السنة 1 بكالوريا علوم رياضية	الدوران في المستوى	سلسلة 2

تمرين 1 :

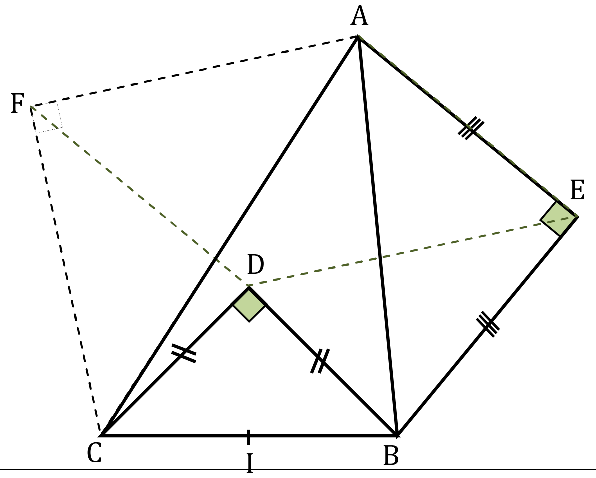
في الشكل جانبه ABC مثلث، D نقطة داخله و E نقطة خارجه حيث يكون المثلث BCD متساوي الساقين و قائم الزاوية في D ويكون المثلث AEB متساوي الساقين و قائم الزاوية في E ، I منتصف $[BC]$.

نعتبر الدوران $r\left(I,\frac{®}{2}\right)$ ، و لتكن $F=r(E)$

1) بين أن $DF=AE$

2) بين أن الرباعي $AFDE$ متوازي الأضلاع

3) بين أن AFC متساوي الساقين و قائم الزاوية في F

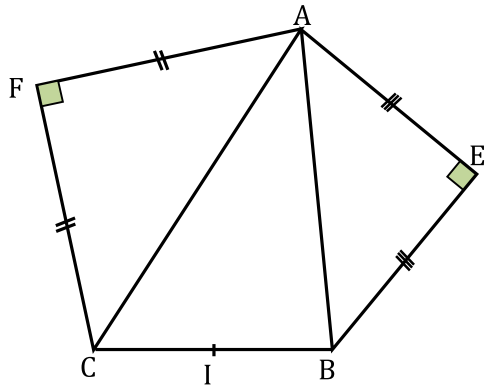


تمرين 2 :

في الشكل جانبه ABC مثلث، E و F نقطتان خارجه حيث يكون المثلث AEB متساوي الساقين و قائم الزاوية في E ويكون المثلث AFC متساوي الساقين و قائم الزاوية في F ، I منتصف $[BC]$.

لتكن C' مماثلة C بالنسبة لـ F و B' مماثلة B بالنسبة لـ E

نعتبر الدوران $r\left(I,\frac{®}{2}\right)$ ، و لتكن $F=r(E)$



1) بين أن : $\overrightarrow{IF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC'}$ و أن : $\overrightarrow{IE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CB'}$

2) مستعملا دورانا مناسبا بين أن : $BC'=CB'$

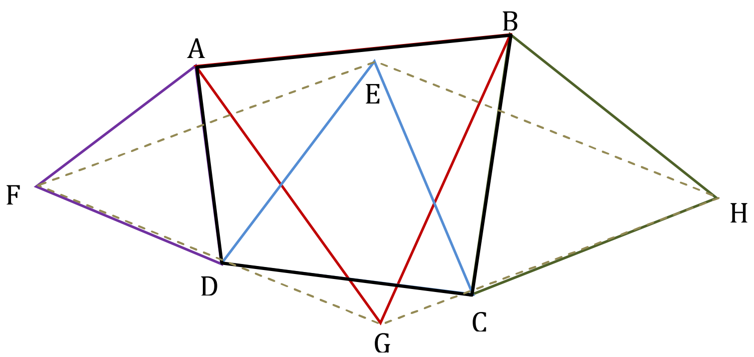
3) استنتج مما سبق أن : $F=r(E)$ حيث r هو الدوران الذي مركزه I و زاويته $\frac{®}{2}$

4) لتكن D نقطة داخل المثلث ABC حيث يكون المثلث BCD متساوي الساقين و قائم الزاوية في D برهن أن $AFDE$ متوازي الأضلاع

تمرين 3 :

في الشكل جانبه $ABCD$ رباعي، أنشأنا داخله و خارجه أربع مثلثات متساوية الأضلاع : DEC و ABG و AFD و BHC .

نعتبر الدورانين : $r_1\left(A,\frac{®}{3}\right)$ و $r_2\left(C,\frac{-®}{3}\right)$



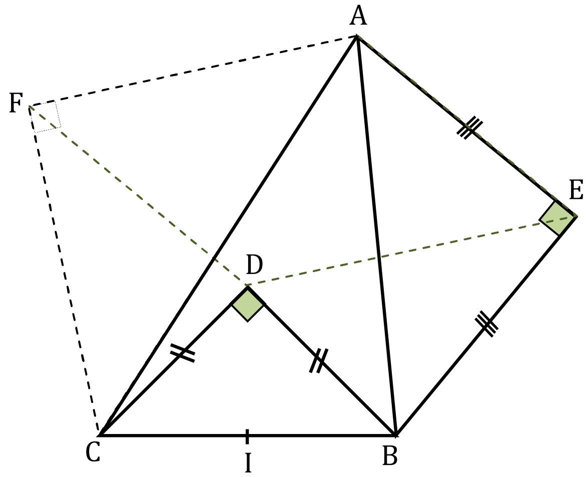
1) حدد طبيعة التحويل $T=r_2\circ r_1$ محددا عناصره المميزة

2) بين أن : $EFGH$ متوازي الأضلاع

سلسلة 2	الدوران في المستوى حلول مقترحة	السنة 1 بكالوريا علوم رياضية

تمرين 1 :

ABC مثلث، BCD متساوي الساقين و قائم الزاوية في D ، AEB متساوي الساقين و قائم الزاوية في E ، I منتصف $[BC]$. $r\left(I,\frac{\pi}{2}\right)$ دوران ، $F=r(E)$



1 لدينا $\begin{cases} r(B)=D \\ r(E)=F \end{cases}$ إذن : $BE=DF$

و بما أن : $AE=BE$ فإن: $DF=AE$

2 لدينا $\begin{cases} r(B)=D \\ r(E)=F \end{cases}$ إذن : $\left(\overrightarrow{EB},\overrightarrow{FD}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$

منه : $\left(\overrightarrow{EB},\overrightarrow{AE}\right)+\left(\overrightarrow{AE},\overrightarrow{FD}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$

و بما أن :

$\left(\overrightarrow{EB},\overrightarrow{AE}\right)=-\left(\overrightarrow{EB},\overrightarrow{EA}\right)\equiv\left(\overrightarrow{EA},\overrightarrow{EB}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$ فإن

: $\left(\overrightarrow{AE},\overrightarrow{FD}\right)\equiv 0[2\pi]$ و بما أن : $DF=AE$

فإن الرباعي $AFDE$ متوازي الأضلاع

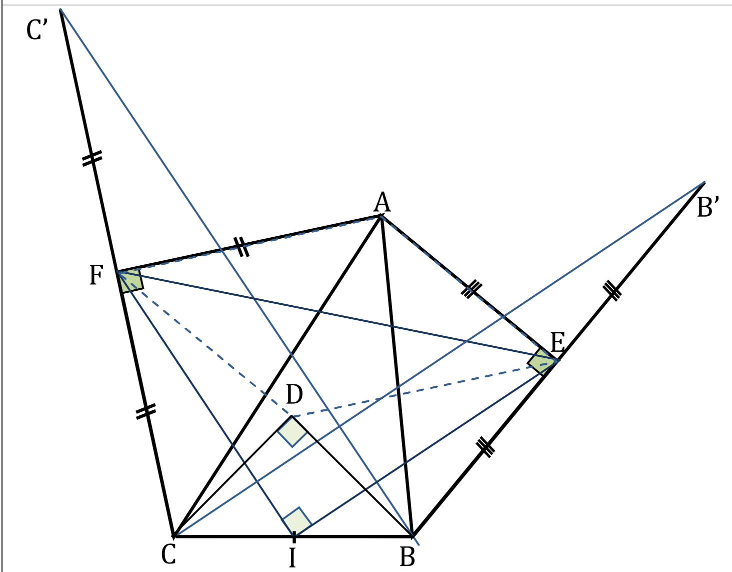
3 لدينا : $\begin{cases} r(D)=C \\ r(E)=F \end{cases}$ إذن : $ED=FC$ و بما أن $ED=AF$ فإن : $AF=FC$ $\quad(1)$

أيضا نستنتج أن: $\left(\overrightarrow{ED},\overrightarrow{FC}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$ منه: $(ED)\perp(FC)$ و بما أن: $(ED)//(AF)$ فإن: $(AF)\perp(FC)$ $\quad(2)$

من (1) و (2) نستنتج أن AFC متساوي الساقين و قائم الزاوية في F

تمرين 2 :

ABC مثلث، AEB متساوي الساقين و قائم الزاوية في E AFC متساوي الساقين و قائم الزاوية في F ، I منتصف $[BC]$. C' مماثلة C بالنسبة لـ F ، B' مماثلة B بالنسبة لـ E ، $r\left(I,\frac{\pi}{2}\right)$ دوران ، $F=r(E)$



1 لدينا I منتصف $[BC]$ و F منتصف $[CC']$

إذن : $\overrightarrow{IF}=\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{CF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{CC'}$

$\overrightarrow{IF}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC'}\right)=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC'}$

و لدينا I منتصف $[BC]$ و E منتصف $[BB']$

إذن : $\overrightarrow{IE}=\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{BE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BB'}$

$\overrightarrow{IE}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BB'}\right)=\frac{1}{2}\overrightarrow{CB'}$

2 نعتبر الدوران $r_1\left(A,\frac{\pi}{2}\right)$، بما أن إذن : $\begin{cases} r_1(C')=C \\ r_1(B)=B' \end{cases}$ (لأن كلا من ACC' و ABB' قائمي الزاوية و متساويي الساقين في A) ، إذن : $BC'=CB'$

3

لدينا $\begin{cases} r_1(C')=C \\ r_1(B)=B' \end{cases}$ إذن : $\begin{cases} BC'=CB' \\ (\overrightarrow{BC'},\overrightarrow{B'C})\equiv \frac{®}{2}[2®] \end{cases}$ منه : $\begin{cases} 2\,IF=2\,IE \\ (2\,\overrightarrow{IF},2\,\overrightarrow{IE})\equiv \frac{®}{2}[2®] \end{cases}$ منه: $\begin{cases} IF=IE \\ (\overrightarrow{IF},\overrightarrow{IE})\equiv \frac{®}{2}[2®] \end{cases}$

مما يعني أن : $F=r(E)$ حيث r هو الدوران الذي مركزه I و زاويته $\frac{®}{2}$

للتذكير $(\vec{u},\vec{v})\equiv(a\vec{u},b\vec{v})[2®]$ حيث $a>0$ و $b>0$

4

لدينا $\begin{cases} r(B)=D \\ r(E)=F \end{cases}$ إذن : $BE=DF$ و بما أن $BE=AE$ فإن : $AE=DF$ $\quad(1)$

و لدينا $\begin{cases} r(D)=C \\ r(E)=F \end{cases}$ إذن : $DE=CF$ و بما أن $CF=AF$ فإن : $AF=DE$ $\quad(2)$

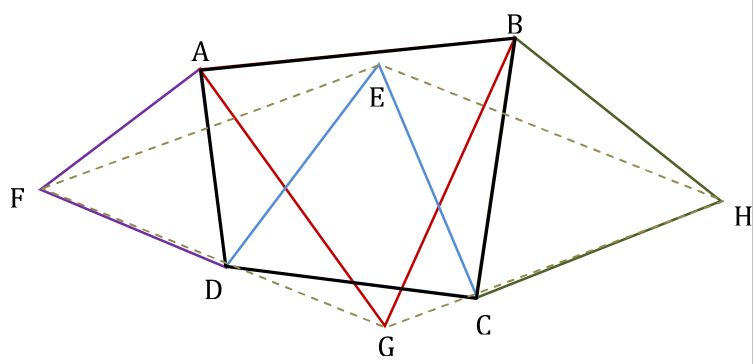
من (1) و (2) نستنتج أن $AFDE$ متوازي الأضلاع

يمكن اتباع نفس طريقة السؤال 2 من التمرين الأول، لكن هنا لدينا معطيات أكثر تم استغلالها لتقديم برهان أبسط

تمرين 3 :

$ABCD$ رباعي، DEC و ABG و AFD و BHC مثلثات متساوية الأضلاع.

$r_1\left(A,\frac{®}{3}\right)$ و $r_2\left(C,\frac{-®}{3}\right)$ دورانان



1

بما أن r_2 دوران زاويته $\frac{-®}{3}$ و r_1 دوران زاويته $\frac{®}{3}$ وحيث أن : $\frac{®}{3}+\left(\frac{-®}{3}\right)\equiv 0[2®]$ فإن $T=r_2\circ r_1$ إزاحة

و بما أن : $T(F)=r_2\circ r_1(F)=r_2(r_1(F))=r_2(D)=E$ فإن : T هي إزاحة متجهتها $\overrightarrow{FE}$

2

لدينا : $T(G)=r_2\circ r_1(G)=r_2(r_1(G))=r_2(B)=H$ إذن : $\overrightarrow{FE}=\overrightarrow{GH}$ ، بالتالي $EFGH$ متوازي الأضلاع