1)[(x+3) - (2-x)]$
$= (x+1)(x+3-2+x)$
$= (x+1)(2x+1)$

III - الخطابيات العامة:

1) خاصية:

a و b عددان حقيقيان

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

2) أمثلة:

* الخطابيات العامة والنشر:

$A = (2x+1)^2$
$= (2x)^2 + 2 \times 2x \times 1 + 1^2$
$= 4x^2 + 4x + 1$

$B = (3-5x)^2$
$= 3^2 - 2 \times 3 \times 5x + (5x)^2$
$= 9 - 30x + 25x^2$

$C = \left(7x + \frac{3}{4}\right)\left(7x - \frac{3}{4}\right)$
$= (7x)^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^2$
$= 49x^2 - \frac{9}{16}$

* الخطابيات العامة والتحليل:

بعض تحليل تعبير على الخطابيات العامة على ملاحظة التعبير جيدا واستخراج شكل الخطابية العامة المناسبة وذلك في حالة غياب العامل المشترك.

$A = 16x^2 + 40x + 25$
$= (4x)^2 + 2 \times 4x \times 5 + 5^2$
$= (4x+5)^2$

$B = 9x^2 - 54x + 81$
$= (3x)^2 - 2 \times 3x \times 9 + 9^2$
$= (3x-9)^2$

$C = 144x^2 - \frac{25}{49}$
$= (12x)^2 - \left(\frac{5}{7}\right)^2$
$= \left(12x + \frac{5}{7}\right)\left(12x - \frac{5}{7}\right)$