الدرس ③ : المعادلات

I- المعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

1) تعريف

a و b عددان حقيقيان
كل كتابة على الشكل $ax+b=0$ تسمى معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد x

2) حل المعادلة $ax+b=0$

* قاعدة: حل المعادلة $ax+b=0$

1) إذا كان $a\neq 0$ فإن $-\frac{b}{a}$ هو حل هذه المعادلة
2) إذا كان $a=0$ و $b\neq 0$ فإن هذه المعادلة ليس لها حل.
3) إذا كان $a=0$ و $b=0$ فإن جميع الأعداد الحقيقية حلول لهذه المعادلة

* تقنية عامة:

* لحل معادلة، نقوم بتجميع الحدود التي تحتوي على المجهول في طرف والحدود المعلومة في الطرف الآخر، بشرط أن نغير إشارة كل حد حولناه من طرف إلى الآخر.
* الضرب يتحول لقسمة والقسمة تتحول لضرب دون تغيير الإشارة.

3) أمثلة:

1) المعادلة $2x+7=x-1$ تكافئ على التوالي
$2x-x=-1-7$
$x=-8$
إذن حل هذه المعادلة هو العدد -8

2) المعادلة $3x-11=3x-5$ تكافئ على التوالي
$3x-3x=-5+11$
$0x=6$
وهذا غير ممكن
إذن هذه المعادلة ليس لها حل.

3) المعادلة $2x+8=2(x+4)$ تكافئ على التوالي
$2x+8=2x+8$
$2x-2x=8-8$
$0x=0$
وهذا دائما صحيح
إذن جميع الأعداد الحقيقية هي حلول لهذه المعادلة

4) المعادلة $5x+6=6$ تكافئ على التوالي
$5x=6-6$
$5x=0$
$x=0$
إذن حل هذه المعادلة هو العدد 0

4) حالات وتقنيات الحل:

الحالة ① : النشر

* تقنية: لحل مثل هذه المعادلات نزيل الأقواس إما باستعمال قاعدة النشر أو قاعدة حذف الأقواس المسبوقة بـ + أو -

* مثال: المعادلة $2(3x+5)-3x=12-(2-4x)$ تكافئ على التوالي
$6x+10-3x=12-2+4x$
$6x-3x-4x=12-2-10$
$-x=-8$
$x=8$
إذن حل هذه المعادلة هو العدد 8.

الحالة ② : معادلات فيها كسور

* تقنية: نقوم بتوحيد مخارج جميع الحدود في كلا طرفي المعادلة أو جداء الطرفين فيما بينهما جداء الوسطين.

* مثال: المعادلة $\frac{\frac{3x-1}{2}-1}{3}=\frac{x+2}{3}$ تكافئ على التوالي
$\frac{3(3x-1)-6}{6}=\frac{2(x+2)}{6}$
$9x-3-6=2x+4$
$9x-2x=4+3+6$
$7x=13$
$x=\frac{13}{7}$
إذن حل هذه المعادلة هو العدد $\frac{13}{7}$

* الحالة ③ : معادلة على شكل $(ax+b)(cx+d)=0$ الجداء المنعدم

* قاعدة : حلول المعادلة $(ax+b)(cx+d)=0$ هي حلول المعادلتين $ax+b=0$ و $cx+d=0$

* ملاحظة : نحصل على حلين أو أكثر حسب عدد العوامل.

* مثال : المعادلة $(3x-5)(6x+4)=0$ تكافئ على التوالي

$3x-5=0$ أو $6x+4=0$

$3x=5$ أو $6x=-4$

$x=\frac{5}{3}$ أو $x=\frac{-4}{6}=-\frac{2}{3}$

إذن المعادلة تقبل حلين هما العددان $\frac{5}{3}$ و $-\frac{2}{3}$

* الحالة ④ : معادلات تحتاج إلى التحليل

* تقنية : لحل معادلة من الدرجة الثانية أو أكثر، نحللها بالعامل المشترك أو بالمتطابقات الهامة لكي نكتبها على شكل جداء منعدم، ثم نطبق القاعدة السابقة.

* مثال : المعادلة $3(x+2)-x(x+2)=0$ تكافئ على التوالي $(x+2)(3-x)=0$

$x+2=0$ أو $3-x=0$

$x=-2$ أو $x=3$

إذن المعادلة تقبل حلين هما -2 و 3

* ملاحظة : أحيانا نحتاج للتحليل مرتين، وذلك في حالة عدم ظهور العامل المشترك في الوهلة الأولى.

* مثال : المعادلة $(x-1)(x+3)+x^2-1=0$ تكافئ على التوالي $(x-1)(x+3)+(x-1)(x+1)=0$

$(x-1)(x+3+x+1)=0$

$(x-1)(2x+4)=0$

$x-1=0$ أو $2x+4=0$

$x=1$ أو $x=\frac{-4}{2}=-2$

إذن المعادلة تقبل حلين هما 1 و -2

II - حل المسائل :

1) قاعدة : خطوات حل مسألة :

لحل مسألة، نتبع المراحل التالية :

1) اختيار المجهول : يكون وارد في السؤال.

2) صياغة المعادلة : تحويل المعطيات إلى المعادلة

3) حل المعادلة :

4) الرجوع إلى المسألة : التحقق من صحة الحل والجواب على السؤال.

2) مثال :

اشترى أحمد 5 دفاتر وكتاب بما قدره 80 درهما. إذا علمت أن ثمن الكتاب يزيد عن ثمن الدفتر بـ 20 درهما. فما هو ثمن الدفتر الواحد وثمن الكتاب ؟

* الحل :

1) اختيار المجهول

ليكن x هو ثمن الدفتر

2) صياغة المعادلة :

نعلم أن ثمن الكتاب يزيد عن ثمن الدفتر بـ 20 درهما إذن ثمن الكتاب هو $x+20$ ونعلم أن أحمد أدى ما قدره 80 درهما إذن المعادلة هي $5x+x+20=80$

3) حل المعادلة :

المعادلة $5x+x+20=80$ تكافئ على التوالي

$6x=80-20$

$6x=60$

$x=\frac{60}{6}=10$

حل المعادلة هو العدد 10

4) الرجوع إلى المسألة :

لدينا : $5\times10+10+20=50+30=80$

إذن الحل صحيح

وبالتالي ثمن الدفتر الواحد هو 10 دراهم وثمن الكتاب هو 30 درهما.