

La racine carrée d'un nombre rationnel positif

Définition: si a est un nombre rationnel positif, alors il existe un nombre réel x telque $x^2 = a$, le nombre x s'appelle la racine carrée du nombre a et on écrit $x = \sqrt{a}$

Exemples:
 * $x^2 = 11$ signifie que $x = \sqrt{11}$
 * $x^2 = \frac{17}{5}$ signifie que $x = \sqrt{\frac{17}{5}}$

Remarque: l'écriture \sqrt{a} n'a pas de sens que si $a \geq 0$

Propriété principale:
 a nombre décimal positif $\sqrt{a^2} = \sqrt{a^2} = a$

Exemples à apprendre:

- * $\sqrt{0} = \sqrt{0^2} = 0$
- * $\sqrt{49} = \sqrt{7^2} = 7$
- * $\sqrt{169} = \sqrt{13^2} = 13$
- * $\sqrt{1} = \sqrt{1^2} = 1$
- * $\sqrt{64} = \sqrt{8^2} = 8$
- * $\sqrt{196} = \sqrt{14^2} = 14$
- * $\sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2$
- * $\sqrt{81} = \sqrt{9^2} = 9$
- * $\sqrt{225} = \sqrt{15^2} = 15$
- * $\sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$
- * $\sqrt{100} = \sqrt{10^2} = 10$
- * $\sqrt{256} = \sqrt{16^2} = 16$
- * $\sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$
- * $\sqrt{121} = \sqrt{11^2} = 11$
- * $\sqrt{289} = \sqrt{17^2} = 17$
- * $\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$
- * $\sqrt{144} = \sqrt{12^2} = 12$
- * $\sqrt{324} = \sqrt{18^2} = 18$
- * $\sqrt{36} = \sqrt{6^2} = 6$

Remarque: * La racine carrée est supprimée si le nombre est un carré parfait, sinon elle reste.

* L'opposé du nombre \sqrt{a} est $-\sqrt{a}$ (pas $\sqrt{-a}$)
 L'inverse du nombre \sqrt{a} est $\frac{1}{\sqrt{a}}$

Théorème de Pythagore:

Applications

* ABC est un triangle rectangle en A telque $AB = 4 \text{ cm}$ et $BC = 5 \text{ cm}$
 Calculons AC

D'après le théorème de Pythagore directe, on a
 $BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow 5^2 = 4^2 + AC^2$
 $\Rightarrow 25 = 16 + AC^2$
 $AC^2 = 25 - 16 = 9$
 $AC = \sqrt{9}$

Alors: $AC = 3 \text{ cm}$

Résolution de l'équation $x^2 = a$ ($a > 0$)

* L'équation $x^2 = 5$ est équivalente à
 $x^2 - 5 = 0$
 $x^2 - (\sqrt{5})^2 = 0$
 $(x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5}) = 0$
 $x - \sqrt{5} = 0$ ou $x + \sqrt{5} = 0$
 $x = \sqrt{5}$ ou $x = -\sqrt{5}$

Donc l'équation admet deux solutions $-\sqrt{5}$ et $\sqrt{5}$

Remarque: Si $a < 0 \Rightarrow$ L'équation $x^2 = a$ n'admet pas de solutions

Racine carrée et opérations:

$A = \sqrt{25} + \sqrt{3^2} = \sqrt{5^2} + \sqrt{3^2} = 5 + 3 = 8$ $A = 8$

$B = \sqrt{\frac{81}{4}} - \sqrt{\frac{16}{4}} = \sqrt{\left(\frac{9}{2}\right)^2} - \sqrt{4} = \frac{9}{2} - \sqrt{2^2} = \frac{9}{2} - 2 = \frac{5}{2}$ $B = \frac{5}{2}$

$C = \frac{\sqrt{121}}{7} \times \sqrt{5^2} = \frac{\sqrt{11^2}}{7} \times \sqrt{5^2} = \frac{11}{7} \times 5 = \frac{55}{7}$ $C = \frac{264}{7}$