

Chapitre 5: Ordre et opérations

I - Comparaison de deux nombres rationnels

Règle

Pour comparer deux nombres rationnels a et b ,
 on détermine le signe de leur différence $a - b$
 * $a - b > 0$ signifie que $a > b$
 * $a - b \leq 0$ signifie que $a \leq b$

Exemples

* On a $\frac{2}{5} - 7 = \frac{2-35}{5} = \frac{-33}{5} < 0$
 donc $\frac{2}{5} < 7$
 * On a $\frac{11}{3} - \frac{7}{8} = \frac{88-21}{24} = \frac{67}{24} > 0$
 donc $\frac{11}{3} > \frac{7}{8}$

Vocabulaire

- * $a < b$ se lit a est strictement inférieur à b
- * $a \leq b$ se lit a est inférieur ou égale à b
- * $a < b$ ou $a > b$ est une inégalité de côtés a et b

III - Encadrement

1/ Définition

Chaque des écritures $a < x < b$ et $a \leq x \leq b$
 s'appelle un encadrement du nombre x

Encadrement et approximation

On a $1,85 < \frac{13}{7} < 1,86$
 * cet écriture s'appelle un encadrement du nombre $\frac{13}{7}$

- * $1,85$ est la valeur approchée de $\frac{13}{7}$ par défaut à $0,01$
- * $1,86$ est la valeur approchée de $\frac{13}{7}$ par excès à $0,01$

Encadrement et opérations

Encadrement d'une somme

Si $\left. \begin{array}{l} a < x < b \\ c < y < d \end{array} \right\}$ donc $a+c < x+y < b+d$

Encadrement d'une différence

Si $\left. \begin{array}{l} a < x < b \\ c < y < d \end{array} \right\}$ donc $a-d < x-y < b-c$

Exemple:

Soit $1 < a \leq \frac{5}{2}$, $-4 \leq b < -\frac{3}{2}$
 donc $-3 \leq a+b \leq 1$
 $\frac{5}{2} \leq a-b \leq \frac{13}{2}$
 $8 \leq 8a \leq 20$ et $-10 \leq -4a \leq -4$

Encadrement d'un produit

Considérons $a \leq x \leq b$
 Si $k > 0$ alors $ka \leq kx \leq kb$
 Si $k < 0$ alors $kb \leq kx \leq ka$

II - Ordre et opérations

1) Ordre et addition

Propriété 1:

Si $a < b$ alors $a+k < b+k$

Propriété 2:

Si $\left. \begin{array}{l} a < b \\ c < d \end{array} \right\}$ donc $a+c < b+d$

L'addition ne change pas le symbole

2) Ordre et multiplication

Propriété 3:

1) Si $\left. \begin{array}{l} a < b \\ k > 0 \end{array} \right\}$ donc $ax < bx$

2) Si $\left. \begin{array}{l} a < b \\ k < 0 \end{array} \right\}$ donc $ax > bx$

La multiplication $\left\{ \begin{array}{l} \text{change le symbole si le nombre} \\ \text{est négatif} \\ \text{ne le change pas si le nombre} \\ \text{est positif} \end{array} \right.$

IV - Inéquations

Définition:

Toute inégalité qui s'écrit sous la forme $ax+b < 0$ ou $ax+b \leq 0$ ou $ax+b > 0$ ou $ax+b \geq 0$ s'appelle une inéquation du premier degré à une inconnue x

Techniques de résolution: se base sur:

- Regroupement
- Changement du signe du terme déplacé
- fait attention au signe de a dans $ax \leq b$

$a > 0 \Rightarrow x \leq \frac{b}{a}$
 On change pas le symbole
 $a < 0 \Rightarrow x \geq \frac{b}{a}$
 On change le symbole

Cas de résolution

$x > a$ (par exemple) tous les nombres rationnels \leq supérieurs strictement à a sont solutions de cet inéquation

Expression fautive ($0 > 8$ par exemple)
 Cette inéquation n'admet pas de solution

Expression vraie ($0 < 7$ par exemple)
 tout nombre rationnel est une solution de cet inéquation