La Providence

CONTRÔLE – EXERCICES DE BREVET CORRIGÉS

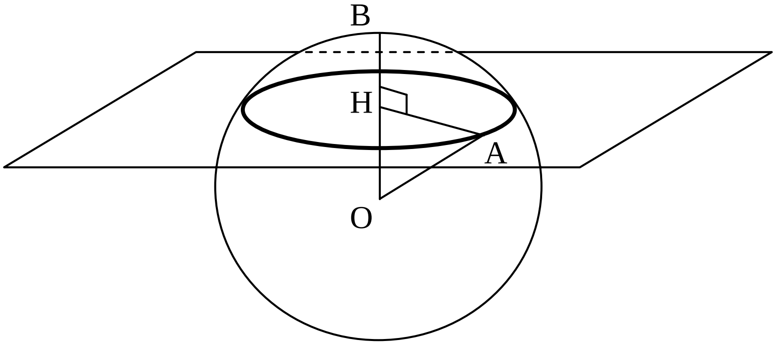
EXERCICE 1

1/ Calculer, au cm^3 près, le volume d'une boule délimitée par une sphère de rayon OA = OB = 7 cm.

2/ On réalise la section de cette sphère par un plan (voir figure ci-dessous).

a/ Quelle est la nature de cette section ?…………………………….

b/ Calculer au dixième près l'aire délimitée par cette section sachant que OH = 4 cm.



EXERCICE 2

Un aquarium a la forme d'une calotte sphérique de centre O (voir schéma joint ci-après), qui a pour rayon R = 12 et pour hauteur h = 19,2 (en centimètres).

1. Calculer la longueur OI puis la longueur IA.

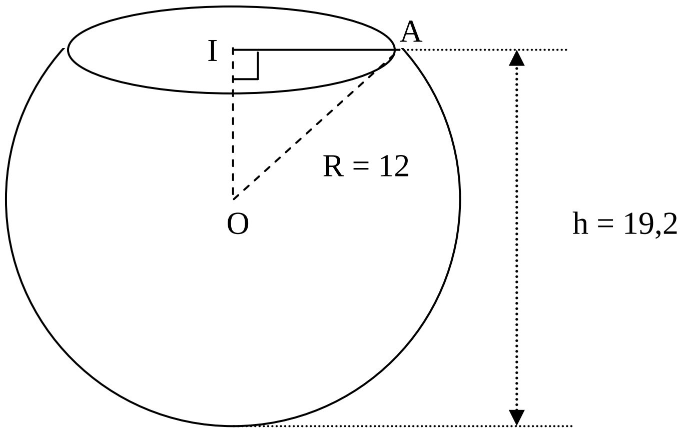
2. Le volume d'une calotte sphérique est donné par la formule :

$$V = \frac{\pi h^2}{3}(3R - h)$$

où R est le rayon de la sphère et h la hauteur de la calotte sphérique.

Calculer une valeur approchée du volume de cet aquarium au cm^3 près.

3. On verse six litres d'eau dans l'aquarium. Au moment de changer l'eau de l'aquarium, on transvase son contenu dans un récipient parallélépipédique de 26 cm de longueur et de 24 cm de largeur.
Déterminer la hauteur x d'eau dans le récipient ; arrondir le résultat au mm.



EXERCICE 3

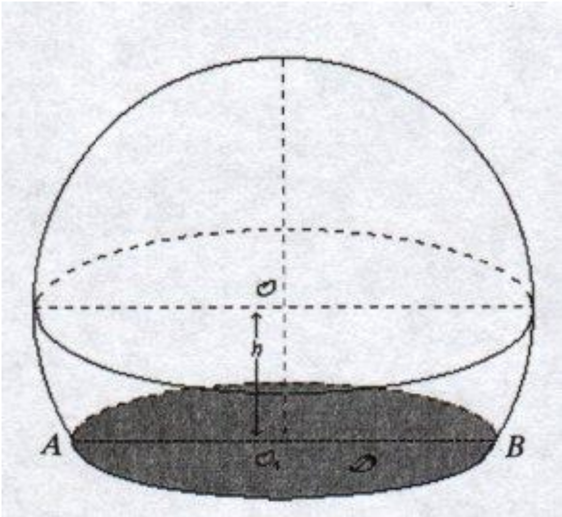
Un menuisier doit tailler des boules en bois de 10 cm de diamètre pour les disposer sur une rampe d'escalier. Il confectionne d'abord des cubes de 10 cm d'arête dans lesquels il taille chaque boule.

1/ Dans chaque cube, déterminer le volume (au cm^3 près) de bois perdu, une fois la boule taillée.

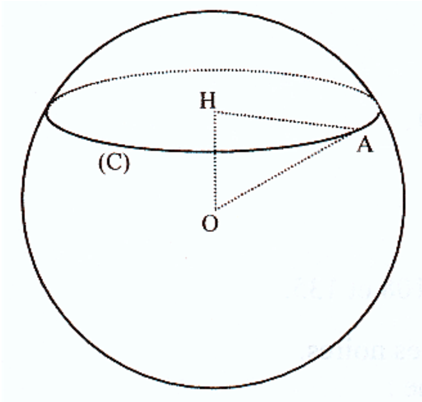
2/ Il découpe ensuite la boule de centre O suivant un plan pour la coller sur un emplacement. La surface ainsi obtenue est un disque D de centre O' et de diamètre AB = 5 cm.

Calculer à quelle distance du centre de la boule (h sur la figure) il doit réaliser cette découpe.
Arrondir h au millimètre.

Rappel : Le volume d'une boule de rayon R est $\frac{4}{3}\pi R^3$



EXERCICE 4

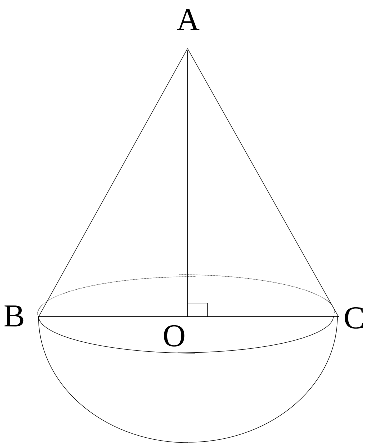


Sur le dessin ci-contre, la sphère a pour centre O.
Un plan coupe cette sphère selon un cercle (C) de centre H et de rayon 4,5 cm (HA = 4,5 cm).

1/ Sachant que HO = 2,2 cm, dessiner le triangle rectangle OHA en vraie grandeur.

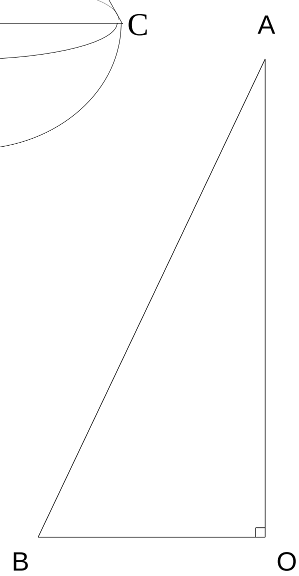
2/ Calculer OA à 1 mm près.

EXERCICE 5



L'unité est le centimètre.
Un jouet a la forme d'une demi–boule surmontée d'un cône de révolution de sommet A, comme l'indique la figure ci–contre.
Le segment [BC] est un diamètre de la base du cône ; le point O est le centre de cette base.
On donne AB = 7 cm et BC = 6 cm.

1. a) Construire en vraie grandeur le triangle rectangle AOB.
   b) Calculer la valeur exacte de AO.
   c) Calculer la valeur exacte du sinus de l'angle $\widehat{BAO}$.
   En déduire une mesure de l'angle $\widehat{BAO}$ (on donnera le résultat arrondi au degré près).
2. Calculer le volume de ce jouet, cône et demi–boule réunis (on donnera le résultat arrondi au cm^3 près).



CORRIGE DE CE CONTROLE

EXERCICE 1

1/ $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{4}{3} \times \pi \times 7^3 = \dfrac{4 \times \pi \times 343}{3} \approx 1437\,cm^3$

2/ a/ La section obtenue est un cercle de centre H et de rayon HA.

b/ *Dans le triangle OHA rectangle en H, le théorème de Pythagore s'écrit :*

$AO^2 = AH^2 + OH^2$

d'où $7^2 = AH^2 + 4^2$

donc $AH^2 = 49-16 = 33$

$AH = \sqrt{33}$

On peut donc calculer l'aire de la section :

$$A = \pi \times AH^2 = \pi \times 33 \approx 103{,}7\,cm^2$$

EXERCICE 2

1/ OI = h – R = 19,2 – 12 = 7,2.

Dans le triangle OIA rectangle en I, le théorème de Pythagore donne : $OA^2 = OI^2 + IA^2$.

Donc $IA^2 = 12^2 - 7{,}2^2 = 92{,}16$ et $IA = \sqrt{92{,}16} = 9{,}6$ cm.

2/ $V = \dfrac{\pi h^2}{3}(3R - h) = \dfrac{\pi \times 19{,}2^2}{3}(3\times 12 - 19{,}2) = 2064{,}384\pi \approx 6485\text{ cm}^3$ (soit environ 6,5 l).

3/ On doit avoir 6 000 = 24×26×x. Soit $x = \dfrac{6000}{26\times 24} = \dfrac{6000}{624} \approx 9{,}6$ cm.

EXERCICE 3

Un menuisier doit tailler des boules en bois de 10 cm de diamètre pour les disposer sur une rampe d'escalier. Il confectionne d'abord des cubes de 10 cm d'arête dans lesquels il taille chaque boule.

1/ $\textit{Volume du cube} - \textit{Volume de la boule} = 10^3 - \dfrac{4}{3} \times \pi \times 5^3 = 1\,000 - \dfrac{500}{3} \times \pi \approx 476$

Il perd environ 476 cm^3 de bois par cube.

2/ OO'A est un triangle rectangle en O' tel que OA = 5 cm et O'A = 2,5 cm.

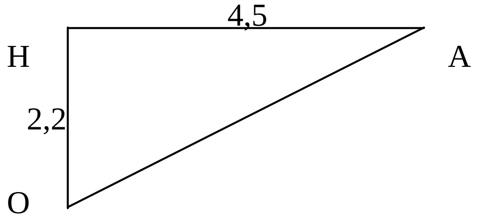
D'après le théorème de Pythagore : $OA^2 = OO'^2 + O'A^2$

donc $OO'^2 = 5^2 - 2{,}5^2 = 18{,}75$ donc $OO' = \sqrt{18{,}75} \approx 4{,}3$

Donc la hauteur h est de 4,3 cm environ.

EXERCICE 4

1/



2/ Dans le triangle OHA rectangle en H, le théorème de Pythagore donne :

$AO^2 = OH^2 + HA^2 = 2{,}2^2 + 4{,}5^2 = 25{,}09$

Donc $OA = \sqrt{25{,}09} \approx 5{,}0$ cm.

EXERCICE 5

1/ a) Voir ci-contre.

b) Le triangle AOB est rectangle en O, et O est le milieu de [BC].

Donc $AO^2 = BA^2 - BO^2 = 7^2 - 3^2 = 49 - 9 = 40$ donc $AO = \sqrt{40}$.

c) $\sin \widehat{BAO} = \dfrac{BO}{BA} = \dfrac{3}{7}$ donc $\widehat{BAO} \approx 25°$

2/ $\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{4}{3}\pi\, 3^3\right) + \dfrac{\pi \times 3^2 \times \sqrt{40}}{3} \approx 116$

Le volume de ce jouet est environ 116 cm^3.