



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة العادية 2013

الموضوع

الصفحة
1
3



NS22

3	مدة الإختبار	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها	الشعبة، أو المسلك

معلومات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- مدة إنجاز موضوع الامتحان : 3 ساعات ؛
- عدد الصفحات : 3 صفحات (الصفحة الأولى تتضمن معلومات والصفحتان المتبقيتان تتضمنان تمارين الامتحان)؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- في حالة عدم تمكن المترشح من الإجابة عن سؤال ما ، يمكنه استعمال نتيجة هذا السؤال لمعالجة الأسئلة الموالية ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

معلومات خاصة

- يتكون الموضوع من خمسة تمارين مستقلة فيما بينها و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين	المجال	النقطة الممنوحة
التمرين الأول	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثاني	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الثالث	حساب الاحتمالات	3 نقط
التمرين الرابع	المتتاليات العددية	3 نقط
التمرين الخامس	دراسة دالة وحساب التكامل	8 نقط

الموضوع

التمرين الأول (3 ن)

نعتبر ، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقط $A(-1,1,0)$ و $B(1,0,1)$ و $\Omega(1,1,-1)$ و الفلكة (S) التي مركزها Ω وشعاعها 3

- 1 أ- بين أن $\vec{OA} \wedge \vec{OB} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ و تحقق من أن $x + y - z = 0$ معادلة ديكارتية للمستوى (OAB) 1
ب- تحقق من أن $d(\Omega, (OAB)) = \sqrt{3}$ ثم بين أن (OAB) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (Γ) شعاعها $\sqrt{6}$ 1

2 ليكن (Δ) المستقيم المار من النقطة Ω والعمودي على المستوى (OAB)

$$\text{أ- بين أن : } \begin{cases} x=1+t \\ y=1+t \\ z=-1-t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \quad \text{تمثيل بارامترى للمستقيم } (\Delta)$$

ب- حدد مثلوث إحداثيات مركز الدائرة (Γ) 0.5

التمرين الثاني (3 ن)

نعتبر ، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر (O, \vec{u}, \vec{v}) ، النقط A و B و C التي أحاقها على التوالي هي a و b و c بحيث : $a = 7 + 2i$ و $b = 4 + 8i$ و $c = -2 + 5i$

$$1 \text{ أ- تحقق من أن } (1+i)(-3+6i) = -9+3i \text{ و بين أن } \frac{c-a}{b-a} = 1+i$$

ب- استنتج أن $AC = AB\sqrt{2}$ وأعط قياسا للزاوية الموجهة $(\overline{AB}, \overline{AC})$ 1

2 ليكن R الدوران الذي مركزه B و زاويته $\frac{\pi}{2}$

أ- بين أن لحق النقطة D صورة النقطة A بالدوران R هو $d = 10 + 11i$ 0.75

ب- احسب $\frac{d-c}{b-c}$ و استنتج أن النقط B و C و D مستقيمية . 0.5

التمرين الثالث (3 ن)

يحتوي صندوق على 10 كرات : خمس كرات حمراء وثلاث كرات خضراء وكرتان بيضاوان (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس) .

نسحب عشوائيا و في آن واحد أربع كرات من الصندوق .

- 1 نعتبر الحدثين التاليين : A : " الحصول على كرتين حمراوين و كرتين خضراوين " 1.5
 B : " لا توجد أية كرة بيضاء من بين الكرات الأربع المسحوبة "

$$\text{بين أن } P(A) = \frac{1}{7} \text{ و } P(B) = \frac{1}{3}$$

2 ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات البيضاء المسحوبة .

أ- تحقق من أن القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X هي 0 و 1 و 2 0.25

ب- بين أن $P(X=1) = \frac{8}{15}$ ثم حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X 1.25

التمرين الرابع (3 ن)

لتكن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $u_1 = 0$ و $u_{n+1} = \frac{25}{10 - u_n}$ لكل n من \mathbb{N}^*

1 (1) تحقق من أن $5 - u_{n+1} = \frac{5(5 - u_n)}{5 + (5 - u_n)}$ لكل n من \mathbb{N}^* و بين بالترجع أن $5 - u_n > 0$ لكل n من \mathbb{N}^*

(2) نعتبر المتتالية العددية $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ المعرفة بما يلي : $v_n = \frac{5}{5 - u_n}$ لكل n من \mathbb{N}^*

0.75 أ- بين أن $v_{n+1} = \frac{10 - u_n}{5 - u_n}$ لكل n من \mathbb{N}^* ثم تحقق من أن $v_{n+1} - v_n = 1$ لكل n من \mathbb{N}^*

1 ب- بين أن $v_n = n$ لكل n من \mathbb{N}^* و استنتج أن $u_n = 5 - \frac{5}{n}$ لكل n من \mathbb{N}^*

0.25 ج- حدد $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

التمرين الخامس (8 ن)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بما يلي : $f(x) = (x-2)^2 e^x$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد منظم (O, \vec{i}, \vec{j}) (الوحدة 1 cm)

0.25 (1) أ- بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

0.5 ب- بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ ثم استنتج أن المنحنى (C) يقبل، بجوار $+\infty$ ، فرعا شلجيميا يتم تحديد اتجاهه.

0.25 (2) أ- تحقق من أن $f(x) = x^2 e^x - 4x e^x + 4e^x$ لكل x من \mathbb{R}

0.5 ب- بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ و أول هذه النتيجة هندسيا (نذكر أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x = 0$ لكل n من \mathbb{N}^*)

0.75 (3) أ- بين أن $f'(x) = x(x-2)e^x$ لكل x من \mathbb{R}

1 ب- بين أن الدالة f تزايدية على كل من المجالين $]-\infty, 0]$ و $[2, +\infty[$ وأن الدالة f تناقصية على المجال $[0, 2]$

0.5 ج- ضع جدول تغيرات الدالة f على \mathbb{R}

1 (4) أ- بين أن $f''(x) = (x^2 - 2)e^x$ لكل x من \mathbb{R} ثم استنتج أن للمنحنى (C) نقطتي انعطاف تحديد أرتوبيهما

غير مطلوب .

1 ب- أنشئ (C) في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j})

0.5 (5) أ- بين أن $H : x \mapsto (x-1)e^x$ دالة أصلية للدالة $h : x \mapsto x e^x$ على \mathbb{R} ثم احسب $\int_0^1 x e^x dx$

0.75 ب- باستعمال كاملة بالأجزاء، بين أن : $\int_0^1 x^2 e^x dx = e - 2$

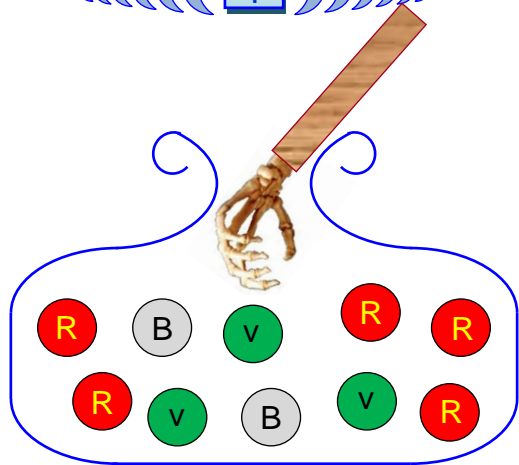
0.5 ج- بين أن مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) ومحور الأفاصيل والمستقيمين اللذين

معادلتاهما $x=0$ و $x=1$ هي $5(e-2) \text{ cm}^2$

0.5 (6) استعمل المنحنى (C) لإعطاء عدد حلول المعادلة : $x^2 = e^{-x} + 4x - 4$, $x \in \mathbb{R}$

TM ð ð ð Ž

1



ð à È ñ í - É ó Õ í © ç » á ā • • - Û Ê ' - f © £ • í à • ò Ó í Ž ó • í • Ê • £ ¿ ç F Ž ã © ç F ð ð

" ç Û ā ā % ÿ ö ý í ç ê ð Ó • • - Û

? = N @ 3 ; = % = 210 ò ç í ó

" ó • í • ì ß • " ' - ÿ - ß • é « ð ó ç Ž ó ç Ž Û ā • á í Û í è

á ž -

á ó í • - í

á ž - ð

? = N @ n

á ž - ð

á ó í • - ā é

á ó í • - ð

L : # ; = L n

á ž - ð

á ó í • - ð

á ó í • - ð

? = N @ 3 ;

Ž ç ó © ß

@ \$ % # A " i Ÿ i ā ß • " é i ā ß

$$\frac{\frac{\%}{210} \times \frac{\%}{210}}{\frac{\%}{210}} = \frac{10 \times 3}{210} = \frac{1}{7}$$

L : \$; = L m

i ž ž ó " - Û á ó í Ž ž ó " á ž - ð é Ž ç ' £ ^ Ž ā ā

Ù ß « Û

Ž ç ó © ß í : V ; = / " : V ;

ò á ó Ž ā ù ß • ñ • ð ð ß • Ž

L i ž ž ó ' m

á ā i ž ž ó " - Û • • - Û ß • á ó ' • " í £ ^ ā ß • Ê ' - ð

á f Å ß ü ç í

k = BB : & ; F = BB : \$; o = A k = BB : # ; F = BB : \$; o

í : # ; = & ð Á i ā ß • á ā

• - Û ç á • - í © à ß ñ © Ø ì ß •

: @ F > ; = A : = F > ;

ò ç í ó

@ F 4 F 8 E E 7 + 2 E F 4 F 8 E

ò ç í ó

@ 7 E F 2 F 4 E 8 + 4 + 8 E

ò ç í ó

@ 10 + 11 E ñ f

L m

á ā i ž ž ó " - Û • • - Û ß • á ó ' • " í £ ^ ā ß • Ê ' - ð

• • - Û Ê ' - f • £ ^ ð ç Ÿ ó Á ' - ó ñ « ß • ù ß ð ß ß • - ó ð - ā ß •

$$\frac{\frac{\%}{210} \times \frac{\%}{210}}{\frac{\%}{210}} + \frac{\frac{\%}{210} \times \frac{\%}{210}}{\frac{\%}{210}} = \frac{2 \times 56}{210} + \frac{28}{210} = \frac{2}{3}$$

L : \$; = 1 F L : \$; = 1 F \frac{2}{3} = \frac{1}{3} ò ß Ž - ß Ž ' í

f 2

• • - Û Ê ' - f • £ ^ ð ç Ÿ ó Á ' - ó ñ « ß • ù ß ð ß ß • - ó ð - ā ß •

" " í £ ^ ā ß • • • - Ø ß • í © ð ì ó

: @ F ? = 2 : > F ? ; ê ç ā \frac{F}{>F} = 2 á « †

% & = 2 % & • - Û ç • Ž i Ÿ - ā ß •

\frac{1}{2} ó ' ÷ • á i ā ß • 8 ñ ß ž ž ÷ • ó ' Ÿ á ó - - Û Õ í © ç » ß • á ž ó

" ó á ó Ø & P ñ í % Á Ø ç ß •

• • - Û ð ã Ÿ í » ß Ÿ á ß ç ó • Û Ê - f © í á • ò Ó £ ç Ž É á †

ò á ó Ž ā Û " ç ó ' ā ì - § f " Ø

Ñ ß Ž § ó ð x Ž ' ß • í

" © £ • í i ž ž ó " - Û ð à È Ÿ í » ß Ÿ • @ F ? ; \frac{1}{2} ó ' ÷ • ñ ß ž ÷ • ó ' Ÿ á ó - - Û

arg. 1 \frac{F}{>F} = 2 ž i ù ž ç ó ©

Ù ß « - ó í á ó - - Û í á ó i ž ž ó ' á ó - - Û ð à È Ÿ í » ß Ÿ •

if i \frac{1}{2} ó ' ÷ • > F ?

2 í ð ò è ò « í • ì ß • - ó ð - ā ß • Ž è « § „ ó ò - ß • á ó Ø ß • P ñ í % Á Ø ç ß •

ò ç í ó

: : 3 ; = Ø ; 1 ; 2 = Ÿ ā Ÿ f - ó í - ' í f

" ó á ó Ø & P ñ í % Á Ø ç ß •



B":T;= T:TF2;A^T Ž ç ©ãã • - ƒ çãÛ ó ß
 B":T;= :TF2;A^T+ TA^T+ T:TF2;A^T á « †
 :QRS;"= QRS+ QR"S+ QRS" " Å £ ü ä

:ÉTó9;; B":T;= :ƒ F2;A^T ò ß Ž — ß Ž • í
 :ÉTó9;; A^T> 0 á f á à ì ç í

Ý'Øó á f ƒ Å 2 ü ç " í Ž . ^ ' Á Ø Ö T; Ö à ì Ž - † á « †
 ƒ F2 = 0 " ß © Ž ì ä ß • ü £ Ž ä ë Ž ä ë ù í » Ó f Ñ Ž Á ì ç • ò — Á Ø ç
 kTF ¾ dkT+ ¾ o= 0 ò ç ì ó
 T= ¾ í ƒ = F¾ ñ f
 ¾ í F¾ Ž ä ë Ž ä ë ù í » Ó f Ñ Ž Á ì ç • ò — Á Ø ç Ý'Øó ò ç £ ç ä ß • á « †



9 á ä • - ƒ çãÛ ó ß
 B:T;= :TF2; A^T Ž ç ó ©

:ÉTó9;; B":T;= T:TF2;A^T á « †



:ÉTó9;; B":T;= T:TF2;A^T Ž ç ó ©
 :ÉTó9;; A^T> 0 á f á à ì ç
 :TF2; í T ò — Ž . ^ " B": Ö à ì Ž - † á « †
 B":T; " Ž ò ì Ž ä ý ç ß ä ö í

*:T;= :TF1;A^T ò à ó 9 Ž ä ä È " Ó - ì ß © ß • - ' — ì ç
 " ä Ý ³ ç ä " à ó Û . — 9 ä ä È - Ž ä È - Ž ä ƒ " Å £ © ç
 9 ò à È " à » — ä

9 ò à È " ß • © à ß " " ó ¾ » ƒ ß " ß ç ó †

í ž	F	0	+	0	+
ž F Û	F	0	F	0	+
œ ž	+	0	F	0	+
œ		4			+
	0		0		

á ó ß Ž Ý ä ß • á ä B á Ÿ ä à È - † ç ó ý í © Ý ß •
 ø; 2 ? Ý Ž Ý ä ß • ò à È + " » x Ž ç ; 0 ? í



