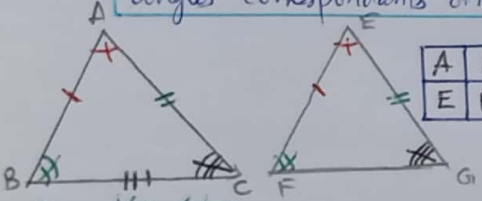
Chapitre ③ : triangles isométriques et triangles semblables

Triangles isométriques

→ **Définition :** deux triangles isométriques sont des triangles superposables

→ **propriété :** Si deux triangles sont isométriques, alors leurs côtés correspondants ont la même longueur et leurs angles correspondants ont la même mesure.

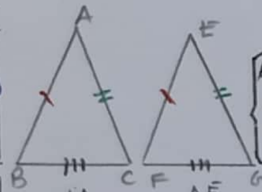


A	B	C
E	F	G

$\begin{cases} AB = EF \\ AC = EG \\ BC = FG \end{cases}$ $\begin{cases} \widehat{ABC} = \widehat{EFG} \\ \widehat{ACB} = \widehat{EGF} \\ \widehat{BAC} = \widehat{FEG} \end{cases}$

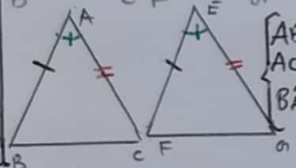
→ **Cas d'isométrie :**

* **Cas ① :** Si deux triangles ont leurs côtés respectivement de même longueur, alors les deux triangles sont isométriques



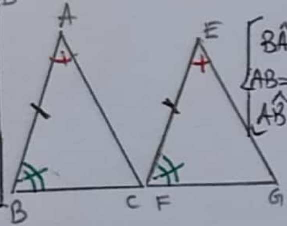
$\begin{cases} AB = EF \\ AC = EG \\ BC = FG \end{cases}$

* **Cas ② :** Si deux triangles ont un angle de même mesure compris entre deux côtés respectivement de même longueur, alors les deux triangles sont isométriques



$\begin{cases} AB = EF \\ AC = EG \\ \widehat{BAC} = \widehat{FEG} \end{cases}$

* **Cas ③ :** Si deux triangles ont un côté de même longueur adjacent à deux angles de même mesure, alors les deux triangles sont isométriques.



$\begin{cases} \widehat{BAC} = \widehat{FEG} \\ AB = EF \\ \widehat{ABC} = \widehat{EFG} \end{cases}$

Cas d'isométrie

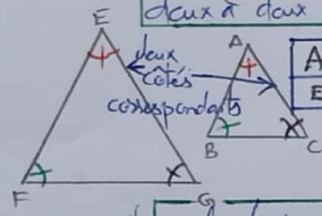
Cas ①
Trois côtés égaux
→ côté + côté + côté

Cas ②
deux côtés et un angle entre eux
→ côté + angle entre eux + côté

Cas ③
deux angles et côté adjacent
→ angle + côté entre eux + angle

Triangles semblables

→ **Définition :** Deux triangles semblables sont des triangles qui ont leurs angles deux à deux de même mesure.



A	B	C
E	F	G

$\widehat{ABC} = \widehat{EFG}$
$\widehat{ACB} = \widehat{EGF}$
$\widehat{BAC} = \widehat{FEG}$

deux triangles isométriques sont semblables mais la réciproque est fausse

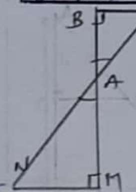
→ **propriété :** Si deux triangles sont semblables, alors les longueurs de leurs côtés correspondants sont proportionnelles. Autrement dit, si ABC et EFG sont deux triangles semblables (dans cet ordre), alors : $\frac{AB}{EF} = \frac{AC}{EG} = \frac{BC}{FG} =$

On a $\frac{EF}{AB} = \frac{EG}{AC} = \frac{FG}{BC} = k$, k s'appelle le rapport de similitude des triangles EFG et ABC dans cet ordre. (le triangle EFG est un agrandissement de ABC dont le rapport (coefficient) d'agrandissement est $k > 1$

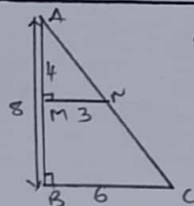
* $\frac{1}{k}$ est le rapport de similitude des triangles ABC et EFG (le triangle ABC est une réduction de EFG dont le rapport de réduction est $\frac{1}{k} < 1$)

→ **Cas de similitude**

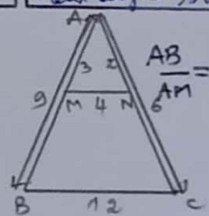
Si deux angles d'un triangle ont même mesure que deux angles d'un autre triangle, alors ces deux angles sont semblables	Si deux triangles ont un angle de même mesure compris entre deux côtés dont les longueurs sont respectivement proportionnelles, alors ces deux triangles sont semblables	Si deux triangles ont les longueurs de leurs côtés respectivement ~~semblables~~ proportionnelles, alors ces deux triangles sont semblables



$\widehat{ABC} = \widehat{AMN}$
$\widehat{BAC} = \widehat{MAN}$



$\widehat{ABC} = \widehat{AMN}$
$\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$



$\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$

Cas de similitude

Cas ①
angle + angle

Cas ②
deux rapports égaux + angle entre eux

Cas ③
trois rapports égaux

Rédigé par : Mr BENNASSER Jamal