الدرس ④ : جداء وخارج الأعداد الجذرية

I - جداء عددين جذريين :

① نشاط (1)

1) بين أن $\frac{-25}{4} \times \frac{3}{2} = -6,25 \times 1,5$ ثم أحسب $\frac{-25}{4} \times \frac{3}{2}$

2) أحسب خارج $(25) \times 3$ على العدد 4×2

3) أستنتج $\frac{-25}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{(-25) \times 3}{4 \times 2}$

الحل :

1) لدينا : $\frac{3}{2} = 1,5$ و $\frac{-25}{4} = -6,25$

إذن : $\frac{-25}{4} \times \frac{3}{2} = -6,25 \times 1,5$

أي : $\frac{-25}{4} \times \frac{3}{2} = -9,375$

2) لدينا : $\begin{cases} (-25) \times 3 = -75 \\ 4 \times 2 = 8 \end{cases}$ و $\frac{-75}{8} = -9,375$

3) لدينا : $\frac{-25}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{-75}{8}$

إذن : $\frac{-25}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{(-25) \times 3}{4 \times 2}$

② خاصة (1) :

$\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ عددان جذريان $\quad \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$

* أمثلة :

$A = \frac{-3}{7} \times \frac{-11}{2} = \frac{(-3) \times (-11)}{7 \times 2}$

$A = \frac{33}{14}$

$B = \frac{-7}{13} \times \frac{2}{3} = \frac{(-7) \times 2}{13 \times 2}$

$B = \frac{-14}{26}$

$C = \frac{5}{19} \times (-7) = \frac{5 \times (-7)}{19} = \frac{-35}{19}$

* ملاحظات :

* يمكن كتابة نتيجة الجداء المحصل عليها على شكل مختزل أحيانا يستحسن الاختزال قبل إجراء العمليات

* أمثلة :

$A = \frac{-75}{10} \times \frac{-10}{7}$

$A = \frac{75}{7}$

$B = \frac{-4,5}{7} \times \frac{4}{3}$

$B = \frac{-4,5 \times 4}{7 \times 3}$

$B = \frac{-18}{21} = \frac{3 \times (-6)}{3 \times 7} = \frac{-6}{7}$

* خاصية ① :

$\frac{a}{b}$ عدد جذري

$\frac{a}{b} \times (-1) = -\frac{a}{b}$ ، $\frac{a}{b} \times 0 = 0$ و $\frac{a}{b} \times 1 = \frac{a}{b}$

II - جداء ثلاثة أعداد جذرية :

① نشاط (1)

1) أحسب العمليات الآتية :

$\left(\frac{-3}{4} \times \frac{-4}{5}\right) \times \frac{1}{3}$ و $\frac{-3}{4} \times \left(\frac{-4}{5} \times \frac{1}{3}\right)$

2) ماذا تلاحظ ؟

الحل :

1) لدينا :

$\left(\frac{-3}{4} \times \frac{-4}{5}\right) \times \frac{1}{3} = \frac{(-3) \times (-4)}{4 \times 5} \times \frac{1}{3} = \frac{3}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{3 \times 1}{5 \times 3} = \frac{1}{5}$

$\frac{-3}{4} \times \left(\frac{-4}{5} \times \frac{1}{3}\right) = \frac{-3}{4} \times \left(\frac{(-4) \times 1}{5 \times 3}\right) = \frac{-3 \times -4 \times 1}{4 \times 5 \times 3} = \frac{1}{5}$

2) نلاحظ أن $\left(\frac{-3}{4} \times \frac{-4}{5}\right) \times \frac{1}{3} = \frac{-3}{4} \times \left(\frac{-4}{5} \times \frac{1}{3}\right)$

② خاصية (2) :

* جداء ثلاثة أعداد جذرية لا يتغير إذا غيرنا ترتيب عواملها.

* جداء ثلاثة أعداد جذرية لا يتغير إذا عوضنا بعض عواملها بجداءهما.

بتعبير آخر، إذا كان x و y و z أعداد جذرية فإن :

$x \times y \times z = (x \times y) \times z = x \times (y \times z) = (x \times z) \times y$

③ أمثلة :

$A = \frac{2}{5} \times \frac{-10}{2} \times \frac{1}{7}$

$= \frac{2 \times 5 \times (-2)}{5 \times 2} \times \frac{1}{7}$

$= -2 \times \frac{1}{7} = \frac{(-2) \times 1}{7} \Rightarrow \boxed{A = \frac{-2}{7}}$

$B = \frac{15}{-4} \times 3 \times \frac{8}{5}$

$= \frac{15}{-4} \times \frac{8}{5} \times 3$

$= \frac{5 \times 3 \times 4 \times 2}{4 \times (-1) \times 5} \times 3$

$= \frac{6}{-1} \times 3 = \frac{6 \times 3}{-1} \Rightarrow \boxed{B = -18}$

$C = \frac{3}{2} \times 0,5 \times \frac{1}{5}$

$= \frac{3}{2} \times \frac{5}{10} \times \frac{1}{5} = \frac{3}{2} \times \frac{5 \times 1}{10 \times 5}$

$= \frac{3}{2} \times \frac{1}{10} = \frac{3 \times 1}{2 \times 10} \quad \boxed{C = \frac{3}{20}}$

* $\frac{6}{5} \div 3 = \frac{6}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{3\times 2}{5\times 3} = \frac{2}{5}$: أنشئ

* $\frac{-5}{21} \div \frac{25}{7} = \frac{-5}{21} \times \frac{7}{25}$

$= \frac{-5\times 7}{7\times 3\times 5\times 5} = \frac{-1}{15}$

* $\frac{\frac{-3}{4}}{\frac{-7}{2}} = \frac{-3}{4} \times \frac{2}{-7} = \frac{-3\times 2}{2\times 2\times -7} = \frac{-3}{-14} = \frac{3}{14}$

* $\frac{\frac{102}{15}}{-9} = \frac{102}{15} \times \frac{1}{-9} = \frac{3\times 34}{15\times 3\times (-3)} = \frac{34}{-45}$

التمارين

* قم بـ 102 46

* $\frac{-9}{2} \times \frac{-5}{17} = \frac{(-9)\times(-5)}{2\times 17} = \frac{45}{34}$

* $\left(-\frac{7}{13}\right) \times \frac{2}{3} = \frac{-7\times 2}{13\times 3} = \frac{-14}{39}$

* $\frac{3}{7} \times \frac{11}{2} = \frac{3\times 11}{7\times 2} = \frac{33}{14}$

* $\frac{(-43)}{3} \times \frac{43}{3} = \frac{(-43)\times 43}{3\times 3} = \frac{-1849}{9}$

* $\left(\frac{-31}{8}\right) \times \left(\frac{-9}{5}\right) = \frac{(-31)\times(-9)}{8\times 5} = \frac{279}{40}$

* $\frac{5}{19} \times \left(\frac{-23}{4}\right) = \frac{5\times(-23)}{19\times 4} = \frac{-115}{76}$

* قم بـ 46 34 4

* $\frac{-4}{-9} \times \frac{9}{4} = \frac{(-4)\times 9}{(-9)\times 4} = 1$

* $\frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{3\times 2}{2\times 3} = 1$

* $-\frac{11}{3} \times \left(\frac{-3}{11}\right) = \frac{(-11)\times(-3)}{3\times 11} = 1$

* $\frac{47}{15} \times \left(\frac{-45}{-141}\right) = \frac{47\times 15\times(-3)}{15\times 47\times(-3)} = 1$

* $\left(\frac{-17}{2}\right) \times \frac{4}{-34} = \frac{(-17)\times 2\times 2}{2\times(-17)\times 2} = 1$

* $\frac{14}{-18} \times \frac{-9}{7} = \frac{7\times 2\times(-9)}{(-9)\times 2\times 7} = 1$

* قم بـ 46 87 2

* $\frac{-4}{15} \times -1 = \frac{4}{5}$

* $\frac{-4}{15} \times 0 = 0$

* $\frac{-4}{15} \times 3{,}75 = \frac{-4\times 3{,}75}{15} = \frac{-15}{15} = -1$

* $\frac{-4}{15} \times \frac{25}{16} = \frac{(-4)\times 5\times 5}{5\times 3\times 4\times 4} = \frac{-5}{12}$

III - خارج عددي جزئي:

1) نشاط ③:

1) احسب الجداءات التالية: $\frac{14}{11} \times \frac{-11}{14}$ و $\frac{8}{-3} \times \frac{-3}{8}$

2) $\frac{a}{b}$ عدد جزئي، ما طبيعة العدد $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a}$

الحل:

1)

* $\frac{8}{-3} \times \frac{-3}{8} = \frac{8\times(-3)}{(-3)\times 8} = 1$

* $\frac{-14}{11} \times \frac{-11}{14} = \frac{(-14)\times(-11)}{11\times 14} = 1$

2) $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = \frac{a\times b}{b\times a} = 1$

2) مقلوب عدد جزئي:

أ- تعريف:

إذا كان $\frac{a}{b}$ عدد جزئي غير منعدم فإن: $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$

العدد الجزئي $\frac{a}{b}$ يسمى مقلوب العدد الجزئي $\frac{b}{a}$

العدد الجزئي $\frac{b}{a}$ يسمى مقلوب العدد الجزئي $\frac{a}{b}$

تعميم:

x عدد جزئي غير منعدم.

نكتب $\frac{1}{x}$ للتعبير عن مقلوب العدد x

ب- أمثلة:

* مقلوب العدد 5- هو العدد $\frac{1}{-5}$

* مقلوب العدد $\frac{-17}{11}$ هو العدد $\frac{11}{-17}$

ج- خاصية ③:

$\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$: $\frac{a}{b}$ عدد جزئي غير منعدم:

أمثلة:

* $\frac{6}{5} \times \frac{5}{6} = 1$

* $7{,}2 \times \frac{1}{7{,}2} = 1$

* $\frac{-5}{-2{,}01} \times \frac{-2{,}01}{-5} = 1$

* $\frac{11}{-8} \times \frac{-8}{11} = 1$

3) خارج عددي جزئي:

أ- خاصية ②

$\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ عددان جزئيان حيث $\frac{c}{d}$ غير منعدم

$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a\times d}{b\times c}$