



.2

- أ- أدرس قابلية اشتقاق f على يمين و يسار $x_0 = 3$.
- ب- أكتب معادلة ديكرتية لعماس المنحنى الممثل ل f في $x_0 = 3$

.04

أحسب الدالة المشتقة f' ل f :

1. $f(x) = x^3 - \frac{3}{7}x^2 + 4$ ؛ $f(x) = x(2x-6)$
2. $f(x) = \sqrt{2x-1}$ ؛ $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x-1}$ ؛ $f(x) = \sqrt{x^2+1}$ ،
 $f(x) = 2x - \frac{5}{x^2+3}$ ؛ $f(x) = \frac{2x+3}{x-3}$
3. $f(x) = \tan(2x)$ ؛ $f(x) = 5\sin 3x + 2\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ ؛
 $f(x) = (3x+2)^4$ ؛ $f(x) = \sqrt{x}(x^4+3x)$ ؛
 $f(x) = \cos^2 x$

.05

- لنعتبر الدالة العددية f المعرفة ب: $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$
1. أحسب f' الدالة المشتقة ل f ثم أدرس إشارة f' ثم ضع جدول تغيرات ل f .
2. هل تقبل مطارف نسبية؟ مطارف مطلقة؟ ثم أعط معادلة المماس لمنحنى الدالة f في $x_0 = 1$.

.06

1. حل المعادلة التفاضلية:

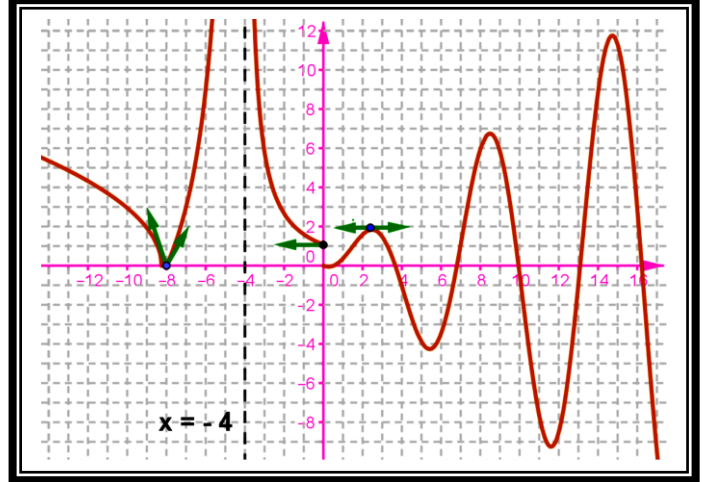
$$y'' + 4y = 0 \quad (2) \quad 3y'' + 5y = 0 \quad (1)$$

2. حدد الدالة f التي تحقق (2) و $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$ و $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$

.07

- لنعتبر C استهلاك عربية بمحرك و معبر عنه بدلالة السرعة v . إذا كانت السرعة بين 10 km/h و 130 km/h استهلاك هذه العربية معبر عنه بالدالة التالية $C(v) = 0,06 \times v + \frac{150}{v}$.
1. حدد السرعة التي من أجلها يكون استهلاك العربية دنوي.
2. في هذه الحالة ما هي النسبة المئوية للاستهلاك؟

.01

الرسم التالي يمثل منحنى دالة f .

1. أتمم الجدول التالي:

$f'\left(\frac{5}{2}\right) = \dots\dots\dots$ و $f\left(\frac{5}{2}\right) = \dots\dots\dots$
$f'_g(0) = \dots\dots\dots$ و $f(0) = \dots\dots\dots$
$f'_g(-8) = \dots\dots\dots$ و $f'_d(-8) = \dots\dots\dots$ و $f(-8) = \dots\dots\dots$
كيف تسمى النقطة A التي أفصولها $x_0 = -8$ ؟
هل f قابلة للاشتقاق في $x_0 = -8$ ؟ <input type="checkbox"/> نعم <input type="checkbox"/> لا

.02

1. أ- أحسب النهاية التالية: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+1)^{2015} - 1}{x}$

ب- حدد تقريب تآلفي ل: $\sqrt{16,05}$ و $(1,08)^3$

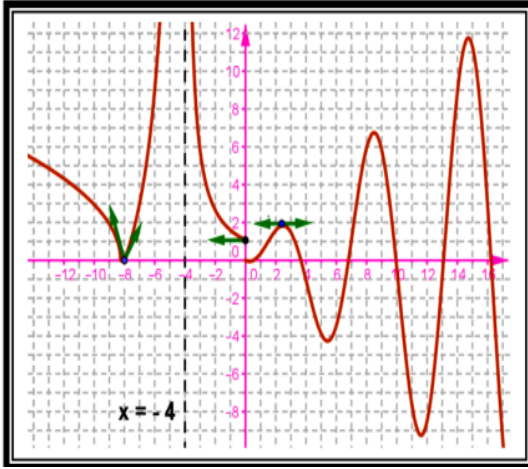
.03

لنعتبر الدالة العددية المعرفة ب:

$$\begin{cases} f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{9}{2} ; x \leq 3 \\ f(x) = \frac{x}{x-2} ; x > 3 \end{cases}$$

.1

- أ- أحسب العدد المشتق للدالة f في النقطة $x_0 = 2$.
- ب- عرف الدالة التآلفية المقاربة للدالة f في النقطة $x_0 = 2$.
- ج- استنتج قيمة مقربة للعدد $f(1,999)$.



1. نتمم الجدول

$f\left(\frac{5}{2}\right)=2$ و $f\left(\frac{5}{2}\right)=1$
$f'_d(0)=0$ و $f(0)=1$
$f'_g(8)=-3$ و $f'_d(8)=2$ و $f(8)=-8$
نسمي النقطة A التي أفصولها $x_0 = -8$: نقطة مزواة
f ليست قابلة للاشتقاق في 8

1. أ) نحسب النهاية التالية : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+1)^{2015} - 1}{x}$

لتكن الدالة f حيث $f(x) = (x+1)^{2015}$ قابلة للاشتقاق على \mathbb{R}

$$f(0) = 1 \text{ لدينا}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+1)^{2015} - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = f'(0) \text{ ومنه}$$

$$f'(x) = \left[(x+1)^{2015} \right]' = 2015(x+1)^{2014} \quad f'(x) \text{ نحدد}$$

$$f'(0) = 2015 \text{ إذن}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+1)^{2015} - 1}{x} = 2015 \text{ خلاصة :}$$

ب) نحدد تقريب تآلفي ل $\sqrt{16.05}$ و $(1.08)^3$

• لتكن $g(x) = \sqrt{x}$ قابلة للاشتقاق على $]0; +\infty[$ دالتها المشتقة هي $g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$$g'(16) = \frac{1}{8} \text{ و } g(16) = 4 \text{ لدينا}$$

$$\sqrt{16.05} = g(16.05) = g(16 + 0.05) \text{ و لدينا}$$

$$\sqrt{16.05} = hg'(16) + g(16) = 4.00625 \text{ إذن (h = 0.05)}$$

• لتكن $l(x) = x^3$ قابلة للاشتقاق على \mathbb{R} دالتها المشتقة هي $l(x) = 3x^2$

$$l'(1) = 3 \text{ و } l(1) = 1 \text{ لدينا}$$



$$\text{و لدينا } (1.08)^3 = 1(1.08) = 1(1+0.08)$$

$$\text{إذن } (1.08)^3 = h l'(1) + l(1) = 1.24 \quad (h = 0.08)$$

$$\text{خلاصة : } \sqrt{16.05} \approx 4.00625 \quad \text{و} \quad (1.08)^3 \approx 1.24$$

.08

1. أ) لدينا

$$f(x) = \frac{-1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2} \quad ; x \leq 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2} - \frac{9}{2}}{x - 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-\frac{1}{2}x(x-2)}{x-2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} -\frac{1}{2}x$$

$$= -1 \in \mathbb{R}$$

خلاصة : العدد المشتق للدالة f في $x_0 = 2$ هو $f'(2) = -1$

ب) الدالة المقاربة ل f في 2 هي :

$$v : 2 + h \rightarrow hf'(2) + f(2)$$

ج) نستنتج قيمة مقربة ل $f(1.999)$

لدينا

$$f(1.999) = f(2 - 10^{-3}) \quad (h = -10^{-3})$$

$$f(2 - 10^{-3}) \approx -10^{-3}f'(2) + f(2) \quad \left(f(2) = \frac{3}{2} ; f'(2) = -1 \right)$$

$$f(1.999) \approx 4.501$$

$$f(1.999) = 4.500999 \quad \text{بالآلة الحاسبة}$$

$$\text{خلاصة : } f(1.999) \approx 4.501$$

2. ندرس قابلية الاشتقاق في 3.

• على يمين 3

$$f(x) = \frac{x}{x-2} \quad ; x > 3$$



$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\frac{x}{x-2} - 3}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x - 3x + 6}{(x-3)(x-2)} = -2 \in \mathbb{R}$$

إن f قابلة للاشتقاق على يمين 3 و $f'_d(3) = -2$

• على يسار 3

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{9}{2} \quad ; \quad x \leq 3$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} &= \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{9}{2} - 3}{x - 3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-x^2 + 2x + 9}{2(x-3)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-x-1}{2} \\ &= -2 \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

إن f قابلة للاشتقاق على يسار 3 و $f'_g(3) = -2$

خلاصة : f قابلة للاشتقاق في 3 لأن $f'_d(3) = f'_g(3) = -2$

(ب) نحدد معادلة ديكارتية للمماس لمنحنى f في $x_0 = 3$
لدينا :

$$\begin{aligned} y &= (x - x_0)f'(x) + f(x) \\ &= (x - 3)(-2) + 3 \\ &= -2x + 9 \end{aligned}$$

خلاصة : $(T) : 2x + y - 9 = 0$



$$\begin{aligned} \bullet f'(x) &= \left[x^3 + \frac{3}{7}x^2 - 4 \right]' \\ &= 3x^2 - \frac{6}{7}x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet f'(x) &= [x(2x-6)]' \\ &= [2x^2 - 6x]' \\ &= 4x - 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet f'(x) &= \left[\frac{2x+3}{x-3} \right]' \\ &= \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -3 \end{vmatrix}}{(x-3)^2} = \frac{-9}{(x-3)^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet f'(x) &= \left[2x - \frac{5}{x^2+3} \right]' \\ &= 2 + \frac{10x}{(x^2+3)^2} \end{aligned}$$

.2

$$\begin{aligned} \bullet f'(x) &= \left[\sqrt{x^2+1} \right]' \\ &= \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 \bullet f'(x) &= \left[\frac{\sqrt{x}}{x-1} \right]' \\
 &= \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}(x-1) - \sqrt{x}}{(x-1)^2} \\
 &= \frac{(x-1) - 2x}{2\sqrt{x}(x-1)^2} \\
 &= \frac{-(x+1)}{2\sqrt{x}(x-1)^2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \bullet f'(x) &= \left[\sqrt{\frac{2x-1}{x+3}} \right]' \\
 &= \frac{\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}}{(x+3)^2} \times \frac{1}{2\sqrt{\frac{2x-1}{x+3}}} \\
 &= \frac{7}{2} \times \frac{1}{(x+3)^2 \sqrt{\frac{2x-1}{x+3}}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \bullet f'(x) &= \left[\sqrt{x}(x^4 + 3x) \right]' \\
 &= \frac{1}{2\sqrt{x}}(x^4 + 3x) + (4x^3 + 3)\sqrt{x}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \bullet f'(x) &= \left[(3x+2)^4 \right]' \\
 &= 12(3x+2)^3
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \bullet f'(x) &= [\tan 2x]' \\ &= 2 + 2 \tan^2 2x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet f'(x) &= \left[5 \sin 3x + 2 \cos \left(2x + \frac{\pi}{3} \right) \right]' \\ &= 15 \cos 3x - 4 \sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet f'(x) &= [\cos^2 x]' \\ &= -2 \cos x \sin x \\ &= -2 \sin 2x \end{aligned}$$

.05

1. نحدد $f'(x)$ ثم تغيرات f

لدينا :

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$$

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$$

$$\Delta = 144 - 108 = 36$$

$$x_1 = 3 \quad x_2 = 1$$

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	\circ	$-$	\circ	$+$
$f(x)$	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

.2

- f تقبل قيمة قصوى نسبية على $]-\infty; 3]$ في $x = 1$

- f لا تقبل مطارف مطلقة على \mathbb{R}

- معادلة المماس لمنحنى f في $x = 1$:

بما أن f قابلة للاشتقاق في $x = 1$ و $f'(1) = 0$ فإن المماس (T) يوازي محور الأفاسيل

$$(T): y = f(1) = 5$$

خلاصة : $(T): y = 5$

.06

1. نحل المعادلة التفاضلية $y'' + 4y = 0$



لدينا $\omega = 2$ إذن المعادلة تكتب $y'' + \omega^2 y = 0$

تقبل كل الدوال التي على الشكل التالي مجموعة حلول هي :

$$y = \alpha \cos 2x + \beta \sin 2x \quad (\text{مع } \alpha \text{ و } \beta \text{ من } \mathbb{R})$$

2. نحدد الدالة f التي تحقق $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$ و $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$

$$\begin{cases} \alpha \cos 2 \times \frac{\pi}{4} + \beta \sin 2 \times \frac{\pi}{4} = 0 \\ \alpha \cos 2 \times \frac{\pi}{2} + \beta \sin 2 \times \frac{\pi}{2} = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha \times 0 + \beta \times 1 = 0 \\ \alpha \times (-1) + \beta \times 0 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \beta = 0 \\ \alpha = -1 \end{cases}$$

خلاصة : الدالة f هي $f(x) = y = -\cos 2x$

1. نحدد السرعة التي من أجلها يكون استهلاك العربة دنويا :

• من أجل ذلك نحسب C' على $[10;130]$

$$C'(v) = \left[0.06 \times v + \frac{150}{v} \right]' = 0.06 - \frac{150}{v^2} = \frac{0.06 \times v^2 - 150}{v^2} = \frac{0.06(v - 50)(v + 50)}{v^2}$$

• ندرس إشارة C' : إشارة C' هي إشارة البسط

v	10	50	130
C'	-	○	+
C			

خلاصة : السرعة التي يكون فيها استهلاك العربة دنوي هي 50 km/h