

Théorème de Pythagore

COMPÉTENCES EXIGIBLES

Caractériser le triangle rectangle par la propriété de Pythagore et sa réciproque.

Calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle à partir de celle des deux autres.



ORIENTATIONS PEDAGOGIQUES

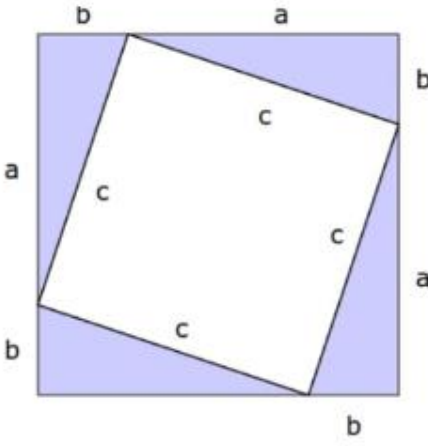
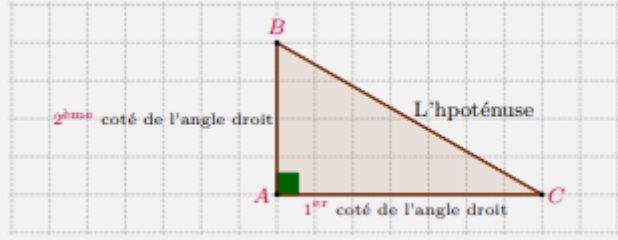
- **Utiliser le théorème de Pythagore et sa réciproque pour montrer d'autres résultats, dans des situations où la finalité n'est pas uniquement de calculer une longueur ou de démontrer qu'un triangle est rectangle.**
- **Montrer différentes applications et différents types de problèmes relevant de la notion étudiée.**
- **Réactiver des propriétés des années antérieures (médiatrice d'un segment, droites perpendiculaires et parallèles).**

EXTENSIONS

- **Le trigonométrie.**
- **Géométrie en secondaire.**
- **l'optique (physique)**

PRE-REQUIS

- **Utiliser cette relation**
- **Calculer le carré d'un nombre.**
- **Calculer l'aire d'un triangle.**

Objectif	Activités	Contenu de cours	Applications
Démonstration et utilisation du théorème de Pythagore	<p>Activité 1 : <u>ABC est un triangle rectangle en A.</u></p>  <p>Calculer en fonction de a, b et c</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) L'aire du triangle ABC 2) L'aire du grand carré 3) L'aire du petit carré 4) Quelle relation existe-t-il entre les aires des deux carrés 5) Déduire la relation entre les côtés d'un triangle rectangle 	<p>I-théorème de Pythagore</p> <p>1- définition ; Dans un Triangle Rectangle, le carré de la mesure de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des mesures des côtés de l'angle droit.</p> <p>Autrement dit : Si le triangle ABC est rectangle en A , alors : $BC^2 = AB^2 + AC^2$</p>  <p>2- Resultat : Si ABC es tun triangle rectangle en A alors: $AB^2 = BC^2 - AC^2$ et $AC^2 = BC^2 - AB^2$</p> <p>3-Remarque: Le théorème direct de Pythagore sert à calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle</p> <p>4-Application: EFG est un triangle rectangle en E tel que : $FG = 6$ cm et $EG = 2\sqrt{5}$cm.</p> <p>2) Calculer l'hypoténuse EF. Justifier</p>	<p>Exercice 1</p> <p>TEN est un triangle rectangle en E. $TE = \sqrt{5}$ cm ; $EN = 2$ cm.</p> <p>1) Calculer TN .</p>

Activité 2 :

On considère un triangle ABC tel que :

$$BC^2=AB^2+AC^2$$

Exemple :

$$AB=3\text{cm} ; AC=4\text{cm} ; BC=5\text{ cm}$$

- 1- tracé le point C' tel que ABC' soit un triangle rectangle en A et $AC=AC'$.
- 2- Montrer que $BC=BC'$
- 3- Montrer que A et B sont sur la médiatrice du segment [CC'], en déduire que (AB) est la médiatrice du segment [CC'].
- 4- En déduire que le triangle ABC est rectangle en A

II- Réciproque du théorème de Pythagore

1-Théorème réciproque

Dans un triangle, si le carré de la longueur du côté le plus grand est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés alors ce triangle est rectangle.

Autrement dit si ABC est un triangle tel que : $BC^2 = AB^2 + AC^2$, alors ABC est un triangle rectangle en A .

2-Remarque

La réciproque du théorème de Pythagore est très pratique pour montrer qu'un triangle est rectangle (perpendicularité).

3-Exemple 2

Soit ABC un triangle tel que $AB = \sqrt{7}\text{cm}$; $AC = 2\text{ cm}$ et $BC = \sqrt{3}\text{cm}$.

Montrer que le triangle ABC est rectangle et préciser en quel point ..

On a $AB^2 = \sqrt{7}^2 = 7\text{ cm}$; $BC^2 = \sqrt{3}^2 = 3\text{ cm}$ et $AC^2 = 2^2 = 4\text{ cm}$.

On remarque que $4+3=7$ alors $AC^2 + BC^2 = AB^2$

Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle ABC est rectangle en C.

Exercice 2 :

ABC est un triangle

$$AB = 3,6\text{cm}$$

$$AC = 4,8\text{ cm}$$

$$BC = 6\text{ cm}$$

1. Construire la figure
2. Montrer que le triangle

ABC est rectangle en A