

سلسلة 2	تحليلية الجداء السلمي	السنة 1 بكالوريا علوم تجريبية
		<p>تمرين 1 : المستوى (P) منسوب إلى م.م.م (O, \vec{i}, \vec{j})</p> <p>نعتبر المستقيمين $(D): x = y$ و $(\Delta): 4x - 3y + 2 = 0$ و الدائرة $(C): x^2 + y^2 - 6x + 4y - 3 = 0$</p> <p>1) حدد مركز وشعاع الدائرة (C)</p> <p>2) بين أن المستقيم (Δ) مماس للدائرة (C)</p> <p>3) بين أن (C) و (D) يتقاطعان في نقطتين مختلفتين</p>
		<p>تمرين 2 : المستوى (P) منسوب إلى م.م.م (O, \vec{i}, \vec{j})</p> <p>نعتبر النقط: $A(2,1)$ و $B(1,-2)$ و $C(-1,2)$</p> <p>1) بين أن المثلث ABC متساوي الساقين وقائم الزاوية في A.</p> <p>2) حدد معادلة ديكارتية للدائرة (ζ) المحيطة بالمثلث ABC</p> <p>3) بين أن المستقيم $(\Delta_1): x + 2y + 5 = 0$ مماس للدائرة (ζ)</p> <p>3) أوجد معادلة ديكارتية للمستقيم (L) مماس للدائرة (ζ) في النقطة A</p>
		<p>تمرين 3 : المستوى (P) منسوب إلى م.م.م (O, \vec{i}, \vec{j})</p> <p>نعتبر النقط: $A(4,0)$ و $B(0,2)$ و $C(2,-3)$</p> <p>1) اكتب معادلة ديكارتية للدائرة (ζ) التي قطرها $[OA]$</p> <p>2) أوجد معادلة ديكارتية للمستقيم (BC)</p> <p>3) بين أن المستقيم (BC) يقطع الدائرة (ζ) في نقطتين مختلفتين</p> <p>ب) اكتب تمثيلا بارامتريا للمستقيم (BC)</p> <p>ج) حدد إحداثي نقطتي تقاطع (BC) و (ζ)</p>
		<p>تمرين 4 : المستوى (P) منسوب إلى م.م.م (O, \vec{i}, \vec{j})</p> <p>نعتبر (C) مجموعة النقط $M(x, y)$ التي تحقق: $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$</p> <p>1) بين أن (C) دائرة محدد مركزها و شعاعها.</p> <p>ب) بين أن محور الأفاصل مماس لـ (C) و حدد نقطة التماس</p> <p>2) حل مبيانيا النظام: $\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 < 0 \\ x + y > 0 \end{cases}$</p>
		<p>تمرين 5 : المستوى (P) منسوب إلى م.م.م (O, \vec{i}, \vec{j})</p> <p>حل مبيانيا المتراجحة: $6x - 4y + 3 < x^2 + y^2 < 2x + 10y + 10$</p>

السنة 1 بكالوريا علوم تجريبية	تحليلية الجداء السلمي حلول مقترحة	سلسلة 2
<p>تمرين 1: $(D): x = y$ و $(\Delta): 4x - 3y + 2 = 0$ و الدائرة: $(C): x^2 + y^2 - 6x + 4y - 3 = 0$</p>		
1	<p>لدينا: $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 + y^2 + 4y + 4 = 3 + 9 + 4 \Leftrightarrow (x-3)^2 + (y+2)^2 = 16$ بالتالي (C) دائرة مركزها $\Omega(3; -2)$ و شعاعها $r = \sqrt{16} = 4$</p>	
2	<p>لدينا: $r = 4$: $d(\Omega; (\Delta)) = \frac{ 4x_\Omega - 3y_\Omega + 2 }{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = \frac{ 12 + 6 + 2 }{5} = \frac{20}{5} = 4 = r$ إذن (Δ) مماس للدائرة (C)</p>	
3	<p>لدينا: $d(\Omega; (D)) = \frac{ x_\Omega - y_\Omega }{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{ 3 + 2 }{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} < r$ إذن (C) و (D) يتقاطعان في نقطتين مختلفتين $\frac{5}{\sqrt{2}} \approx 3,53$</p>	
<p>للتذكير: مسافة $\Omega(x_\Omega; y_\Omega)$ عن $(D): ax + by + c = 0$ هي: $d(\Omega; (D)) = \frac{ ax_\Omega + by_\Omega + c }{\sqrt{a^2 + b^2}}$ إذا كانت $d(\Omega; (D)) = r$ فإن (D) مماس للدائرة: $\zeta(\Omega; r)$</p>		
<p>تمرين 2: $A(2, 1)$ و $B(1, -2)$ و $C(-1, 2)$</p>		
أ	<p>لدينا: $\overrightarrow{AB}(-1, -3)$ و $\overrightarrow{AC}(-3, 1)$، منه: $AB = \ \overrightarrow{AB}\ = \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2} = \sqrt{10}$ و $AC = \ \overrightarrow{AC}\ = \sqrt{(-3)^2 + 1^2} = \sqrt{10}$ و $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 3 - 3 = 0$ بالتالي المثلث ABC متساوي الساقين وقائم الزاوية في A.</p>	
1	<p>بما أن ABC قائم الزاوية في A فهو محاط بدائرة قطرها هو وتره، أي مركزها منتصف $[BC]$ و شعاعها $r = \frac{BC}{2}$</p>	
ب	<p>لتكن K منتصف $[BC]$، إذن: $K\left(\frac{x_B + x_C}{2}; \frac{y_B + y_C}{2}\right)$ أي $K(0; 0)$ ولدينا: $BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (2+2)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ منه: $r = \sqrt{5}$، بالتالي: معادلة الدائرة (ζ) المحيطة بالمثلث ABC هي: $(\zeta): x^2 + y^2 = 5$ أي $(\zeta): (x - x_K)^2 + (y - y_K)^2 = r^2$</p>	
2	<p>لدينا: $d(K; (\Delta_1)) = \frac{ 5 }{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5} = r$ إذن المستقيم $(\Delta_1): x + 2y + 5 = 0$ مماس للدائرة (ζ)</p>	
3	<p>لتكن $M(x, y)$ نقطة من المستوى، لدينا: $\overrightarrow{AM}(x-2; y-1)$ و $\overrightarrow{AK}(-2; -1)$ منه: $M \in (L) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AK} = 0 \Leftrightarrow -2(x-2) - 1(y-1) = 0 \Leftrightarrow -2x + 4 - y + 1 = 0$ $M \in (L) \Leftrightarrow -2x - y + 5 = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 5 = 0$ بالتالي: $(L): 2x + y - 5 = 0$</p>	
<p>تمرين 3: نعتبر النقط: $A(4, 0)$ و $B(0, 2)$ و $C(2, -3)$</p>		
1	<p>لتكن K منتصف $[OA]$، إذن: $K\left(\frac{x_A + x_O}{2}; \frac{y_A + y_O}{2}\right)$ أي $K(2; 0)$ ولدينا: $OA = \sqrt{(x_A - x_O)^2 + (y_A - y_O)^2} = \sqrt{4^2 + 0^2} = \sqrt{16} = 4$ منه شعاع الدائرة هو: $r = \frac{OA}{2} = 2$</p>	

بالتالي: $(\zeta): (x-2)^2 + y^2 = 4$ أي $(\zeta): (x-x_K)^2 + (y-y_K)^2 = r^2$

يمكن تبسيط معادلة الدائرة لتصبح: $(\zeta): x^2 - 4x + y^2 = 0$

لتكن $M(x, y)$ نقطة من المستوى، لدينا: $\overrightarrow{BM}(x, y-2)$ و $\overrightarrow{BC}(2, -5)$

$$M \in (BC) \Leftrightarrow \det(\overrightarrow{BM}, \overrightarrow{BC}) = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} x & y-2 \\ 2 & -5 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow -5x - 2(y-2) = 0 \Leftrightarrow -5x - 2y + 4 = 0$$

بالتالي: $(BC): 5x + 2y - 4 = 0$

$$\text{لدينا: } d(K; (BC)) = \frac{|5x_K + 2y_K - 4|}{\sqrt{5^2 + 2^2}} = \frac{6}{\sqrt{29}} < 2$$

إذن المستقيم (BC) يقطع الدائرة (ζ) في نقطتين مختلفتين

$$(BC): \begin{cases} x = 0 + 2t \\ y = 2 - 5t \end{cases} / t \in \mathbb{R} \text{ إذن } B \in (BC) \text{ و } (BC) \perp \overrightarrow{BC}(2, -5) \text{ لدينا:}$$

لكي نحدد إحداثيَيْ نقطتي تقاطع (BC) و (ζ) سنحل النظام المكونة من معادلة الدائرة (ζ) و التمثيل البارامتري للمستقيم (BC) :

$$(BC): \begin{cases} x = 2t & 4t^2 - 8t + (2-5t)^2 = 0 \\ y = 2-5t & \Rightarrow 4t^2 - 8t + 4 - 20t + 25t^2 = 0 \\ x^2 - 4x + y^2 = 0 & 29t^2 - 28t + 4 = 0 \end{cases}$$

نحصل على معادلة من الدرجة الثانية: $\Delta = 28^2 - 4 \times 4 \times 29 = 784 - 464 = 320 = 64 \times 5 > 0$

$$\text{منه: } t = \frac{28 - 8\sqrt{5}}{58} = \frac{14 - 4\sqrt{5}}{29} \text{ أو } t = \frac{28 + 8\sqrt{5}}{58} = \frac{14 + 4\sqrt{5}}{29}$$

$$\begin{cases} x = 2 \times \frac{14 + 4\sqrt{5}}{29} = \frac{28 + 8\sqrt{5}}{29} \\ y = 2 - 5 \times \frac{14 + 4\sqrt{5}}{29} = \frac{58 - 70 - 20\sqrt{5}}{29} = \frac{-12 - 20\sqrt{5}}{29} \end{cases} \text{ منه:}$$

$$\begin{cases} x = 2 \times \frac{14 - 4\sqrt{5}}{29} = \frac{28 - 8\sqrt{5}}{29} \\ y = 2 - 5 \times \frac{14 - 4\sqrt{5}}{29} = \frac{58 - 70 + 20\sqrt{5}}{29} = \frac{-12 + 20\sqrt{5}}{29} \end{cases} \text{ أو}$$

بالتالي (BC) و (ζ) يتقاطعان في النقطتين:

$$E\left(\frac{28 - 8\sqrt{5}}{29}; \frac{-12 + 20\sqrt{5}}{29}\right) \text{ و } E\left(\frac{28 + 8\sqrt{5}}{29}; \frac{-12 - 20\sqrt{5}}{29}\right)$$

عمليا وخصوصا في الفروض نراعي أن تكون النتائج بسيطة، بمعنى أن لا تتضمن جذورا مربعة، لكننا أثرنا أن تتضمن الحلول الجذور المربع حتى يتم استيعاب الطريقة العامة لإيجاد إحداثيَيْ نقطتي تقاطع دائرة ومستقيم.

تمرين 4: $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$

$$\text{لدينا: } x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 + 4y + 4 = 4 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$$

إذن (C) دائرة مركزها $\Omega(1, -2)$ و شعاعها $r = \sqrt{4} = 2$

$$\text{لدينا معادلة محور الأفاصيل هي: } (Ox): y = 0 \text{، منه: } d(\Omega; (Ox)) = \frac{|y_\Omega|}{\sqrt{0^2 + 1^2}} = 2 = r$$

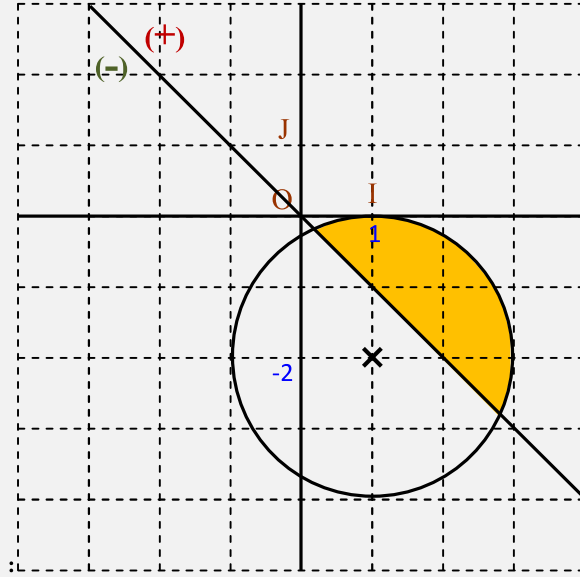
إذن محور الأفاصيل مماس لـ (C) و حدد نقطة التماس

نعتبر المستقيم $(\Delta): x + y = 0$

الحل المبياني للنظمة تعني البحث عن مجموعة النقط التي توجد داخل الدائرة (C) و في نفس الوقت توجد في نصف المستوى الموجب الذي يحدده المستقيم (Δ) للتذكير لمعرفة هذا النصف مستوى نختار نقطة من أحد نصفي المستوى الذي يحددهما (Δ) ، مثلا $J(0,1)$ نعوض إحداثياتها في معادلة (Δ) فنجد: $0 + 1 = 1 > 0$ إذن J توجد في نصف المستوى الموجب.

إذن حلول النظمة $\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 < 0 \\ x + y > 0 \end{cases}$ مبيانيا هي مجموعة النقط الملونة بالأصفر

جانبه.



2

تمرين 5: $(E): 6x - 4y + 3 < x^2 + y^2 < 2x + 10y + 10$

$$(E) \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 4y + 3 < x^2 + y^2 \\ x^2 + y^2 < 2x + 10y + 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 - 6x + 4y - 3 > 0 \\ x^2 + y^2 - 2x - 10y - 10 < 0 \end{cases}$$

لدينا:

$$(E) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 6x + 9 + y^2 + 4y + 4 - 3 - 9 - 4 > 0 \\ x^2 - 2x + 1 + y^2 - 10y + 25 - 10 - 1 - 25 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-3)^2 + (y+2)^2 - 16 > 0 \\ (x-1)^2 + (y-5)^2 - 36 < 0 \end{cases}$$

نعتبر الدائرتين: $(C_1): (x-3)^2 + (y+2)^2 - 16 > 0$ و $(C_2): (x-1)^2 + (y-5)^2 - 36 < 0$ الدائرة (C_1) مركزها $A(3; -2)$ و شعاعها $r_1 = 4$ و الدائرة (C_2) مركزها $B(1; 5)$ و شعاعها $r_2 = 6$

إذن حل النظمة هي النقط الموجودة خارج الدائرة (C_1) و داخل الدائرة (C_2)

