

# ANGLES INSCRITS, ANGLES AU CENTRE ET POLYGONES REGULIERS

## I) ANGLES INSCRITS - ANGLES AU CENTRE

### A) Angles inscrits

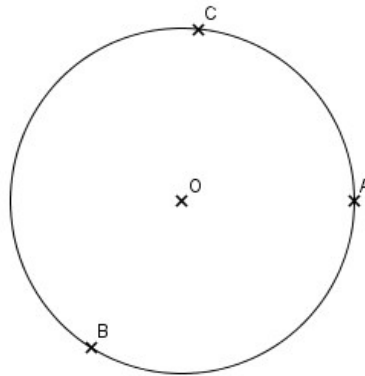
#### Définition

Considérons un cercle  $C$ .

Un **angle inscrit** dans  $C$  est un angle dont le sommet appartient à  $C$  et qui intercepte un arc de ce cercle.

#### Exemple 1

Soit trois points A, B et C appartenant au cercle  $C$ .

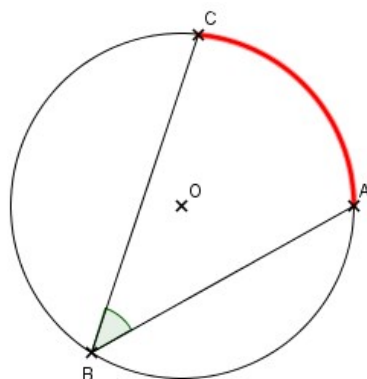


Voici quelques exemples d'angles inscrits :

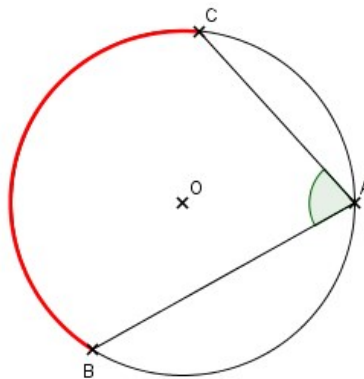
(1) : L'angle inscrit  $\widehat{ABC}$  qui intercepte l'arc de cercle  $\widehat{AC}$ .

(2) : L'angle inscrit  $\widehat{BAC}$  qui intercepte l'arc de cercle  $\widehat{BC}$ .

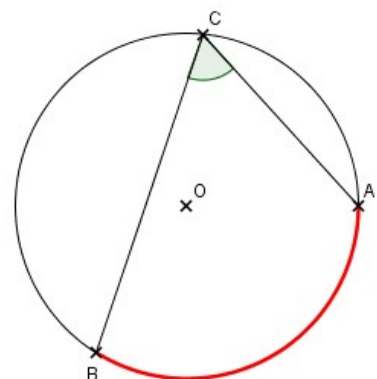
(3) : L'angle inscrit  $\widehat{BCA}$  qui intercepte l'arc de cercle  $\widehat{AB}$ .



(1)



(2)



(3)

## B) Angles au centre

### Définition

Dans le cercle  $C$ , un **angle au centre** est un angle dont le sommet est le centre du cercle  $C$ .

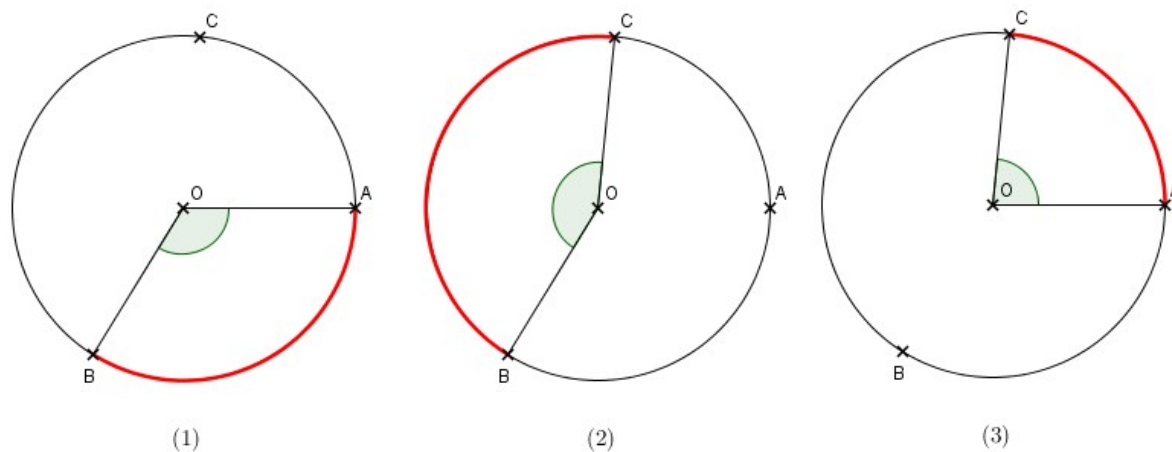
### Exemple 2

En reprenant le même cercle que précédemment, voici quelques exemples d'angles au centre :

(1) : L'angle au centre  $\widehat{AOB}$  qui intercepte l'arc de cercle  $\widehat{AB}$ .

(2) : L'angle au centre  $\widehat{BOC}$  qui intercepte l'arc de cercle  $\widehat{BC}$ .

(3) : L'angle au centre  $\widehat{AOC}$  qui intercepte l'arc de cercle  $\widehat{AC}$ .



## C) Propriétés

### Propriété

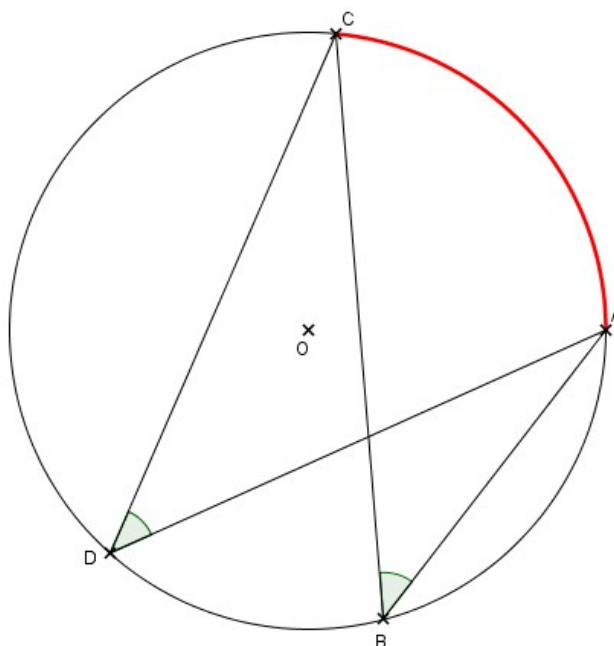
Dans un cercle, si deux angles inscrits interceptent le même arc, alors ils sont de même mesure.

### Exemple 3 :

Soit le cercle de centre O. A, B, C et D sont quatre points de ce cercle.

Les angles  $\widehat{ABC}$  et  $\widehat{ADC}$  interceptent le même arc de cercle  $\widehat{AC}$  (tracé en rouge), donc ils sont de même mesure :  $\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$ .

On peut aussi remarquer que les angles  $\widehat{BAD}$  et  $\widehat{BCD}$  interceptent le même arc de cercle  $\widehat{BD}$  (tracé en rouge), donc ils sont de même mesure :  $\widehat{BAD} = \widehat{BCD}$ .



### Propriété

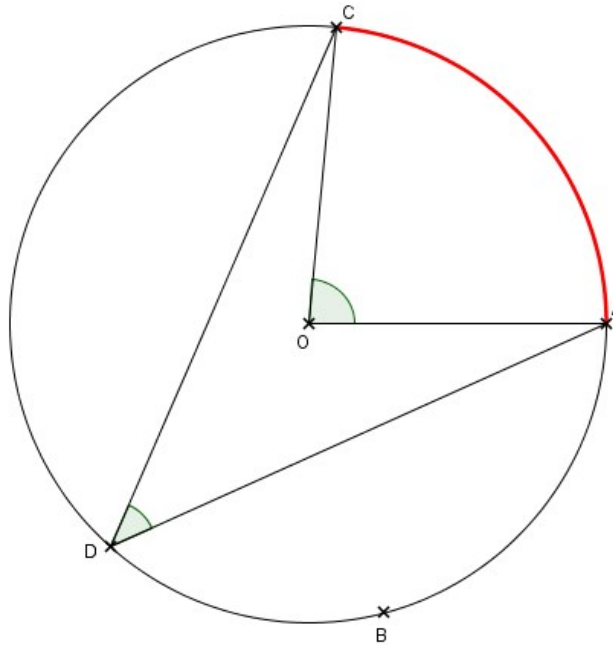
Dans un cercle, si un angle au centre intercepte le même arc de cercle qu'un angle inscrit,

alors sa mesure est le double de celle de l'angle inscrit.

**Exemple 4 :**

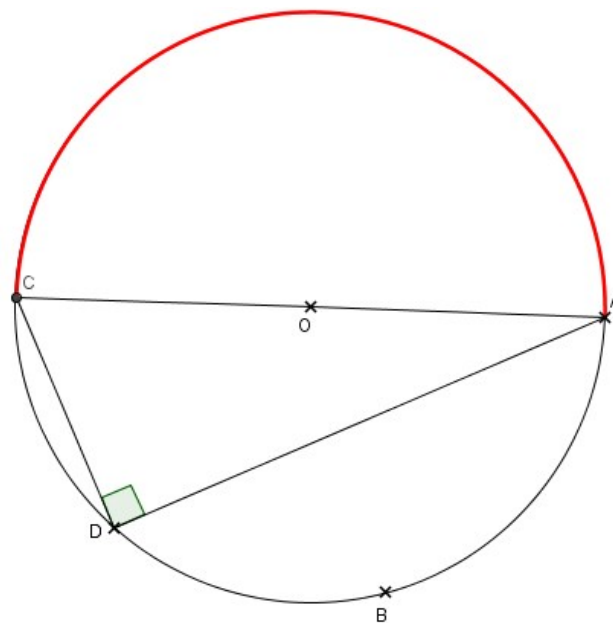
Soit le cercle de centre O. A, B, C et D sont quatre points de ce cercle.

L'angle au centre  $\widehat{AOC}$  intercepte le même arc de cercle  $\widehat{AC}$  que l'angle inscrit  $\widehat{ADC}$  donc nous avons  $\widehat{AOC} = 2 \times \widehat{ADC}$ .



**Propriété**

Soit [AC] un diamètre du cercle et D un point de ce cercle. Alors le triangle ADC est rectangle en D.



**Démonstration :**

L'angle inscrit  $\widehat{CDA}$  intercepte le même arc de cercle  $\widehat{CA}$  que l'angle au centre  $\widehat{COA}$  donc nous avons  $\widehat{COA} = 2 \times \widehat{CDA}$ . Comme les points A, O et C sont alignés, nous avons  $\widehat{AOC} = 180^\circ$ . On en déduit que l'angle  $\widehat{ADC}$  mesure  $90^\circ$ , c'est-à-dire que le triangle ADC est rectangle en D.

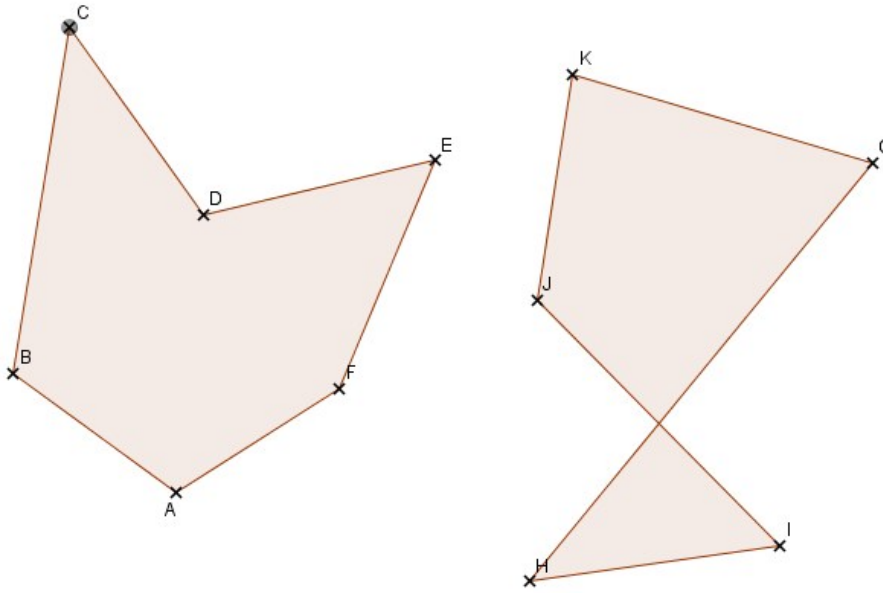
## II) POLYGONES REGULIERS

### A) Définitions

**Définition**

Un **polygone** est une figure fermée délimitée par des segments consécutifs, appelés côtés du polygone.  
On dit qu'un polygone est **croisé** si au moins deux côtés non consécutifs sont sécants. On dit qu'un polygone est **simple** si l'intersection de deux côtés consécutifs se réduit à un sommet.

Exemple 5 :



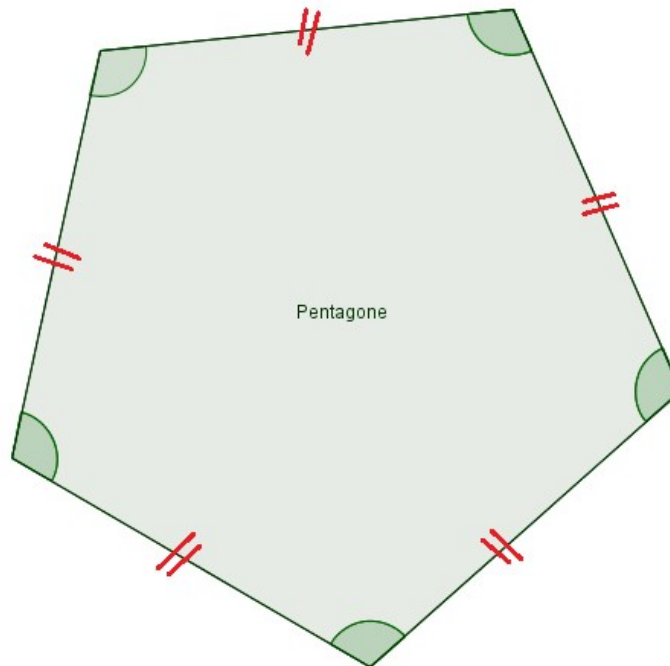
Le polygone ABCDEF est simple. Le polygone GHIJK est croisé : en effet, les côtés [GH] et [IK] qui ne sont pas consécutifs se coupent en un point.

**Définition**

On dit qu'un polygone est **régulier** lorsque tous ses côtés sont de même longueur et tous ses angles formés par deux côtés consécutifs sont de même mesure.

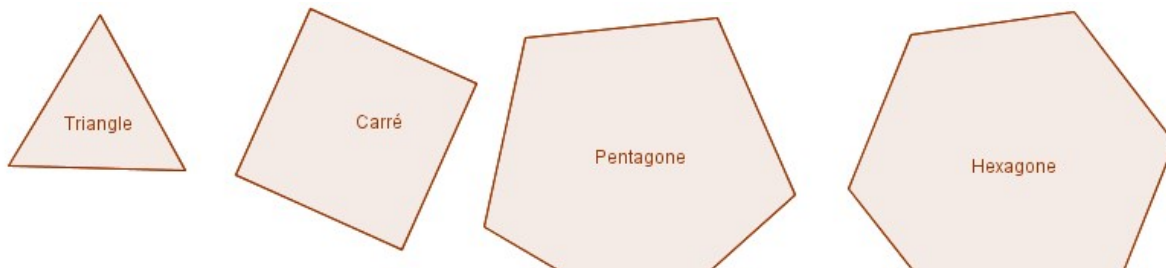
Exemple 6 :

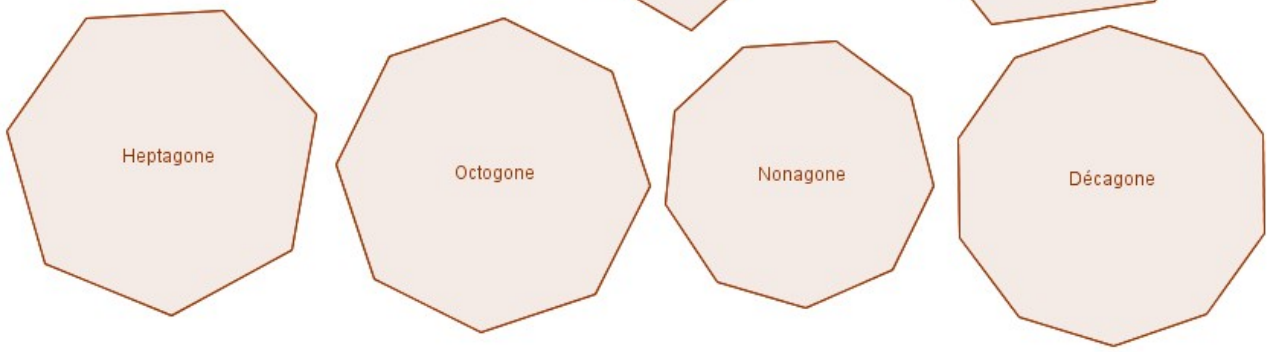
Un pentagone régulier a tous ses côtés de même longueur et tous ses angles formés par deux côtés consécutifs de même mesure.



Exemple 7 :

Voici quelques polygones réguliers bien connus :





## B) Propriétés

### Propriété

Si un polygone est **régulier**, alors il est **inscritible** dans un cercle.

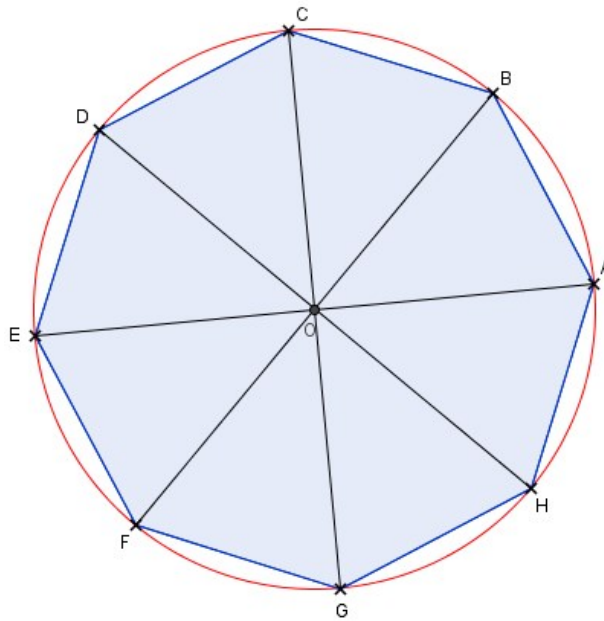
Cela signifie que tous les sommets d'un polygone régulier appartiennent à un même cercle.



La réciproque de cette propriété est fautive ! Ce n'est pas parce qu'une figure est inscriptible dans un cercle qu'il s'agit d'un polygone régulier. Un triangle est toujours inscriptible dans un cercle mais il n'est pas nécessairement régulier (équilatéral).

### Exemple 8 :

Un octogone régulier est inscritible dans un cercle :



### Propriété

Si A et B sont deux sommets consécutifs d'un polygone régulier de centre O possédant  $n$  côtés, alors l'angle au centre  $\widehat{AOB}$  mesure :

$$\widehat{AOB} = \frac{360}{n}$$

### Exemple 9 :

En reprenant l'octogone régulier de l'exemple 8, sachant qu'un octogone a 8 côtés, la mesure de l'angle  $\widehat{AOB}$  est égale à :

$$\widehat{AOB} = \frac{360}{n} = \frac{360}{8} = 45^\circ$$

### Remarque :

Pour construire facilement un polygone régulier, il est préférable de connaître la mesure du rayon du cercle circonscrit ainsi que celle de l'angle au centre.