تحليلية الجذاء السلمي

تمرين 1

المستوى (P) منسوب إلى م.م.م $\left(O,\overrightarrow{i}\ ,\ \overrightarrow{j}\ \right)$

نعتبر النقط : $A(-1,1)$ و $B(-1,3)$ و $C(-4,4)$ و $D(1\ ,1\ )$ و $E(-4,-2)$

1- أحسب: $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{DE}$ ، ماذا تستنتج ؟

2- بين أن : $(BE)\perp(CD)$

3- بين أن: $(AM)\perp(BC)$ حيث M منتصف $[DE]$

تمرين 2

المستوى (P) منسوب إلى م.م.م $\left(O,\overrightarrow{i}\ ,\ \overrightarrow{j}\ \right)$

نعتبر النقط : $A(1\ ;\ 1)$ و $B(1\ ;\ 3)$ و $C(-1\ ;1)$ و $D\left(0\ ;\ 1+\sqrt{3}\ \right)$

1- بين أن ABC مثلث قائم الزاوية في A

2- أ- أحسب : $\left\|\overrightarrow{CA}\right\|$ و $\left\|\overrightarrow{CB}\right\|$ و $\left\|\overrightarrow{CD}\right\|$

ب- أحسب : $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}$ و $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CD}$

ج- أحسب : $\cos\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)$ و $\sin\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)$ و $\cos\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CD}\right)$ و $\sin\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CD}\right)$

د- استنتج قياسي الزاويتين : $\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)$ و $\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CD}\right)$

3- تحقق أن: $\left(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD}\right)=\dfrac{\pi}{12}$

4- استنتج حساب: $Cos\dfrac{\pi}{12}$ و $Sin\dfrac{\pi}{12}$

تمرين 3

المستوى (P) منسوب إلى م.م.م $\left(O,\overrightarrow{i}\ ,\ \overrightarrow{j}\ \right)$

نعتبر النقط : $A(2,2)$ و $B(-1,1)$ و $C(0,-1)$

1- أنشئ النقط A و B و C

-2

أ- أوجد معادلة المستقيم (Δ) المار من B و العمودي على (AC).

ب- حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (AC)

ج- حدد زوج إحداثيتي H نقطة تقاطع (Δ) و (AC)

3- احسب $\cos\left(\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}\right)$

4- حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (L) و اسط القطعة $[AB]$

تمرين 4

المستوى (P) منسوب إلى م.م.م $(O,\vec{i},\vec{j})$

نعتبر النقط : $A(1,2\sqrt{3})$ و $B(0,\sqrt{3})$ و $C(1,0)$

1- بين أن ABC متساوي الساقين في النقطة B

2- أحسب : $Cos(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC})$ و $\tan(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC})$

3- حدد معادلة ديكارتية للارتفاع المنشأ من النقطة B للمثلث ABC

4- حدد معادلة ديكارتية للمتوسط المار من النقطة C للمثلث ABC

5- حدد إحداثيتي G مركز ثقل المثلث ABC

6- احسب مساحة المثلث ABC

7- أ- حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (BC)

ب- أحسب مسافة A عن المستقيم (BC)

تمرين 5

المستوى (P) منسوب إلى م.م.م $(O,\vec{i},\vec{j})$

نعتبر المستقيم: (D) المار من $A(-1\,;\,0)$ حيث $\vec{u}(2\,;\,4)$ منظمية عليه و نعتبر المستقيم $(\Delta):2x=y+4$

1- حدد معادلة ديكارتية لـ (D)

2- بين أن $(\Delta)\perp(D)$

3- حدد مسافة النقطة A عن (Δ)

4- أوجد إحداثيتي H المسقط العمودي للنقطة A على (Δ)

5- أحسب بطريقة أخرى مسافة النقطة A عن (Δ)

تمرين 6

المستوى (P) منسوب إلى م.م.م $(O,\vec{i},\vec{j})$

نعتبر النقط : $A(1\,;-2)$ و $B(2\,,\,0)$ و $C(-1\,,\,-4)$

- أوجد إحداثيتي H مركز تعامد المثلث ABC

تحليلية الجذاء السلمي
حلــول

تمرين 1

$A(-1,1)$ و $B(-1,3)$ و $C(-4,4)$ و $D(1,1)$ و $E(-4,-2)$	
لدينا $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A ; y_B - y_A)$ و $\overrightarrow{AD}(x_D - x_A ; y_D - y_A)$ $\overrightarrow{AB}(\ 0\ ;\ 2\ )$ و $\overrightarrow{AD}(\ 2\ ;\ 0\ )$ منه : $\boxed{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD} = 0\times 2 + 0\times 2 = 0 + 0 = 0}$ نستنتج إذن أن: $\boxed{(AB)\perp(AD)}$ و أيضا : $\overrightarrow{BC}(x_C - x_B ; y_C - y_B)$ و $\overrightarrow{DE}(x_E - x_D ; y_E - y_D)$ $\overrightarrow{BC}(\ -3\ ;\ 1\ )$ و $\overrightarrow{DE}(\ -5\ ;\ -3\ )$ منه : $\boxed{\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{DE} = (-3)\times(-5) + 1\times(-3) = 15 + (-3) = 12}$	1
لدينا $\overrightarrow{CD}(x_D - x_C ; y_D - y_C)$ و $\overrightarrow{BE}(x_E - x_B ; y_E - y_B)$ $\overrightarrow{CD}(\ 5\ ;\ -3\ )$ و $\overrightarrow{BE}(\ -3\ ;\ -5\ )$ منه : $\overrightarrow{BE}.\overrightarrow{CD} = -3\times 5 + (-5)\times(-3) = -15 + 15 = 0$ بالتالي : $\boxed{(BE)\perp(CD)}$	2
لدينا M منتصف $[DE]$ إذن : $\begin{cases} x_M = \dfrac{x_D + x_E}{2} = \dfrac{-3}{2} \\ y_M = \dfrac{y_D + y_E}{2} = \dfrac{-1}{2} \end{cases}$ إذن : $\overrightarrow{BC}(x_C - x_B ; y_C - y_B)$ و $\overrightarrow{AM}(x_M - x_A ; y_M - y_A)$ $\overrightarrow{BC}(\ -3\ ;\ 1\ )$ و $\overrightarrow{AM}\left(\ \dfrac{-1}{2}\ ;\ \dfrac{-3}{2}\ \right)$ منه : $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{AM} = -3\times\left(\dfrac{-1}{2}\right) + 1\times\left(\dfrac{-3}{2}\right) = \dfrac{3}{2} - \dfrac{3}{2} = 0$ بالتالي: $\boxed{(AM)\perp(BC)}$	3
: لإثبات تعامد نبرهن أن الجذاء السلمي منعدم.	

تمرين 2

$A(1\,;\,1)$ و $B(1\,;\,3)$ و $C(-1\,;\,1)$ و $D(0\,;\,1+\sqrt{3})$

1

لدينا $\overrightarrow{AB}(x_B-x_A\,;\,y_B-y_A)$ و $\overrightarrow{AC}(x_C-x_A\,;\,y_C-y_A)$

$\overrightarrow{AB}(0\,;\,2)$ و $\overrightarrow{AC}(-2\,;\,0)$

منه : $\boxed{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0\times(-2)+0\times2=0+0=0}$

نستنتج إذن أن: $\boxed{(AB)\perp(AC)}$ بالتالي ABC مثلث قائم الزاوية في A

2

أ لدينا $\overrightarrow{CA}(2\,;\,0)$ و $\overrightarrow{CB}(x_B-x_C\,;\,y_B-y_C)$ و $\overrightarrow{CD}(x_D-x_C\,;\,y_D-y_C)$

$\overrightarrow{CB}(2\,;\,2)$ و $\overrightarrow{CD}(1\,;\,\sqrt{3})$

إذن: $\left\|\overrightarrow{CA}\right\|=\sqrt{2^2+0^2}=\sqrt{4}=2$ و $\left\|\overrightarrow{CB}\right\|=\sqrt{2^2+2^2}=\sqrt{4+4}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

و $\left\|\overrightarrow{CD}\right\|=\sqrt{1^2+(\sqrt{3})^2}=\sqrt{1+3}=\sqrt{4}=2$

ب $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}=2\times2+0\times2=4$ و $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CD}=2\times1+0\times\sqrt{3}=2$

ج

$$\cos\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)=\frac{\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}}{\left\|\overrightarrow{CA}\right\|\left\|\overrightarrow{CB}\right\|}=\frac{4}{2\times2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$ و $$\sin\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)=\frac{\det\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)}{\left\|\overrightarrow{CA}\right\|\left\|\overrightarrow{CB}\right\|}=\frac{\begin{vmatrix}2&0\\2&2\end{vmatrix}}{2\times2\sqrt{2}}=\frac{4-0}{4\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CD}\right)=\frac{\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CD}}{\left\|\overrightarrow{CA}\right\|\left\|\overrightarrow{CD}\right\|}=\frac{2}{2\times2}=\frac{1}{2}$$ و $$\sin\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CD}\right)=\frac{\det\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CD}\right)}{\left\|\overrightarrow{CA}\right\|\left\|\overrightarrow{CD}\right\|}=\frac{\begin{vmatrix}2&0\\1&\sqrt{3}\end{vmatrix}}{2\times2}=\frac{2\sqrt{3}-0}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

د

بما أن : $\cos\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$ و $\sin\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$ فإن: $\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)\equiv\frac{\pi}{4}\,[2\pi]$

و بما أن : $\cos\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CD}\right)=\frac{1}{2}$ و $\sin\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CD}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$ فإن: $\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CD}\right)\equiv\frac{\pi}{3}\,[2\pi]$

3

لدينا : $$\left(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD}\right)=\left(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CA}\right)+\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CD}\right)=-\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)+\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CD}\right)=\frac{-\pi}{4}+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{12}\,[2\pi]$$

4

$$Cos\frac{\pi}{12}=Cos\left(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD}\right)=\frac{\overrightarrow{CB}.\overrightarrow{CD}}{\left\|\overrightarrow{CB}\right\|\left\|\overrightarrow{CD}\right\|}=\frac{2\times1+2\times\sqrt{3}}{2\sqrt{2}\times2}=\frac{2+2\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}=\frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}=\frac{(1+\sqrt{3})\times\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$$

$$Sin\frac{\pi}{12}=Sin\left(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD}\right)=\frac{\det\left(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD}\right)}{\left\|\overrightarrow{CB}\right\|\left\|\overrightarrow{CD}\right\|}=\frac{\begin{vmatrix}2&2\\1&\sqrt{3}\end{vmatrix}}{2\sqrt{2}\times2}=\frac{2\sqrt{3}-2}{4\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}=\frac{(\sqrt{3}-1)\times\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

: يمكن تحديد قياس زاوية و ذلك بحساب جيبها و جيب تمامها.

تمرين 3

$A(2,2)$ و $B(-1,1)$ و $C(0,-1)$

2

أ

لنحدد معادلة المستقيم (Δ) المار من B و العمودي على (AC).

لتكن $M(x,y)$ نقطة من المستوى.

لدينا : $\overrightarrow{BM}(x+1\ ;\ y-1)$ و $\overrightarrow{AC}(-2\ ;\ -3)$

$$M\in(\Delta)\Leftrightarrow \overrightarrow{BM}.\overrightarrow{AC}=0\Leftrightarrow -2(x+1)-3(y-1)=0\Leftrightarrow -2x-2-3y+3=0\Leftrightarrow -2x-3y+1=0$$

بالتالي : $\boxed{(\Delta):\ -2x-3y+1=0}$ أو أيضا : $\boxed{(\Delta):\ 2x+3y-1=0}$

ب

لنحدد حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (AC)

لتكن $M(x,y)$ نقطة من المستوى.

لدينا : $\overrightarrow{AM}(x-2\ ;\ y-2)$ و $\overrightarrow{AC}(-2\ ;\ -3)$

$$M\in(AC)\Leftrightarrow \det(\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AC})=0\Leftrightarrow \begin{vmatrix} x-2 & y-2 \\ -2 & -3 \end{vmatrix}=0\Leftrightarrow -3(x-2)+2(y-2)=0$$

$$\Leftrightarrow -3x+6+2y-4=0\Leftrightarrow -3x+2y+2=0$$

بالتالي : $\boxed{(AC):\ -3x+2y+2=0}$ أو أيضا : $\boxed{(AC):\ 3x-2y-2=0}$

ج

حدد زوج إحداثيتي H نقطة تقاطع (Δ) و (AC)

إذن لنحل النظمة المكونة من معادلتي (Δ) و (AC)، أي : $\begin{cases} 2x+3y=1 \\ 3x-2y=2 \end{cases}$

لدينا المحددة هي: $\Delta=\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -2 \end{vmatrix}=-4-9=-13$ و $\Delta_x=\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -2 \end{vmatrix}=-2-6=-8$

و $\Delta_y=\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}=4-3=1$ ، منه: $x=\dfrac{\Delta_x}{\Delta}=\dfrac{8}{13}$ و $y=\dfrac{\Delta_y}{\Delta}=\dfrac{-1}{13}$ بالتالي: $\boxed{H\left(\dfrac{8}{13}\ ;\ \dfrac{-1}{13}\right)}$

3

لدينا : $\overrightarrow{CA}(\ 2\ ;\ 3\ )$ و $\overrightarrow{CB}(\ -1\ ;\ 2\ )$ إذن: $\|\overrightarrow{CA}\|=\sqrt{4+9}=\sqrt{13}$ و $\|\overrightarrow{CB}\|=\sqrt{1+4}=\sqrt{5}$

$$\cos(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB})=\frac{\overrightarrow{CA}\overrightarrow{CB}}{\|\overrightarrow{CA}\|\|\overrightarrow{CB}\|}=\frac{-2+6}{\sqrt{13}\times\sqrt{5}}=\frac{4}{\sqrt{65}}=\frac{4\sqrt{65}}{65}$$

4

لنحدد معادلة ديكارتية للمستقيم (L) و اسط القطعة $[AB]$

نعتبر K منتصف $[AB]$ ، إذن : $K\left(\dfrac{2+(-1)}{2}\ ;\ \dfrac{2+1}{2}\right)$ أي : $K\left(\dfrac{1}{2}\ ;\ \dfrac{3}{2}\right)$

لتكن $M(x,y)$ نقطة من المستوى. لدينا : $\overrightarrow{AB}(-3\ ;\ -1)$ و $\overrightarrow{KM}\left(x-\dfrac{1}{2}\ ;\ y-\dfrac{3}{2}\right)$

$$M\in(L)\Leftrightarrow \overrightarrow{KM}.\overrightarrow{AB}=0\Leftrightarrow -3\left(x-\frac{1}{2}\right)-\left(y-\frac{3}{2}\right)=0\Leftrightarrow -3x+\frac{3}{2}-y+\frac{3}{2}=0$$

$$\Leftrightarrow -3x-y+3=0$$

بالتالي : $\boxed{(L):3x+y-3=0}$

: لإيجاد إحداثيتي نقطة تقاطع مستقيمين نحل النظمة المكونة من معادلتيهما الديكارتيتين

و لإيجاد معادلة ديكارتية لواسط قطعة نحدد أولا إحداثيتي منتصف هذه القطعة فيكون الواسط مستقيما مارا بهذه النقطة و تكون المتجهة التي طرفاها هما طرفي القطعة منظمية عليه . . .

يستحسن جعل معامل x موجبا في معادلة مستقيم و ذلك بضرب جميع المعاملات في -1

تمرين 4

$A\left(1,2\sqrt{3}\right)$ و $B\left(0,\sqrt{3}\right)$ و $C(1,0)$

1 لدينا : $\overrightarrow{BA}\left(1\ ;\ \sqrt{3}\right)$ و $\overrightarrow{BC}\left(1\ ;\ -\sqrt{3}\right)$ إذن: $\left\|\overrightarrow{BA}\right\| = \sqrt{1+3} = 2$ و $\left\|\overrightarrow{BC}\right\| = \sqrt{1+3} = 2$

بالتالي : ABC متساوي الساقين في النقطة B

2

$$\boxed{\cos\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right) = \frac{\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}}{\left\|\overrightarrow{BA}\right\|\left\|\overrightarrow{BC}\right\|} = \frac{1-3}{2\times 2} = \frac{-1}{2}}$$

و

$$\sin\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right) = \frac{\det\left(\overrightarrow{BA}\overrightarrow{BC}\right)}{\left\|\overrightarrow{BA}\right\|\left\|\overrightarrow{BC}\right\|} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ 1 & -\sqrt{3} \end{vmatrix}}{2\times 2} = \frac{-2\sqrt{3}}{4} = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

منه:

$$\boxed{\tan\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right) = \frac{\sin\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right)}{\cos\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right)} = \frac{-\sqrt{3}}{2}\times\frac{2}{-1} = \sqrt{3}}$$

3 ليكن (Δ) الارتفاع المنشأ من النقطة B للمثلث ABC

إذن (Δ) يمر من B و عمودي على (AC)

لتكن $M(x,y)$ نقطة من المستوى. $\overrightarrow{AC}\left(0\ ;\ -2\sqrt{3}\right)$ و $\overrightarrow{BM}\left(x\ ;\ y-\sqrt{3}\right)$

$$M\in(\Delta) \Leftrightarrow \overrightarrow{BM}.\overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow 0\times x - 2\sqrt{3}\left(y-\sqrt{3}\right) = 0 \Leftrightarrow -2\sqrt{3}\left(y-\sqrt{3}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow\ y-\sqrt{3} = 0$$

بالتالي : $\boxed{(\Delta):\ y-\sqrt{3} = 0}$

4 ليكن E منتصف $[AB]$ ، إذن المتوسط المار من النقطة C للمثلث ABC هو المستقيم (EC)

لنحدد إذن لنحدد حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (EC)، لدينا : $E\left(\frac{1}{2}\ ;\ \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$

لتكن $M(x,y)$ نقطة من المستوى.

لدينا : $\overrightarrow{CM}\left(x-1\ ;\ y\right)$ و $\overrightarrow{EC}\left(\frac{1}{2}\ ;-\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$

$$M\in(EC) \Leftrightarrow \det\left(\overrightarrow{CM}.\overrightarrow{EC}\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} x-1 & y \\ \frac{1}{2} & -\frac{3\sqrt{3}}{2} \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow -\frac{3\sqrt{3}}{2}(x-1) + \frac{1}{2}y = 0$$

$$\Leftrightarrow -3\sqrt{3}(x-1) + y = 0 \Leftrightarrow -3\sqrt{3}\,x + y - 3\sqrt{3} = 0$$

بالتالي : $\boxed{(EC):\ 3\sqrt{3}\,x - y + 3\sqrt{3} = 0}$

5 لنحدد إحداثيتي G مركز ثقل المثلث ABC ، نعلم أن :

$$\begin{cases} x_G = \dfrac{x_A + x_B + x_C}{3} = \dfrac{2}{3} \\ y_G = \dfrac{y_A + y_B + y_C}{3} = \sqrt{3} \end{cases}$$

منه: $\boxed{G\left(\frac{2}{3}\ ;\sqrt{3}\right)}$

: للتذكير ارتفاع مثلث هو مستقيم يمر من أحد رؤوسه و عمودي على حامل الضلع المقابل لهذا الرأس، أما المتوسط فهو مستقيم يمر من أحد رؤوسه و منتصف الضلع المقابل لهذا الرأس.

تمرين 4

	مساحة المثلث ABC هي: $S_{ABC}=\dfrac{\left\|\det\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)\right\|}{2}$ و لدينا : $\overrightarrow{AB}\left(-1\,;\,-\sqrt{3}\right)$ و $\overrightarrow{AC}\left(0\,;\,-2\sqrt{3}\right)$ منه: $\boxed{S_{ABC}=\dfrac{\left\|\begin{vmatrix}-1 & -\sqrt{3}\\ 0 & -2\sqrt{3}\end{vmatrix}\right\|}{2}=\dfrac{\left\|2\sqrt{3}\right\|}{2}=\sqrt{3}}$	6
أ	لنحدد حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (BC) ، لتكن $M(x,y)$ نقطة من المستوى. لدينا : $\overrightarrow{CM}(x-1\,;\,y)$ و $\overrightarrow{BC}\left(1\,;\,-\sqrt{3}\right)$ $M\in(BC)\Leftrightarrow \det\left(\overrightarrow{CM},\overrightarrow{BC}\right)=0\Leftrightarrow\begin{vmatrix}x-1 & y\\ 1 & -\sqrt{3}\end{vmatrix}=0\Leftrightarrow -\sqrt{3}\,(x-1)-y=0$ $\Leftrightarrow -\sqrt{3}\,x-y+\sqrt{3}=0$ بالتالي : $\boxed{(BC):\ \sqrt{3}\,x+y-\sqrt{3}=0}$	7
ب	$\boxed{d(A;(BC))=\dfrac{\left\|\sqrt{3}x_A+y_A-\sqrt{3}\right\|}{\sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2+1^2}}=\dfrac{\left\|\sqrt{3}+2\sqrt{3}-\sqrt{3}\right\|}{2}=\sqrt{3}}$	

: للتذكير ارتفاع مثلث هو مستقيم يمر من أحد رؤوسه و عمودي على حامل الضلع المقابل لهذا الرأس، أما المتوسط فهو مستقيم يمر من أحد رؤوسه و منتصف الضلع المقابل لهذا الرأس.

تمرين 5

لنحدد حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (D) لتكن $M(x,y)$ نقطة من المستوى. لدينا : $\overrightarrow{AM}(x+1\,;\,y)$ و $\vec{u}(2\,;\,4)$ $M\in(D)\Leftrightarrow\overrightarrow{AM}.\vec{u}=0\Leftrightarrow 2(x+1)+4y=0\quad\Leftrightarrow\quad 2x+4y+2=0\ \Leftrightarrow\ x+2y+1=0$ بالتالي : $\boxed{(D):\quad x+2y+1=0}$	1
لدينا $(\Delta):2x=y+4$ منه : $(\Delta):2x-y-4=0$ إذن فالمتجهة : $\vec{v}(2\,;\,-1)$ منظمية على (Δ) و نعلم أن $\vec{u}(2\,;\,4)$ منظمية على (D)،و بما أن: $\vec{u}.\vec{v}=2\times2-1\times4=4-4=0$ فإن : $\vec{u}\perp\vec{v}$ بالتالي: $\boxed{(D)\perp(\Delta)}$	2
$d(A;(\Delta))=\dfrac{\left\|2x_A-y_A-4\right\|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\dfrac{\left\|-2-0-4\right\|}{\sqrt{5}}=\dfrac{6}{\sqrt{5}}=\dfrac{6\sqrt{5}}{5}$	3
بما أن H هي المسقط العمودي للنقطة A على (Δ)، و بما أن (D) يمر من A و عمودي على (Δ) ، فإن H هي نقطة تقاطع (D) و (Δ) ، لنحل إذن النظمة: $\begin{cases}x+2y+1=0\\2x-y-4=0\end{cases}$ أي : $\begin{cases}x+2y=-1\\2x-y=4\end{cases}$ لدينا المحددة هي: $\Delta=\begin{vmatrix}1 & 2\\ 2 & -1\end{vmatrix}=-1-4=-5$ و $\Delta_x=\begin{vmatrix}-1 & 2\\ 4 & -1\end{vmatrix}=1-8=-7$ و $\Delta_y=\begin{vmatrix}1 & -1\\ 2 & 4\end{vmatrix}=4+2=6$ ، منه: $x=\dfrac{\Delta_x}{\Delta}=\dfrac{7}{5}$ و $y=\dfrac{\Delta_y}{\Delta}=\dfrac{-6}{5}$ بالتالي: $\boxed{H\left(\dfrac{7}{5}\,;\,\dfrac{-6}{5}\right)}$	4

: يستحسن دائما استعمال طريقة المحددة لحل النظمات عوض طريقتي التعويض أو التأليفة الخطية فهي أسرع.

تمرين 5

5 لدينا حسب ما سبق $d(A;(\Delta)) = AH$ و لدينا : $\overrightarrow{AH}\left(\frac{12}{5};\frac{-6}{5}\right)$

بالتالي : $\boxed{d(A;(\Delta)) = \sqrt{\left(\frac{12}{5}\right)^2 + \left(\frac{-6}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{144}{25}+\frac{36}{25}} = \sqrt{\frac{180}{25}} = \frac{\sqrt{36\times 5}}{5} = \frac{6\sqrt{5}}{5}}$

: طبعا أسهل طريقة لحساب مسافة عن مستقيم هي الطريقة الأولى، لكن من الجيد التعرف على طرق أخرى.

تمرين 6

$A(1\,;-2\,)$ و $B(2\,,0\,)$ و $C(\,-1\,\,,\,\,-4\,)$

لنحدد إحداثيتي H مركز تعامد المثلث ABC

نعلم أن H هي نقطة تقاطع ارتفاعات المثلث ABC .

لنعتبر إذن (D) الإرتفاع المار من A و (Δ) الإرتفاع المار من B ، فتكون H هي نقطة تقاطع (D) و (Δ)

لنحدد أولا معادلتي (D) و (Δ)

لدينا: $\overrightarrow{BC}(-3\,,-4)$ و $\overrightarrow{AC}(-2\,,-2)$

$M(x,y)$ نقطة من المستوى.

لدينا : $\overrightarrow{AM}(x-1\,;\;y+2)$ و $\overrightarrow{BM}(x-2\,;\;y)$

$$M\in(D) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BC}=0 \Leftrightarrow -3(x-1)-4(y+2)=0 \;\Leftrightarrow\; -3x+3-4y-8=0 \;\Leftrightarrow\; -3x-4y-5=0$$

منه : $\boxed{(D):\; 3x+4y+5=0}$

$$M\in(\Delta) \Leftrightarrow \overrightarrow{BM}.\overrightarrow{AC}=0 \Leftrightarrow -2(x-2)-2y=0 \;\Leftrightarrow\; -2x-2y+4=0 \;\Leftrightarrow\; -x-y+2=0$$

منه : $\boxed{(\Delta):\;\; x+y-2=0}$

لنحل النظمة: $\begin{cases} 3x+4y=-5 \\ x+y=2 \end{cases}$

لدينا المحددة هي: $\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 3-4=-1$ و $\Delta_x = \begin{vmatrix} -5 & 4 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -5-8=-13$ و $\Delta_y = \begin{vmatrix} 3 & -5 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 6+5=11$

منه: $x=\frac{\Delta_x}{\Delta}=13$ و $y=\frac{\Delta_y}{\Delta}=-11$ بالتالي: $\boxed{H(13\,;\,-11)}$

: سؤال يتطلب استحضار الكثير من القواعد.

للتأكد من صحة الحل يمكنك حساب الجداءات: $\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{BH}.\overrightarrow{AC}$ و$\overrightarrow{CH}.\overrightarrow{AB}$.