

CALCUL LITTÉRAL

8

Objectifs d'apprentissage

- ✂ Réduire, développer et factoriser une expression littérale.
- ✂ Supprimer les parenthèses.
- ✂ Utiliser les identités remarquables.

Gestion du temps

🕒 6 heures

Prérequis

- ⊗ Effectuer des calculs sur des nombres décimaux et fractionnaires relatifs.
- ⊗ Effectuer une suite d'opérations avec ou sans parenthèses.
- ⊗ Développer et factoriser des expressions algébriques.
- ⊗ Les identités remarquables.

Outils didactiques

- ♣ Tableau.
- ♣ Livre scolaire.

◆ Pr : Abdelilah BOUTAYEB

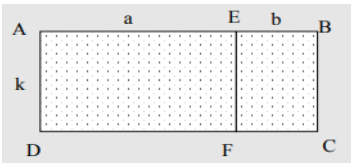
◆ Niveau : 2^{ème} APIC

◆ Matière : Mathématiques

◆ Etablissement : Collège Nahda

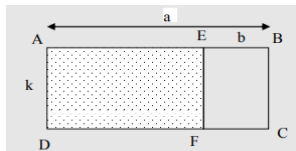
Activité 1 : 1) Ali affirme que $4 + 3x = 7x$. Il explique cela en disant que, lorsque x est égal à 1, alors les deux membres sont égaux à 7. Il se trompe mais comment peut-on lui expliquer son erreur ?
 2) Ali semble avoir compris. En tout cas, précise-t-il, on peut réduire la longueur de l'expression $4 + 3x + 6 - 7x$, ce qui donne $3x + 10 - 7x$. Qu'en penses-tu ? Peut-on réduire davantage cette expression ?

Activité 2 :



1) Comment écrire la longueur AB ?
 2) Exprimer l'aire du rectangle ABCD de deux manières.
 3) Quelle égalité peux-tu en déduire ?

Activité 3 :



1) Comment écrire la longueur AE ?
 2) Exprimer l'aire du rectangle AEFD de deux manières.
 3) Quelle égalité peux-tu en déduire ?

I- Réduire une expression littérale :

*** Définition :** Réduire une expression littérale, c'est l'écrire sous la forme d'une somme comportant le moins de termes possibles, en effectuant la somme algébrique des termes de *même nature*.

*** Exemples :** * $A = 4x - 3 + 2x = 4x + 2x - 3 = 6x - 3$
 ** $B = -x + 2 - 5x - 7 = -x - 5x + 2 - 7 = -6x - 5$
 *** $C = 5x^2 + 7x - 4 - 2x^2 + 3 + 4x = 5x^2 - 2x^2 + 7x + 4x - 4 + 3 = 3x^2 + 11x - 1$

II- Développement :

*** Définition :** Développer un produit, c'est l'écrire sous la forme d'une somme ou d'une différence.

1) La distributivité simple :

*** Propriété :** Pour tous les nombres relatifs k, a et b on a :
 $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ ■ $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$

*** Exemples :** * $A = 3(5x + 2) = 3 \times 5x + 3 \times 2 = 15x + 6$
 ** $B = 2(4 - 3x) = 2 \times 4 - 2 \times 3x = 8 - 6x$
 *** $C = -4(3x^2 - 5) = -4 \times 3x^2 + 4 \times 5 = -12x^2 + 20$

2) La double distributivité :

*** Propriété :** Pour tous les nombres relatifs a, b, c et d on a :
 $(a + b) \times (c + d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$

*** Exemples :** * $A = (3x + 1)(x - 5) = 3x \times x - 3x \times 5 + 1 \times x - 1 \times 5 = 3x^2 - 15x + x - 5 = 3x^2 - 14x - 5$
 ** $B = (x - 1)(2x - 7) = x \times 2x - x \times 7 - 1 \times 2x + 1 \times 7 = 2x^2 - 7x - 2x + 7 = 2x^2 - 9x + 7$

Exercice 1 : Réduis les expressions suivantes :

$3x - 5 + x$ ■ $2x + 10 - 5x - 3$ ■
 $7x^2 - 2 + 9x - 3$ ■ $x^2 - 4 + 6x - 3x^2 + 7$
 $3x - (5 + 4x^2 - 10x) + 2 - 6x^2$

Exercice 2 : Développe les expressions suivantes :

$A = 2(x + 5)$ ■ $B = 7(x - 6)$
 $C = 4(3x - 8)$ ■ $D = 5(3x + 4y)$
 $E = 6x(2x - 1)$ ■ $F = -3(4x + 5)$
 $G = -x(x - 2)$ ■ $H = 2(7x - 3 + 5x^2)$

Exercice 3 : Développe puis réduis les expressions suivantes :

$A = 4(2x - 3) - 5$ ■ $B = -2(x + 3) + 7x$
 $C = 5x(x + 1) + 2(3 - 4x)$

Exercice 4 : Développe puis réduis les expressions suivantes :

$(x + 4)(x - 6)$ ■ $(3x - 5)(4x - 2)$
 $(-2x - 3)(x - 2)$ ■ $(8x + 1)(-3x - 2)$
 $(2x - 5)(3x - 4) - 5x(2x - 1)$
 $2x(4x - 3) + (2x - 1)(4x - 3)$
 $(x - 3)(5 + 4x) - (2x - 1)(3x - 2)$

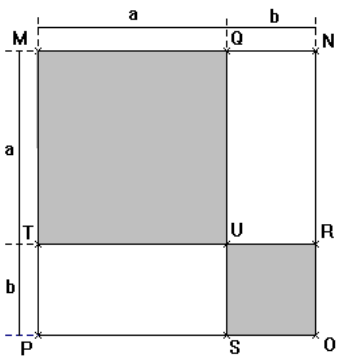
Activité 4 : Factoriser :

$$3x + 6 \quad \blacksquare \quad x^2 - 5x$$

Activité 5 :

1) Calculer l'aire du carré MNOP de deux façons différentes et déduire que :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$



2) Déduire que :

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

(on remarque que $a-b=a+(-b)$)

III- Factorisation :

* **Définition** : Factoriser une somme ou une différence, c'est l'écrire sous la forme d'un produit.

* **Propriété** : Pour tous les nombres relatifs k, a et b on a :

$$k \times a + k \times b = k \times (a + b) \quad \blacksquare \quad k \times a - k \times b = k \times (a - b)$$

* **Exemples** :

$$* A = 7x + 14 = 7 \times x + 7 \times 2 = 7(x + 2)$$

$$** B = 10 - 15x = 5 \times 2 - 5 \times 3 \times x = 5(2 - 3x)$$

$$*** C = 18x + 16x^2 = 9 \times 2 \times x + 8 \times 2 \times x \times x = 2x(9 + 8x)$$

$$**** D = (2x + 1)(x - 5) + (2x + 1)(3x + 4) = (2x + 1)(x - 5 + 3x + 4) \\ = (2x + 1)(x + 3x - 5 + 4) = (2x + 1)(4x - 1)$$

IV- Les identités remarquables :

* **Propriété** : Pour tous les nombres relatifs a et b on a :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2 \times a \times b + b^2 \quad \blacksquare \quad (a - b)^2 = a^2 - 2 \times a \times b + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

* **Exemples** : 1) **Développement** :

$$* A = (x + 2)^2 = x^2 + 2 \times x \times 2 + 2^2 = x^2 + 4x + 4$$

$$** B = (3x - 1)^2 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 1 + 1^2 = 9x^2 - 6x + 1$$

$$*** C = (4x + 3)(4x - 3) = (4x)^2 - 3^2 = 16x^2 - 9$$

2) **Factorisation** :

$$* A = 25x^2 + 30x + 9 = (5x)^2 + 2 \times 5x \times 3 + 3^2 = (5x + 3)^2$$

$$** B = 4x^2 - 36x + 81 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 9 + 9^2 = (2x + 9)^2$$

$$*** C = 36x^2 - 49 = (6x)^2 - 7^2 = (6x - 7)(6x + 7)$$

Exercice 5 : Factoriser les expressions

suivantes :

$$5x + 10 \quad \blacksquare \quad 24 - 6x \quad \blacksquare \quad 4x - 12$$

$$8x + 14 \quad \blacksquare \quad 15 - 9x \quad \blacksquare \quad 24x - 16$$

$$x^2 + 7x \quad \blacksquare \quad 2x^2 - 8x \quad \blacksquare \quad 16x + 12x^2$$

Exercice 6 : Factoriser puis réduire les

expressions suivantes :

$$A = 3x(4x + 1) - 5(4x + 1)$$

$$B = (x + 3)(5x - 6) + (x + 3)(2x + 2)$$

$$C = (7x - 3)(4x^2 - 1) + (8 - 2x)(4x^2 - 1)$$

$$D = (x - 2)(9x + 4) - (6x - 10)(x - 2)$$

$$E = (3x + 2)^2 + (x - 8)(3x + 2)$$

$$F = (10x - 6)(5x - 3) - (10x - 6)^2$$

$$G = (4x + 9)(2x - 7) + 4x + 9$$

Exercice 7 : Développe puis réduis les

expressions suivantes :

$$(x + 3)^2 \quad \blacksquare \quad (2x + 5)^2 \quad \blacksquare \quad (6x - 2)^2$$

$$(10x - 2)(10x + 2) \quad \blacksquare \quad (x + 1)^2 - 4(2x - 3)$$

$$(3x - 1)^2 + (1 + 2x)(1 - 2x)$$

Exercice 8 : Factoriser les expressions

suivantes :

$$16x^2 + 40x + 25 \quad \blacksquare \quad x^2 - 10x + 100$$

$$9x^2 - 144 \quad \blacksquare \quad 64 - x^2$$

$$36 - 84x + 49x^2$$