الأعداد الجذرية

1- تقديم ومقارنة الأعداد الجذرية

أ- العدد الجدري

تعريف

العدد الجذري هو خارج عدد صحيح نسبي على عدد صحيح نسبي غير منعدم

بتعبير اخر

يرمز لخارج العدد الصحيح النسبي **a** على العدد الصحيح النسبي الغير منعدم **b**

بالرمز : $\frac{a}{b}$ حيث : **a** يسمى البسط و **b** يسمى المقام

مثال

الأعداد الآتية هي أعداد جذرية : $\frac{-2}{3}$ و $\frac{-5}{-4}$ و $\frac{23}{-7}$ و $\frac{11}{2}$

ملاحظة

كل عدد عشري نسبي هو عدد جذري

أمثلة

$-2,6=\frac{-26}{10}$ ” $12=\frac{12}{1}$ ” $3,41=\frac{341}{100}$

ب- إشارة عدد جدري

قاعدة

يكون عدد جذري $\frac{a}{b}$ موجبا إذا كان للعددين a و b نفس الإشارة . يكون عدد جذري $\frac{a}{b}$ سالبا إذا كان للعددين a و b إشارتين مختلفتين.

مثال

$\frac{-7}{-9}$ و $\frac{11}{3}$ عددان جذريان موجبان

$\frac{-8}{5}$ و $\frac{3}{-5}$ عددان جذريان سالبان

ج- تساوي عددين جدريين

خاصية1

$\frac{x}{y}$ و $\frac{a}{b}$ عددان جذريان

$\frac{a}{b}=\frac{x}{y}$ يعني أن : $a\times y=b\times x$

مثال

لنقارن العددين الجذريين : $\frac{-8}{6}$ و $\frac{4}{-3}$

لدينا : $\left.\begin{matrix}-8\times(-3)=24\\6\times4=24\end{matrix}\right\}$ يعني أن $-8\times(-3)=6\times4$

و منه فإن : $\frac{-8}{6}=\frac{4}{-3}$

خاصية2

$\frac{a}{b}$ عدد جذري و m وn عددين صحيحين نسبيين غير منعدمين

$\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}}=\frac{\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{n}}{\mathbf{b}\times\mathbf{n}}$,, $\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}}=\frac{\boldsymbol{a}\div\boldsymbol{m}}{\mathbf{b}\div\mathbf{m}}$

أمثلة

$\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{7}}=\frac{\mathbf{2}\times(-\mathbf{3})}{\mathbf{7}\times(-\mathbf{3})}=\frac{-\mathbf{6}}{\mathbf{21}}$

2- العمليات على الأعداد الجذرية

أ- جمع وفرق عددين جذريين

قاعدة1

لحساب مجموع (أو فرق) عددين جذريين لهما نفس المقام , نحسب مجموع (أو فرق) بسطيهما مع الاحتفاظ بالمقام المشترك.

أمثلة

$$\frac{1}{5}\,\frac{1}{} + \left(\frac{-7}{5}\right) = \frac{1\,1 + (-7)}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{27}{9} - \frac{19}{9} = \frac{27 - 19}{9} = \frac{8}{9}$$

قاعدة2

لحساب مجموع (أو فرق) عددين جذريين مقام أحدهما مضاعف لمقام الآخر, نقوم بتوحيد مقاميهما ثم نحسب مجموعهما (أوفرقهما) حسب القاعدة 1 السابقة.

أمثلة

$$\left(\frac{-5}{7}\right)+\frac{11}{21}=\left(\frac{-15}{21}\right)+\frac{11}{21}=\frac{(-15)+11}{21}=\frac{-4}{21}$$

$$\left(\frac{-13}{3}\right)-\frac{7}{9}=\left(\frac{-39}{9}\right)-\frac{7}{9}=\frac{(-39)-7}{9}=\frac{-46}{9}$$

قاعدة3

$\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ عددان جذريان

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad}{bd}+\frac{bc}{bd}=\frac{ad+bc}{bd} \quad \text{و} \quad \frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{ad}{bd}-\frac{bc}{bd}=\frac{ad-bc}{bd}$$

أمثلة

$$\frac{3}{5}+\left(\frac{-4}{3}\right)=\frac{3\times3+(-4)\times5}{5\times3}=\frac{9+(-20)}{15}=\frac{-11}{15}$$

$$\left(\frac{-13}{3}\right)-\frac{7}{2}=\frac{(-13)\times2-7\times3}{3\times2}=\frac{(-26)-21}{6}=\frac{-47}{6}$$

ب- جداء عددين جذريين

قاعدة

جداء عددين جذريين هو عدد جذري مقامه هو جداء المقامين وبسطه هو جداء البسطين.

$$\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$$

أمثلة

$$\frac{11}{5}\times\left(\frac{-7}{2}\right)=\frac{11\times(-7)}{5\times 2}=\frac{-77}{10}$$

$$\left(\frac{-13}{22}\right)\times(-9)=\frac{13\times 9}{22\times 1}=\frac{117}{22}$$

$$1{,}5\times\frac{3}{7}=\frac{15}{10}\times\frac{3}{7}=\frac{15\times 3}{10\times 7}=\frac{45}{70}$$

ج- خارج عددين جدريين

تعريف

a عدد جذري غير منعدم .

نرمز له بالرمز a^{-1} و نكتب : $a^{-1}=\frac{1}{a}$ مقلـوب العدد a هو العدد $\frac{1}{a}$

مثال

مقلـوب العدد الجذري $\frac{4}{9}$ هو : $\left(\frac{4}{9}\right)^{-1}=\frac{1}{\frac{4}{9}}=\frac{9}{4}$

خاصية

$\frac{c}{d}$ و $\frac{a}{b}$ عددان جذريان بحيث : $\frac{c}{d}\neq 0$

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{a\times d}{b\times c}$$

مثال

$$\frac{\frac{3}{5}}{\frac{7}{2}} = \frac{3}{5} \times \frac{2}{7} = \frac{3 \times 2}{5 \times 7} = \frac{6}{35}$$

3- القوى

أ- قوة عدد جذري

تعريف

إذا كان x عددا جذريا و n عددا صحيحا طبيعيا غير منعدم فإن :

$$x^n = \underbrace{x \times x \times x \times x \times \ldots\ldots \times x}_{n \text{ مرة}}$$

أمثلة

$\left(\frac{12}{5}\right)^2$; $(-4)^5$; $\left(\frac{2}{3}\right)^3$

ملاحظة

n عدد صحيح طبيعي و a عدد جذري غير منعدم

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

أمثلة

$$15^{-2} = \frac{15}{15^2} \qquad \left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{3}{2}\right)^4$$

ب-اشارة عدد جذري

قاعدة

تكون إشارة قوة عدد جدري سالبة إذا كان الأساس سالبا و الأس فرديا، وتكون موجبة في جميع الحالات الأخرى

أمثلة

اشارة هذه القوة $(-3)^8$ موجبة

اشارة هذه القوة $(-5.7)^5$ سالبة

ج- خصائص القوى

b و a عددان جذريان غير منعدمين .

n و m عددان صحيحان نسبيان .

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$a^n \times b^n = (ab)^n$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$\left(a^n\right)^m = a^{n \times m}$$

امثلة

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^{11}\left(-\frac{2}{3}\right)^{53} = \left(-\frac{2}{3}\right)^{11+53} = \left(-\frac{2}{3}\right)^{64}$$

$$\left(\frac{-5}{3}\right)^4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \left(\frac{-5}{3} \times \frac{1}{2}\right)^4 = \left(\frac{-5}{6}\right)^4$$

$$\frac{\left(\frac{2}{7}\right)^6}{\left(\frac{3}{5}\right)^6} = \left(\frac{\frac{2}{7}}{\frac{3}{5}}\right)^6 = \left(\frac{2}{7} \times \frac{5}{3}\right)^6 = \left(\frac{10}{21}\right)^6$$

$$\frac{22^5}{22^{12}} = 22^{5-22} = 22^{-17} = \frac{1}{22^{17}}$$

$$\left[\left(\frac{5}{7}\right)^5\right]^{-3} = \left(\frac{5}{7}\right)^{5\times(-3)}\left(\frac{5}{7}\right)^{-15} = \left(\frac{7}{5}\right)^{15}$$

د- قوى العدد 10

قاعدة

n عدد صحيح طبيعي

$10^n = 1000\ldots\ldots\ldots\ldots 0$

n من الاصفار

$10^{-n} = 0{,}000\ldots\ldots\ldots 01$

n من الاصفار

أمثلة

$10^5 = 100000$

$10^{-5} = 0{,}00001$

ت-الكتابة العلمية

تعريف

ـ الكتابة العلمية لعدد عشري موجب هي كتابته على شكل:

$a \times 10^n$ حيث: n عدد صحيح نسبي و a عدد عشري حيث :

$$1 \leq a < 10$$

ـ الكتابة العلمية لعدد عشري نسبي سالب هي كتابته على شكل:

$-a \times 10^n$ حيث n عدد صحيح نسبي و a عدد عشري بحيث :

$$1 \leq a < 10$$

أمثلة

$2650000 = 2{,}65 \times 10^6$

$-2650000 = -2{,}65 \times 10^6$

$0{,}00026 = 2{,}6 \times 10^{-4}$