

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا  
الدورة الاستدراكية 2015  
- الموضوع -

RS 26

ⵜⴰⴷⵓⴷⴰ ⵜⴰⵎⴳⴷⴰⵢⵜ | ⵎⵓⵏⵏⵉⵙⵜ  
ⵜⴰⵎⴳⴷⴰⵢⵜ | ⵙⵓⵎⵏⵉⵙⵜ ⵏ ⵎⴰⵔⵉⵏⵏ  
ⵏ ⵙⵓⵎⵏⵉⵙⵜ ⵏ ⵙⵓⵎⵏⵉⵙⵜ



المملكة المغربية  
وزارة التربية الوطنية  
والتكوين المهني

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

2	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
4	المعامل	مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسباتي	الشعبة أو المسلك

### تعليمات للمترشح

هام : يتعين على المترشح قراءة هذه التوجيهات بدقة والعمل بها .

يتكون الموضوع الذي بين يديك من ثلاثة تمارين مستقلة فيما بينها في ثلاث صفحات، الأولى منها خاصة بالتعليمات التالية :

. 1

- يرجى منك الإجابة عن أسئلة الموضوع بما تستحقه من دقة وعناية؛
- يسمح لك باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة؛
- ينبغي عليك تعليل النتائج (مثلا : عند حساب النهايات، عند حساب الاحتمالات، ...).

. 2

- يمكنك الإجابة على التمارين وفق الترتيب الذي تختاره، لكن يتعين عليك في ترقيم أجوبتك، اعتماد نفس ترقيم التمارين والأسئلة الوارد في الموضوع؛
- ينبغي عليك العمل على حسن تقديم الورقة والكتابة بخط مقروء؛
- يستحسن ترقيم صفحات أوراق التحرير ضمانا لتيسير عملية التصحيح؛
- تجنب الكتابة بقلم أحمر؛
- تحقق من معالجتك لكل تمارين الموضوع قبل مغادرة قاعة الامتحان.

## التمرين الأول : (4.5 نقط)

$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 3 & ; n \in \mathbb{N} \\ u_0 = 8 \end{cases}$$

- نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  المعرفة بما يلي :
1. احسب  $u_1$  و  $u_2$  0.5
  2. بين بالترجع أن لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  :  $u_n > 4$  0.5
  3. أ. بين أن لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  :  $u_{n+1} - u_n = \frac{-3}{4}(u_n - 4)$  0.5
  - ب. استنتج أن المتتالية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  تناقصية وأنها متقاربة . 0.75
  4. نضع  $v_n = u_n - 4$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  0.25
  - أ. احسب  $v_0$  0.25
  - ب. بين أن المتتالية  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  هندسية أساسها  $\frac{1}{4}$  0.5
  - ج. احسب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج أن  $u_n = 4\left(\frac{1}{4}\right)^n + 4$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  1
  - د. احسب النهاية  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$  0.5

## التمرين الثاني : (11 نقطة)

## الجزء الأول :

نعتبر الدالة العددية  $g$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  بما يلي :

$$g(x) = x - 1 - \ln x$$

1. بين أن  $g'(x) = \frac{x-1}{x}$  لكل  $x$  من  $]0; +\infty[$  0.5
2. ادرس إشارة  $g'(x)$  لكل  $x$  من  $]0; +\infty[$  1
3. احسب  $g(1)$  ثم ضع جدول تغيرات الدالة  $g$  (حساب النهايات غير مطلوب) ، 0.75
4. استنتج أن  $g(x) \geq 0$  لكل  $x$  من  $]0; +\infty[$  0.5

## الجزء الثاني :

نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  بما يلي :

$$f(x) = x^2 - 1 - 2x \ln x \text{ . وليكن } (C) \text{ تمثيلها المبياني في معلم متعامد ممنظم } (O, \vec{i}, \vec{j})$$

1. بين أن  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -1$  0.75
2. أ. تحقق أن لكل  $x$  من  $]0; +\infty[$  :  $f(x) = x^2 \left(1 - \frac{1}{x^2} - \frac{2 \ln x}{x}\right)$  0.5

ب . احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$  ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة. 2

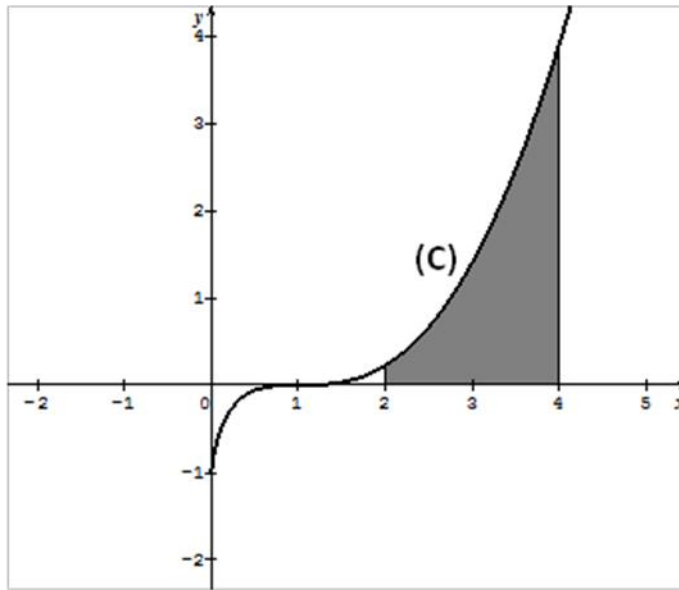
3 . أ . بين أن  $f'(x) = 2g(x)$  لكل  $x$  من  $]0; +\infty[$  0.5

ب . استنتج إشارة  $f'(x)$  على  $]0; +\infty[$  ثم ضع جدول تغيرات الدالة  $f$  على  $]0; +\infty[$  1

4 . بين أن التمثيل المبياني (C) يقبل نقطة انعطاف  $I$  ينبغي تحديد زوج إحداثياتها . 1.5

5 . أ . باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن :  $\int_2^4 2x \ln x \, dx = 28 \ln 2 - 6$  1

ب . استنتج مساحة الحيز الملون في الشكل أسفله. 1



التمرين الثالث : (4.5 نقط) (تقدم جميع نتائج هذا التمرين على شكل كسر)

يحتوي كيس على عشر كرات غير قابلة للتمييز باللمس، منها خمس بيضاء وثلاث حمراء واثنتان لونهما أخضر . نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من الكيس ،

1 . بين أن عدد حالات السحب الممكنة هو 120 1

2 . نعتبر الحدثين  $A$  و  $B$  التاليين :

$A$  : " الكرات المسحوبة لها نفس اللون "

$B$  : " من بين الكرات المسحوبة توجد على الأقل كرتان لونهما أحمر "

أ . بين أن  $p(A) = \frac{11}{120}$  1

ب . احسب احتمال الحدث  $B$  1

3 . ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الكرات الخضراء المسحوبة.

$x_i$	0	1	2
$p(X=x_i)$			

املأ الجدول جانبه بعد نقله على ورقة تحريرك مغللا  
جوابك . 1.5

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا  
الدورة الاستدراكية 2015  
- عناصر الإجابة -

RR 26

ⵜⴰⴷⵓⴷⴰ ⵜⴰⵎⴳⴷⴰⵢⵜ | ⵎⴰⵎⴻⵔⴰⵏ  
ⵜⴰⵎⴳⴷⴰⵢⵜ | ⵙⵓⵎⴻⵔⴰⵏ ⵏ ⵎⴰⵎⴻⵔⴰⵏ  
ⵏ ⵙⵓⵎⴻⵔⴰⵏ ⵏ ⵙⵓⵎⴻⵔⴰⵏ



المملكة المغربية  
وزارة التربية الوطنية  
والتكوين المهني

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

2	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
4	المعامل	مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسباتي	الشعبة أو المسلك

التمرين الأول (4.5 نقط)				
السؤال	تفصيل سلم التنقيط	النقط الجزئية	المجموع	ملاحظات
1	$u_1 = 5$ و $u_2 = \frac{17}{4}$	$0.25 + 0.25$	0.5	
2		0.5	0.5	
3. أ		0.5	0.5	
3. ب	$(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ تناقصية	0.5	0.75	
	إثبات تقارب $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$	0.25		
4. أ	$v_0 = 4$	0.25	0.25	
4. ب		0.5	0.5	
4. ج	$v_n = 4 \left(\frac{1}{4}\right)^n$	0.5	1	
	$u_n = 4 \left(\frac{1}{4}\right)^n + 4$	0.5		
4. د	التعليل النتيجة	0.25	0.5	في حالة تقديم النتيجة صحيحة دون تعليل تمنح للمرشح 0.25
		0.25		

التمرين الثاني (11 نقطة)

الجزء الأول				
السؤال	تفصيل سلم التنقيط	النقط الجزئية	المجموع	ملاحظات
1	إثبات أن $g'(x) = \frac{x-1}{x}$	0.5	0.5	
2	دراسة إشارة $g'(x)$	1	1	
3	$g(1) = 0$	0.25	0.75	
	جدول التغيرات	0.5		
4	الاستنتاج	0.5	0.5	يشير المترشح من خلال الجدول أن 0 قيمة دنيا مطلقة

الجزء الثاني				
السؤال	تفصيل سلم التنقيط	النقط الجزئية	المجموع	ملاحظات
1	إثبات أن $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -1$	0.75	0.75	
2. أ	التحقق	0.5	0.5	

	2	0.5	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	2. ب
		0.25	التعليل	
		0.5	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$	
		0.25	التعليل	
		0.5	التأويل الهندسي	
	0.5	0.5	إثبات أن $f'(x) = 2g(x)$	3. أ
	1	0.75	استنتاج إشارة $f'(x)$	3. ب
		0.25	جدول التغيرات	
تمنح النقطة كاملة لكل جواب صحيح	1.5	0.5	حساب $f''(x)$	4
		0.5	التعليل	
		0.5	نقطة الانعطاف $I(1;0)$	
	1	1	إثبات أن $\int_2^4 2x \ln x dx = 28 \ln 2 - 6$	5. أ
لا يحتسب عدم ذكر وحدة القياس	1	0.5	الصيغة المناسبة لحساب المساحة $\int_2^4 f(x) dx$	5. ب
		0.5	المساحة $\left(\frac{68}{3} - 28 \ln 2\right) u.a$	

التمرين الثالث (4.5 نقط)				
السؤال	تفصيل سلم التنقيط	النقط الجزئية	المجموع	ملاحظات
1 .	$C_{10}^3 = 120$	1	1	يقبل كل تعليل صحيح
2 . أ	إثبات أن $p(A) = \frac{11}{120}$	1	1	تقبل كل طريقة صحيحة
2 . ب	الصيغة	0.5	1	
	$p(B) = \frac{11}{60}$	0.5		
3	صيغة $p(X=0)$	0.25	1.5	تمنح النقطة كاملة لكل طريقة صحيحة تقبل النتائج المقدمة على شكل كسور غير مختزلة.
	$p(X=0) = \frac{7}{15}$	0.25		
	صيغة $p(X=1)$	0.25		
	$p(X=1) = \frac{7}{15}$	0.25		
	صيغة $p(X=2)$	0.25		
	$p(X=2) = \frac{1}{15}$	0.25		