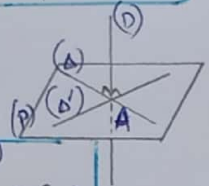
Chapitre ⑧ : Géométrie dans l'espace

Orthogonalité d'une droite et d'un plan

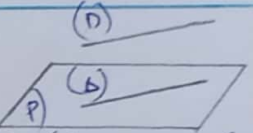
* **Définition :** Une droite (D) est perpendiculaire ou orthogonale à un plan (P) en un point A si elle est perpendiculaire au point A à deux droites incluses dans le plan (P) et sécantes en A



* **Propo ① :** Si une droite (D) est orthogonale à un plan (P) au point A, alors elle est perpendiculaire à toutes les droites de (P) qui passent par A

Parallélisme d'une droite et d'un plan

* **Définition :** une droite (D) est parallèle à un plan (P) si (D) est incluse dans (P) ou si (D) et (P) n'ont aucun point commun.
* **Propo ② :** Une droite (D) est parallèle à un plan (P) si elle est parallèle à une droite (Δ) incluse dans le plan (P)



$\begin{cases} * (\Delta) \subset (P) \\ * (D) \parallel (\Delta) \end{cases} \Rightarrow (D) \parallel (P)$

Théorème de Pythagore dans l'espace

Directe

ABC un triangle rectangle en A

$\boxed{BC^2 = AB^2 + AC^2}$

Réciproque

ABC un triangle tel que : $BC^2 = AB^2 + AC^2$

$\boxed{\text{ABC triangle rectangle en A}}$

Le Théorème de Pythagore reste valable dans l'espace, mais il faut choisir le triangle convenable.

Théorème de Thalès dans l'espace

Direct

$\left\{ \begin{array}{l} \text{* Appartenance} \\ + \\ \text{* parallélisme} \end{array} \right. \xRightarrow{\text{Directe}}$ Triple égalité

ABC triangle

$\begin{cases} M \in (AB) \\ N \in (AC) \end{cases}$ tel que $(MN) \parallel (BC)$

alors $\boxed{\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{BC}}$

Réciproque

$\left\{ \begin{array}{l} \text{* Appartenance} \\ \text{* ordre des points} \\ \text{* Egalité (2 rapports)} \end{array} \right. \xRightarrow{\text{Réciproque}}$ Parallélisme

ABC triangle

$\begin{cases} M \in (AB) \\ N \in (AC) \end{cases}$ et les points A, M et B ont même ordre que les points A, N et C

et $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$

alors $\boxed{(MN) \parallel (BC)}$

Agrandissement et réduction

Définition et remarques

A partir d'un solide, on obtient un autre solide le ressemble en multipliant les arêtes du premier par un nombre positif non nul k qui s'appelle coefficient d'agrandissement ou de réduction

→ $K > 1 \Rightarrow$ Agrandissement

→ $0 < K < 1 \Rightarrow$ réduction

→ Si K est le coefficient d'agrandissement alors le rapport de réduction est $\frac{1}{K}$

Influence sur les aires et les volumes

ℓ : longueur $\mathcal{A}$: aire V : volume

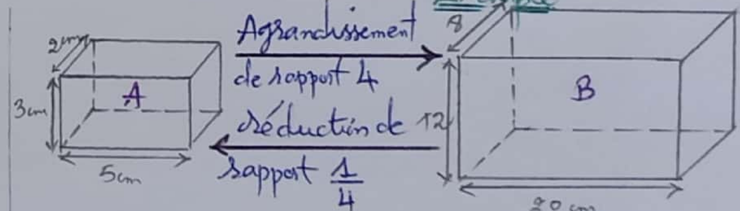
Solide d'origine	Agrandissement ou réduction de rapport K	Solide obtenu
ℓ	$\ell' = K \times \ell$	ℓ'
$\mathcal{A}$	$\mathcal{A}' = K^2 \times \mathcal{A}$	$\mathcal{A}'$
V	$V' = K^3 \times V$	V'

→ Les longueurs sont multipliés par K

→ Les aires sont multipliés par K^2

→ Les volumes sont multipliés par K^3

Exemple



$S = 2(5\times3 + 5\times2 + 3\times2)$

$S = 62\ cm^2$

$V = 5\times3\times2$

$V = 30\ cm^3$

$S' = K^2 \times S = 4^2 \times 62$

$S' = 992\ cm^2$

$V' = K^3 \times V = 4^3 \times 30$

$V' = 1920\ cm^3$