2 الأعداد الكسرية : مقارنة و ترتيب

ذ: ياسني نورالدين

I- الكتابة الكسرية : تعريف و ترميز:

- العدد الكسري هو خارج عدد صحيح على عدد صحيح غير منعدم (يخالف الصفر)

أي إذا كان a و b عددين صحيحين و b غير منعدم فإن خارج a على b هو العدد c الذي يحقق $a = b \times c$

يرمز لهذا الخارج بالرمز : $\frac{a}{b}$ و يسمى عددا كسريا ، a يسمى البسط و b يسمى المقام .

أمثلة: $\frac{78}{1458};\frac{154}{32};\frac{6}{8}$ العدد $\frac{14}{0}$ ليس عدد كسري لأن المقام يساوي o .

- كل عدد صحيح طبيعي يمكن أن نكتبه على شكل عدد كسري وذلك بقسمة هذا العدد على 1 مثلا .

أمثلة: $0=\frac{0}{1};9=\frac{9}{1};1=\frac{1}{1}$ كما يمكن أن نكتب أيضا : $1=\frac{16}{16};0=\frac{0}{35};9=\frac{90}{10}$

- كل عدد عشري يمكن أن نكتبه على شكل عدد كسري وذلك على الشكل التالي :

أمثلة: $5,2=\frac{5,2}{1}=\frac{5,2\times10}{1\times10}=\frac{52}{10}$ بنفس الطريقة نجد : $0,7=\frac{7}{10}$ و $1,86=\frac{1,86\times100}{1\times100}=\frac{186}{100}$

II- تساوي عددين كسريين :

خاصية - عند ضرب بسط ومقام عدد كسري في نفس العدد العشري الغير المنعدم نحصل على نفس العدد ،أي: $\frac{a\times k}{b\times k}=\frac{a}{b}$

أمثلة : $\frac{36}{24}=\frac{3\times12}{2\times12}=\frac{3}{2}$ ؛ $\frac{5x}{13x}=\frac{5}{13}\ (x\neq0)$ ؛ $\frac{45\times6}{6\times17}=\frac{45}{17}$ ؛ $\frac{7\times19}{5\times19}=\frac{7}{5}$

خاصية - عند قسمة بسط ومقام عدد كسري على نفس العدد العشري الغير المنعدم نحصل على نفس العدد ،أي: $\frac{a\div k}{b\div k}=\frac{a}{b}$

أمثلة : $\frac{35\div9}{9\div14}\neq\frac{35}{14}$ و $\frac{5\div8}{5\div3}\neq\frac{8}{3}$ انتبه : $\frac{a\div87}{c\div87}=\frac{a}{c}$ و $\frac{5\div26}{2\div26}=\frac{5}{2}$

خاصية - يكون عددان كسريان لهما نفس المقام متساويين إذا كان لهما نفس البسط ،أي إذا كان : $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$ و فإن : $a=b$.

خاصية - يكون عددان كسريان لهما نفس البسط متساويين إذا كان لهما نفس المقام ،أي إذا كان: $\frac{c}{a}=\frac{c}{b}$ فإن : $a=b$.

III- جعل المقام العشري عددا صحيحا :

قاعدة : لإزالة الفاصلة من مقام عدد كسري نضرب بسط ومقام هذا العدد في 10 أو 100 أو 1000 ... وذلك حسب عدد الأرقام الموجودة وراء الفاصلة :

ذ: ياسني نورالدين

حيث نضرب في 10 إذا كان المقام يحتوي على رقم واحد وراء الفاصلة :

مثال : $\frac{5}{2,3}=\frac{5\times10}{2,3\times10}=\frac{50}{23}$

و نضرب في 100 إذا كان المقام يحتوي على رقمين وراء الفاصلة :

مثال : $\frac{11}{8,25}=\frac{11\times100}{8,25\times100}=\frac{1100}{825}$

...إلخ

IV- مقارنة عددين كسرين :

- ترميز: (رمزان جديدان)

فيما سيأتي سنستعمل رمزين جديدين لمقارنة عددين و غالبا ما نعوض بهما الرمزين : $<$ و $>$ وهما : $\leq$ و $\geq$.

الرمز $\leq$ يعني:أصغر من أو تساوي ($<$ أو $=$)

الرمز $\geq$ يعني : أكبر من أو تساوي ($>$ أو $=$)

خاصية 1: - إذاكان لعددن كسريين نفس المقام فإن أكبرهما هو الذي له أكبر بسط

مثال :

$\frac{3}{19}\leq\frac{6}{19}$ لأن للعددين نفس المقام و $3\leq6$

قاعدة - لمقارنق عددين كسريين مقام أحدهما مضاعف لمقام الآخر نقوم بتوحيد مقامي الكسرين (المقام الموحد هو المقام الأكبر) ثم نطبق الخاصية1.

أمثلة :

مقارنة $\frac{5}{3}$ و $\frac{17}{12}$ نلاحظ أن 12 من مضاعفات 3 إذن المقام الموحد هو المقام الأكبر أي 12 ، بقي لنا أن نجعل مقام العدد $\frac{5}{3}$ هو 12 ، نعلم أن : $3\times4=12$ إذن سنضرب بسط و مقام العدد $\frac{5}{3}$ في العدد 4 : $\frac{5}{3}=\frac{5\times4}{3\times4}=\frac{20}{12}$

في الأخير سنقارن : $\frac{20}{12}$ و $\frac{17}{12}$ ، بتطبيق الخاصية 1 و مع كون : $20\leq17$ سنجد أن : $\frac{17}{12}\leq\frac{20}{12}$

بالرجوع إلى السؤال الرئيسي نجد : $\frac{17}{12}\leq\frac{5}{3}$

بنفس الطريقة : مقارنة $\frac{78}{35}$ و $\frac{11}{5}$ المقام الموحد هو : 35 و بذلك : $\frac{11}{5}=\frac{11\times7}{5\times7}=\frac{77}{35}$

ومع كون $\frac{77}{35}\leq\frac{78}{35}$ نجد $\frac{11}{5}\leq\frac{78}{35}$

قاعدة - لمقارنة عددين كسريين مقاماهما مختلفين نوحد المقام ثم نطبق الخاصية 1 ، لكن كيف نوحد المقام ؟

المقام الموحد هو أصغر مضاعف مشترك بين المقامين وقد يساوي جداء المقامين أو يكون أصغر منه .

- حالة يكون فيها المقام الموحد هو جداء المقامين : في هذه الحالة نضرب بسط و مقام كل عدد في مقام العدد الآخر

مثال : مقارنة $\frac{5}{4}$ و $\frac{8}{7}$ المقام الموحد هو : $4\times7=28$ إذن : $\frac{5}{4}=\frac{5\times7}{4\times7}=\frac{35}{28}$ و $\frac{8}{7}=\frac{8\times4}{7\times4}=\frac{32}{28}$

ومع كون : $\frac{32}{28}\leq\frac{35}{28}$ نجد $\frac{8}{7}\leq\frac{5}{4}$

- حالة يكون فيها المقام الموحد أصغر من جداء المقامين : نضرب بسط ومقام كل عدد في عدد معين بحيث نحصل على هذا المقام الموحد

مثال : مقارنة $\frac{11}{4}$ و $\frac{13}{6}$ جداء المقامين هو 24 بينما أصغر مقام موحد هو 12 لأن $4\times3=12$ و $6\times2=12$

إذن : $\frac{11}{4}=\frac{11\times3}{4\times3}=\frac{33}{12}$ و $\frac{13}{6}=\frac{13\times2}{6\times2}=\frac{26}{12}$ ومع كون : $\frac{26}{12}\leq\frac{33}{12}$ نجد $\frac{13}{6}\leq\frac{11}{4}$

خاصية - إذاكان لعددين كسريين نفس البسط فإن أكبرهما هو الذي له أصغر مقام

مثال :

$\frac{15}{10}\geq\frac{15}{3}$ لأن للعددين نفس البسط و $10\geq3$

- مقارنة عدد كسري مع العدد 1

لمقارنة عدد كسري مع 1 لا نوحد المقام

خاصية كل عدد كسري بسطه أكبر من مقامه فهو أكبر من 1

مثال: $\frac{60}{9}\geq1$

خاصية كل عدد كسري بسطه أصغر من مقامه فهو أصغر من 1

مثال : $\frac{4}{47}\leq1$

- مقارنة عدد كسري مع العدد 0 : كل عدد كسري أكبر من 0

- مقارنة عدد كسري مع عدد صحيح أو عشري :

لمقارنة عدد كسري مع عدد صحيح أو عشري هناك طريقتين نختار أسهلهما :

الطريقة 1: نحدد قيمة العدد الكسري و نقارنها مع هذا العدد الصحيح أو العشري

أمثلة:

مقارنة $\frac{15}{2}$ و $6,5$

لدينا : $\frac{15}{2}=7,5$ ومع $6,5\leq 7,5$ نجد $6,5\leq\frac{15}{2}$

الطريقة 2 : نحتفظ بالعدد الكسري و نكتب العدد الصحيح أو العشري على شكل عدد كسري وبعدها نوحد المقام ونطبق الخاصية1

أمثلة :

مقارنة $\frac{11}{3}$ و 4 أولا نكتب 4 على شكل عدد كسري ثم نوحد المقام

أي : $4=\frac{4}{1}=\frac{4\times3}{1\times3}=\frac{12}{3}$ ومع $\frac{12}{3}\geq\frac{11}{3}$ نجد $4\geq\frac{11}{3}$

مقارنة $6,2$ و $\frac{57}{8}$ أولا نكتب $6,2$ على شكل عدد كسري ثم نوحد المقام

أي : $6,2=\frac{62}{10}$ والمقام الموحد بين $\frac{57}{8}$ و $\frac{62}{10}$ هو 40 لأن $8\times5=10\times4=40$

إذن : $\frac{57}{8}=\frac{57\times5}{8\times5}=\frac{285}{40}$ و $6,2=\frac{62}{10}=\frac{62\times4}{10\times4}=\frac{248}{40}$ ومع : $\frac{285}{40}\geq\frac{248}{40}$ نجد $\frac{57}{8}\geq6,2$