

LES ÉQUATIONS ET LES INÉQUATIONS

8

Objectifs d'apprentissage

- ✍ Résoudre des équations du premier degré ou Résoudre des équations simples se ramenant à la résolution d'équations du premier degré à une inconnue.
- ✍ Mathématiser et résoudre des situations en utilisant des équations du premier degré à une inconnue.
- ✍ Résoudre une inéquation du premier degré à une inconnue et représenter ses solutions sur une droite graduée.

Gestion du temps

+ 10 heures

Prérequis

- ⊗ Résoudre une équation du premier degré.
- ⊗ Développer et factoriser des expressions algébriques.
- ⊗ Utiliser les identités remarquables.
- ⊗ Mathématiser une situation en utilisant une équation du premier degré.

Outils didactiques

- ♣ Tableau.
- ♣ Livre scolaire.

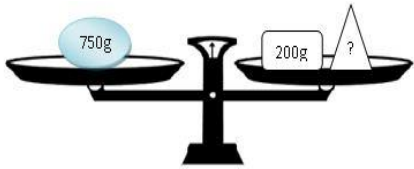
◆ Pr : Abdelilah BOUTAYEB

◆ Niveau : 3^{ème} APIC

◆ Matière : Mathématiques

◆ Etablissement : Collège Nahda

Activité 1 : Traduit par équation l'équilibre de cette balance en prenant pour x la masse de l'inconnue ?



2) Donner la valeur de x

Activité 2 : Quelle est la longueur (en cm) d'un rectangle de largeur 4 cm sachant que son aire est égale à : 40 cm^2 .

I- Equations du premier degré à une inconnue :

1) Vocabulaire :

* **Définition :** Une équation est dite du premier degré à une inconnue x lorsqu'elle peut s'écrire sous la forme :

$$ax + b = cx + d$$

* **Propriété :** Une équation du premier degré à une inconnue admet une seule solution.

2) Résoudre des équations du premier degré à une inconnue :

* **Définition :** Résoudre une équation à une inconnue, c'est trouver les valeurs de l'inconnue pour lesquelles l'égalité est vraie. Ce sont les solutions de l'équation.

* **Exemples :** Résoudre les équations suivantes :

1) $x + 4 = 1$

→ $x = 1 - 4$

→ $x = -3$

La solution de l'équation est -3

2) $x - 2 = -7$

→ $x = -7 + 2$

→ $x = -5$

La solution de l'équation est -5

3) $-5x = -2$

→ $x = \frac{-2}{-5}$

→ $x = \frac{2}{5}$

La solution de l'équation est $\frac{2}{5}$

4) $\frac{x}{3} = -4$

→ $x = -4 \times 3$

→ $x = -12$

La solution de l'équation est -12

3) Equations « produit nul » :

a/ Produit nul :

Exercice 1 : Résoudre les équations suivantes :

$x + 3 = 5$ ■ $x - 7 = 3$ ■ $3x = 4$

$7x = 0$ ■ $-2x = -8$ ■ $\frac{x}{5} = \frac{-2}{3}$

$\frac{2}{5}x = 3$ ■ $\frac{2}{7}x = \frac{3}{5}$

Exercice 2 : Résoudre les équations suivantes :

$2x + 3 = 0$ ■ $5x - 1 = 2$ ■ $4 - 3x = 0$

$2x - (x - 4) = 5$ ■ $3(4x + 2) - 5 = -10$

$5x - 1 = 4x + 9$ ■ $x + 2 = 7 + 2x$ ■ $3x = 2 + 3x$

$-4 - 5x = 1 + 6x$ ■ $(x + 2)^2 = x^2 + 11$

$-4(-2x + 1) + x - 7 = 5x - (3 - 5x)$

Exercice 3 : Résoudre les équations suivantes :

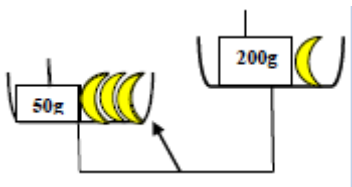
$\frac{2x + 1}{5} = \frac{x + 2}{5}$ ■ $\frac{-2x + 3}{8} = \frac{x}{4} - \frac{5}{8}$

$3x - 1 = \frac{x + 7}{2}$ ■ $\frac{x - 2}{3} - \frac{-x + 1}{5} = x - \frac{2 + x}{15}$

Activité 3 : On considère le produit $m \times n$ avec m et n deux nombres réels.

- 1) Calculer $m \times n$ si $m = 0$
- 2) Calculer $m \times n$ si $n = 0$
- 3) Que peut-en déduire ?

Activité 4 : Traduit cette figure par une inéquation en prenant pour x la masse de l'inconnue ?



- 2) Donner la valeur de x

*** Propriété :** Si un produit est nul alors l'un au moins de ses facteurs est nul.

b/ Equation $(ax + b)(cx + d) = 0$:

*** Propriété :** Les solutions de l'équation « produit nul » :

$(ax + b)(cx + d) = 0$, sont les nombres x tels que :

$$ax + b = 0 \quad \text{ou} \quad cx + d = 0$$

*** Exemple :** * Résolution de l'équation $(x + 3)(x - 7) = 0$

$$(x + 3)(x - 7) = 0$$

C'est-à-dire : $x + 3 = 0$ ou $x - 7 = 0$

$$\rightarrow x = -3 \quad \text{ou} \quad x = 7$$

Les solutions de l'équation sont : -3 et 7 .

II- Inéquations du premier degré à une inconnue :

1) Vocabulaire :

*** Définition :** Une inéquation à une inconnue x est une inégalité entre deux expressions algébriques.

La valeur de x pour laquelle l'inégalité est vraie est la solution de l'inéquation.

2) Résoudre des inéquations du premier degré à une inconnue :

*** Définition :** Résoudre une inéquation, c'est trouver tous les nombres qui vérifient l'inégalité.

*** Exemples :** * Résoudre les inéquations suivantes :

1) $3x + 1 \geq x - 7$

$$\rightarrow 3x - x \geq -7 - 1 \quad \rightarrow 2x \geq -8 \quad \rightarrow x \geq \frac{-8}{2} \quad \rightarrow x \geq -4$$

Les solutions de l'inéquation sont tous les nombres supérieurs ou égaux à -4 .

Exercice 4 : Résoudre les équations

suivantes :

$$(x - 5)(x + 2) = 0 \quad \blacksquare \quad (2x + 3)(x - 4) = 0$$

$$(2\sqrt{3}x - 1)(3x - \sqrt{2}) = 0 \quad \blacksquare \quad x(5x - 4) = 0$$

$$5(x - 1) = 0 \quad \blacksquare \quad (2x - 3)^2 = 0 \quad \blacksquare \quad x^2 = 16$$

$$9x^2 - 4 = 0 \quad \blacksquare \quad 5x^2 - x = 0 \quad \blacksquare \quad 7x^2 - 10x = 0$$

$$25x^2 - 49 - (5x + 7)(2x + 6) = 0$$

$$x^2 - 14x + 49 = 0 \quad \blacksquare \quad x^2 + 2\sqrt{2}x + 2 = 0$$

Exercice 5 : Résoudre les inéquations

suivantes et représenter les solutions sur une droite graduée :

$$x + 5 < 7 \quad \blacksquare \quad 13 - x \leq 12$$

$$7 + 3x > 13 \quad \blacksquare \quad -5x + 2 > 12$$

$$4x + 5 \leq 9x - 3 \quad \blacksquare \quad 2(5x - 3) \leq x - 2$$

Exercice 6 : Résoudre les inéquations

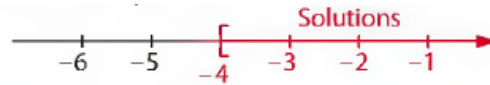
suivantes et représenter les solutions sur une droite graduée :

$$\frac{1+x}{2} > \frac{2-x}{4} \quad \blacksquare \quad \frac{x-5}{6} + 1 \geq \frac{x-1}{3}$$

$$4 - \frac{2x+1}{5} < x - \frac{3}{10}$$

Activité 5 : Deux enfants ont ensemble 200 DH. L'un des deux enfants a 20 DH de plus que l'autre. Combien a chaque enfant ?

On peut représenter les solutions sur une droite graduée par la partie rouge.

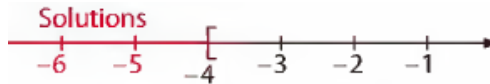


2) $-2x + 1 > 9$

$\rightarrow -2x > 9 - 1 \rightarrow -2x > 8 \rightarrow x < \frac{8}{-2} \rightarrow x < -4$

Les solutions de l'inéquation sont tous les nombres strictement inférieurs à -4 .

On peut représenter les solutions sur une droite graduée par la partie rouge.



III- Mettre en équation un problème :

* Méthode pour résoudre un problème :

- 1) Choix de l'inconnue.
- 2) Mise en équation (inéquation) du problème.
- 3) Résolution de l'équation (l'inéquation).
- 4) Interprétation du résultat.
- 5) Vérification.

* **Exemple :** Déterminer deux nombres consécutifs entiers naturels dont la somme est 2021.

* **Choix de l'inconnue :** $\begin{cases} \text{Soit } x \text{ le premier nombre entier naturel} \\ \text{Soit } x + 1 \text{ le deuxième nombre entier naturel} \end{cases}$

** **Mise en équation :** $x + (x + 1) = 2021$

*** **Résolution de l'équation :** $x + x + 1 = 2021 \rightarrow 2x = 2021 - 1$

$\rightarrow 2x = 2020 \rightarrow x = \frac{2020}{2} \rightarrow x = 1010$

**** **Interprétation :** Alors $\begin{cases} \text{Le premier nombre est : } x = 1010 \\ \text{Le deuxième nombre est : } x + 1 = 1010 + 1 = 1011 \end{cases}$

***** **Vérification :** $1010 + 1011 = 2021$

Exercice 7 : Déterminer trois nombres consécutifs entiers naturels dont la somme est 309.

Exercice 8 : Kawtar et Hicham choisissent un même nombre. Kawtar le multiplie par 10 puis soustrait 2 au résultat obtenu. Hicham le multiplie par 8 et ajoute 7 au résultat obtenu. Ils obtiennent tous les deux le même résultat.

Quel nombre Kawtar et Hicham avaient-ils choisi au départ ?

Exercice 9 : Safae a 11 ans et son frère a 26 ans. Dans combien d'années l'âge du frère sera-t-il le double de celui de Safae ?

Exercice 10 : Sur le schéma ci-dessous, ABCD est un carré et ABE est un triangle rectangle en A tel que $AE=3$ cm. Quelle doit être la longueur du côté du carré ABCD pour que son aire soit égale à l'aire du triangle rectangle ABE ?

