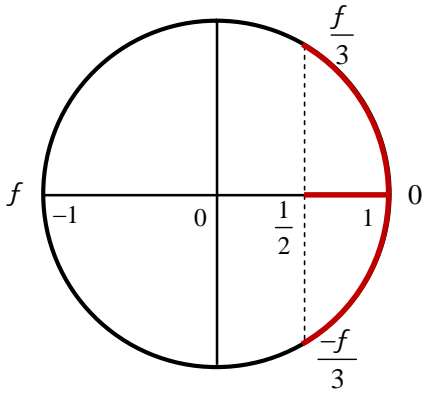


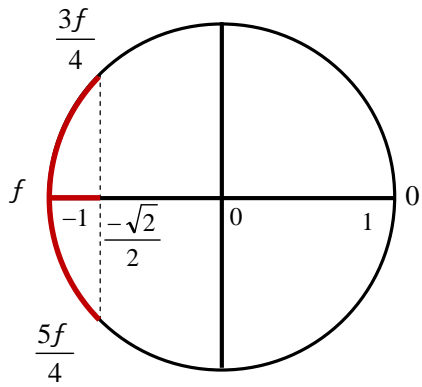
سلسلة 4	الحساب المثلثي	السنة 1 بكالوريا علوم رياضية
	<p style="text-align: right;">تمرين 1:</p> <p>حل في IR المتراجعات التالية: $2 \cos x \geq 1$ ، $\sqrt{2} \cos x + 1 < 0$ ، $3 \tan x > \sqrt{3}$</p>	
	<p style="text-align: right;">تمرين 2:</p> <p>حل في $[-f, f]$ المتراجعات التالية: $2 \cos x + 1 > 0$ ، $2 \cos 2x < \sqrt{2}$ ، $\sqrt{2} \sin\left(2x - \frac{f}{3}\right) < 1$</p> <p>$2 \sin^2 x + 3 \cos x > 3$ ، $2 \cos^2 x > 1$ ، $\left(\sin x - \frac{1}{2}\right)(2 \cos x + 1) < 0$ ، $\sin x + \cos x \leq 1$</p>	

تمرين 1 :



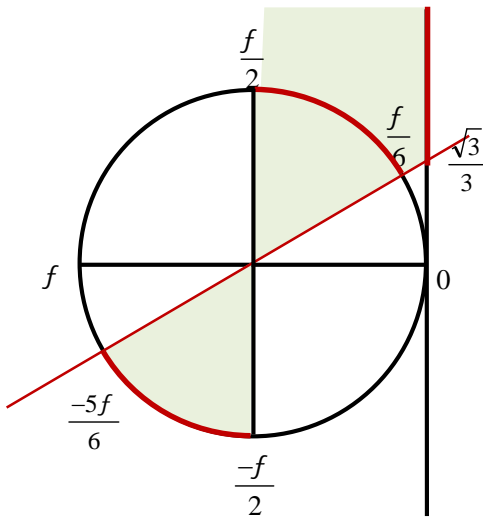
$$\cos x \geq \frac{1}{2} \text{ : تعني } 2 \cos x \geq 1$$

$$S = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left[\frac{-f}{3} + 2kf; \frac{f}{3} + 2kf \right] \text{ : منه}$$



$$\cos x < \frac{-\sqrt{2}}{2} \text{ : تعني } \sqrt{2} \cos x + 1 < 0$$

$$S = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left[\frac{3f}{4} + 2kf; \frac{5f}{4} + 2kf \right] \text{ : منه}$$



$$3 \tan x > \sqrt{3} \text{ : تعني } 3 \tan x > \sqrt{3}$$

$$S = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left[\frac{f}{6} + kf; \frac{f}{2} + kf \right] \text{ : منه}$$

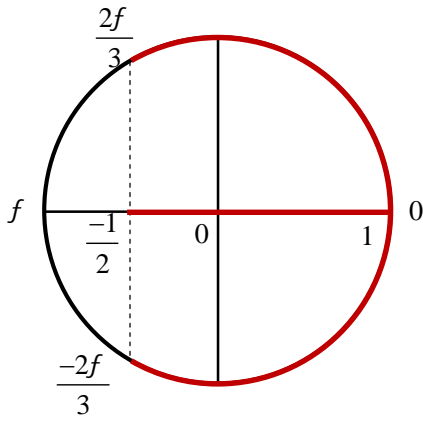
الكتابة $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} [a + kf; b + kf]$ تعني اتحاد مجالات، حيث كل قيمة لـ k تحدد مجالا

حل متراجعات مثلثية يعتمد بالأساس على الدائرة المثلثية

من الضروري اختيار الأفاصل المنحنية a و b في نفس المجال الذي وسعه $2f$ حيث $a < b$

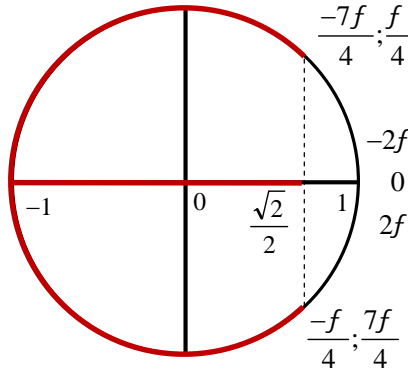
(مثلا في السؤال الثاني لا يصح أن نكتب : $S = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left[\frac{3f}{4} + 2kf; \frac{-3f}{4} + 2kf \right]$ ولا $S = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left[\frac{3f}{4} + 2kf; \frac{13f}{4} + 2kf \right]$)

تمرين 2 :



$$\cos x \geq \frac{-1}{2} \text{ تعني } 2 \cos x + 1 > 0$$

$$S = \left[\frac{-2f}{3}; \frac{2f}{3} \right] \text{ منه}$$



$$\cos 2x < \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ تعني } 2 \cos 2x < \sqrt{2}$$

$$\text{نضع : } X = 2x \text{ ، بما أن } x \in]-f; f] \text{ فإن } X \in]-2f; 2f]$$

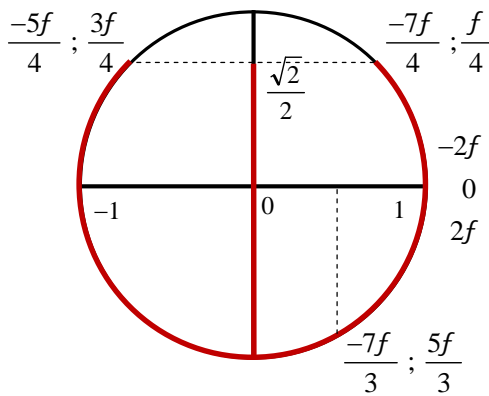
$$\text{إذن : } X \in \left] \frac{-7f}{4}; \frac{-f}{4} \right[\cup \left] \frac{f}{4}; \frac{7f}{4} \right[$$

$$\text{يعني : } x \in \left] \frac{-7f}{8}; \frac{-f}{8} \right[\cup \left] \frac{f}{8}; \frac{7f}{8} \right[$$

$$S = \left] \frac{-7f}{8}; \frac{-f}{8} \right[\cup \left] \frac{f}{8}; \frac{7f}{8} \right[\text{ بالتالي}$$

🌱 لاحظ أن مجال البحث عن الحلول في الدائرة المثلثية ليس بالضرورة هو مجال حل المعادلة المحدد في السؤال

🌱 لفهم طريقة إيجاد الحل لاحظ التقسيم $] -2f; 2f] =] -2f; 0] \cup] 0; 2f]$



$$\sin \left(2x - \frac{f}{3} \right) < \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ تعني } \sqrt{2} \sin \left(2x - \frac{f}{3} \right) < 1$$

$$\text{نضع : } X = 2x - \frac{f}{3} \text{ ، بما أن } x \in]-f; f] \text{ فإن } X \in \left] \frac{-7f}{3}; \frac{5f}{3} \right]$$

$$\text{إذن : } X \in \left] \frac{-7f}{3}; \frac{-7f}{4} \right[\cup \left] \frac{-5f}{4}; \frac{f}{4} \right[\cup \left] \frac{3f}{4}; \frac{5f}{3} \right[$$

$$\text{إذن } 2x \in \left] -2f; \frac{-17f}{12} \right[\cup \left] \frac{-11f}{12}; \frac{7f}{12} \right[\cup \left] \frac{13f}{12}; 2f \right[$$

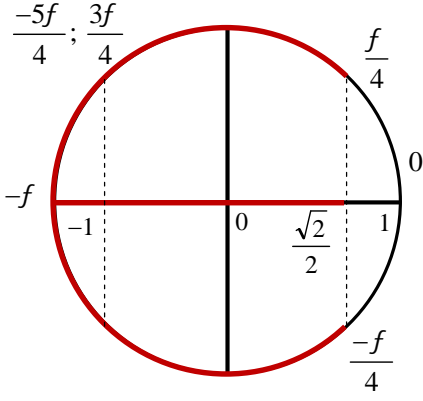
$$\text{منه : } x \in \left] -f; \frac{-17f}{24} \right[\cup \left] \frac{-11f}{24}; \frac{7f}{24} \right[\cup \left] \frac{13f}{24}; f \right[$$

$$S = \left] -f; \frac{-17f}{24} \right[\cup \left] \frac{-11f}{24}; \frac{7f}{24} \right[\cup \left] \frac{13f}{24}; f \right[\text{ بالتالي}$$

🌱 ستلاحظ صعوبة استخراج الحلول كلما كبرت سعة المجال، فمثلا لو كانت المعادلة $\sin \left(10x - \frac{f}{3} \right) < \frac{\sqrt{2}}{2}$

لكان المجال $\left] \frac{-31f}{3}; \frac{29f}{3} \right]$ ، وإذ ذاك سيكون من الصعب جدا تتبع مجالات الحل في الدائرة المثلثية، لذلك يستحسن حينئذ اللجوء

لطريقة تعتمد على التأيير، لكننا لم ندرجها لكونها تتطلب شرحا بالصوت والصورة



$$\sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sin x + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos x \right) \leq 1 \quad \text{تعني} \quad \sin x + \cos x \leq 1$$

$$x \in]-f; f] \quad \text{بما أن} \quad X = x - \frac{f}{4} \quad \text{نضع} \quad \cos \left(x - \frac{f}{4} \right) \leq \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{يعني}$$

$$X \in \left] -\frac{5f}{4}; \frac{3f}{4} \right] \quad \text{فإن}$$

$$X \in \left] -\frac{5f}{4}; -\frac{f}{4} \right] \cup \left] \frac{f}{4}; \frac{3f}{4} \right] \quad \text{إذن}$$

$$S =]-f; 0] \cup \left] \frac{f}{2}; f \right] \quad \text{بالتالي} \quad x \in]-f; 0] \cup \left] \frac{f}{2}; f \right] \quad \text{منه}$$

$$\left(\sin x - \sin \left(\frac{f}{6} \right) \right) \left(\cos x - \cos \left(\frac{2f}{3} \right) \right) < 0 \quad \text{أي} \quad \left(\sin x - \frac{1}{2} \right) \left(\cos x + \frac{1}{2} \right) < 0 \quad \text{تعني} \quad \left(\sin x - \frac{1}{2} \right) (2 \cos x + 1) < 0$$

في المجال $]-f; f]$ و باستعمال الدائرة المثلثية نستنتج جدول الإشارات التالي:

x	$-f$	$-\frac{2f}{3}$	$\frac{f}{6}$	$\frac{2f}{3}$	$\frac{5f}{6}$	f
$\sin x - \frac{1}{2}$	-		0	+		-
$\cos x + \frac{1}{2}$	-	0	+		0	-
$\left(\sin x - \frac{1}{2} \right) \left(\cos x + \frac{1}{2} \right)$	+	0	-	0	-	+

$$S = \left] -\frac{2f}{3}; \frac{f}{6} \right[\cup \left] \frac{2f}{3}; \frac{5f}{6} \right[\quad \text{بالتالي}$$

$$\cos^2 x > \frac{1}{2} \quad \text{تعني} \quad 2 \cos^2 x > 1$$

$$\left(\cos x - \cos \frac{f}{4} \right) \left(\cos x - \cos \frac{3f}{4} \right) > 0 \quad \text{أي} \quad \left(\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \left(\cos x + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) > 0 \quad \text{تعني}$$

في المجال $]-f; f]$ و باستعمال الدائرة المثلثية نستنتج جدول الإشارات التالي:

x	$-f$	$-\frac{3f}{4}$	$-\frac{f}{4}$	$\frac{f}{4}$	$\frac{3f}{4}$	f
$\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2}$	-		0	+		-
$\cos x + \frac{\sqrt{2}}{2}$	-	0	+		0	-
$\left(\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \left(\cos x + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$	+	0	-	0	-	+

$$S = \left] -f; -\frac{3f}{4} \right[\cup \left] -\frac{f}{4}; \frac{f}{4} \right[\cup \left] \frac{2f}{4}; f \right[\quad \text{بالتالي}$$

$$-2\cos^2 x + 3\cos x - 1 > 0 : \text{تعني } 2(1 - \cos^2 x) + 3\cos x - 3 > 0 : \text{تعني } 2\sin^2 x + 3\cos x > 3$$

$$2\cos^2 x - 3\cos x + 1 < 0 : \text{تعني}$$

$$x_2 = \frac{3-1}{4} = \frac{1}{2} \text{ و } x_1 = \frac{3+1}{4} = 1 : \text{منه ، } \Delta = 9 - 8 = 1 : P(x) = 2x^2 - 3x + 1$$

$$P(x) = 2(x-1)\left(x - \frac{1}{2}\right) : \text{منه}$$

$$(\cos x - \cos 0)\left(\cos x - \cos\left(\frac{f}{3}\right)\right) < 0 : \text{تعني } 2(\cos x - 1)\left(\cos x - \frac{1}{2}\right) < 0 : \text{تعني } 2\cos^2 x - 3\cos x + 1 < 0$$

في المجال $]-f; f]$ و باستعمال الدائرة المثلثية نستنتج جدول الإشارات التالي :

x	$-f$	$-\frac{f}{3}$	0	$\frac{f}{3}$	f
$\cos x - 1$	-	-	0	-	-
$\cos x - \frac{1}{2}$	-	0	+	+	0
$(\cos x - 1)\left(\cos x - \frac{1}{2}\right)$	+	0	-	0	+

$$S = \left] -\frac{f}{3}; 0 \right[\cup \left] 0; \frac{f}{3} \right[: \text{بالتالي}$$

حل متراجحات مثلثية يتطلب تركيزا كبيرا جدا، حيث الإمام بالمجالات والنسب المثلثية الهامة والأفصيل المنحنية الرئيسية و غير الرئيسية يعد المفتاح الأساسي لذلك.