

الفضاء  $\mathcal{E}$  منسوب إلى معلم  $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  نعتبر في  $\mathcal{E}$  المستقيمين  $(D)$  و  $(D')$  المحددين بالتمثيلين البارامتريين كما يلي :

$$(D') \begin{cases} x = 6 - 3t' \\ y = 3 + t' \\ z = 3 - 2t' \end{cases} \quad t' \in \mathbb{R} \quad (D) \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 3 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

- 1- حدد مثلوث إحداثيات النقطة A تقاطع المستقيمين  $(D)$  و  $(D')$  .
- 2- ليكن  $(p)$  المستوى المحدد بالمستقيمين  $(D)$  و  $(D')$  .  
بين أن :  $5x - 7y - 11z + 24 = 0$  معادلة ديكارتية للمستوى  $(p)$  .
- 3- نعتبر المستقيم  $(\Delta)$  المعرف بنظام المعادلتين التالية :

$$(\Delta) \begin{cases} x + y + 6z - 14 = 0 \\ x - y + 2z - 4 = 0 \end{cases}$$

- أ - حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم  $(\Delta)$  . .
- ب - حدد مثلوث إحداثيات النقطة B تقاطع المستقيم  $(\Delta)$  والمستوى  $(P)$  .

1- تحديد مثلوث إحداثيات A

$$\begin{cases} -1+2t = 6-3t' \\ -2+3t = 3+t' : \text{ يجب أن نحل النظام} \\ 3-t = 3-2t' \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2t+3t' = 7 \\ 3t-t' = 5 : \text{ هذه النظام تكافئ} \\ t-2t' = 0 \end{cases}$$

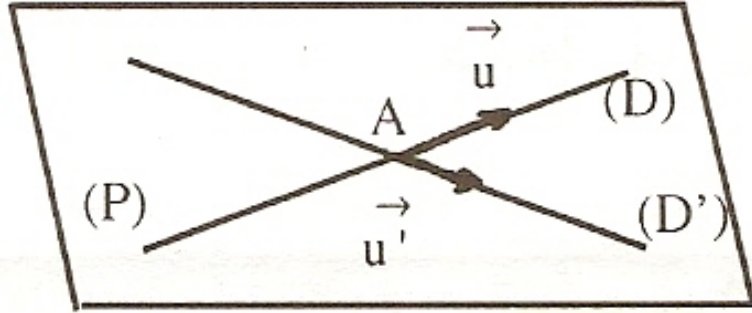
$$\text{حل النظام } \begin{cases} 2t+3t' = 7 \\ t-2t' = 0 \end{cases} \text{ هو (2,1)}$$

وبما أن الزوج (2,1) حل للمعادلة  $3t-t'=5$

فإن  $t=2$  و  $t'=1$

وبالتالي فإن مثلوث إحداثيات A نقطة تقاطع المستقيمين (D) و (D') هو (3,4,1) (حصلنا على هذا المثلوث بتعويض t بالقيمة 2 في التمثيل البارامتري للمستقيم (D) أو بتعويض t' بالقيمة 1 في التمثيل البارامتري للمستقيم (D'))

2 - معادلة ديكرتية للمستوى (p)



المستوى (p) محدد بالنقطة A (3,4,1) وبالمجهتين  $\vec{u}(2,3,-1)$  و  $\vec{u}'(-3,1,-2)$  (موجهة للمستقيم (D)) و  $\vec{u}'(-3,1,-2)$  (موجهة للمستقيم (D')).

لدينا :  $M \in (P) \Leftrightarrow \det(\overrightarrow{AM}, \vec{u}, \vec{u}') = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} x-3 & 2 & -3 \\ y-4 & 3 & 1 \\ z-1 & -1 & -2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-3) \cdot \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} - (y-4) \cdot \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} + (z-1) \cdot \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow -5(x-3) + 7(y-4) + 11(z-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow -5x + 7y + 11z - 24 = 0$$

$$\Leftrightarrow 5x - 7y - 11z + 24 = 0$$

إن معادلة ديكرارية للمستوى (p) هي بالفعل :

$$5x - 7y - 11z + 24 = 0$$

3 - أ - تمثيل بارامترى للمستقيم (Δ)

$$\begin{cases} x + y + 6z - 14 = 0 & |1 \\ x - y + 2z - 4 = 0 & |2 \end{cases} \quad \text{النظمة :}$$

$$1+2 \begin{cases} 2x + 8z - 18 = 0 \\ x - y + 2z - 4 = 0 \end{cases} \quad \text{تكافئ :}$$

$$\begin{cases} x = 9 - 4z \\ 9 - 4z - y + 2z - 4 = 0 \end{cases} \quad \text{أي :}$$

$$\begin{cases} x = 9 - 4z \\ y = 5 - 2z \end{cases} \quad \text{أي :}$$

إن تمثيل بارامترى للمستقيم (Δ) هو :

$$\begin{cases} x = 9 - 4t \\ y = 5 - 2t \\ z = t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

ب - مثلوث إحداثيات B

$$(P): 5x - 7y - 11z + 24 = 0 \quad \text{لدينا :}$$

$$(Δ): \begin{cases} x = 9 - 4t \\ y = 5 - 2t \\ z = t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \quad \text{و}$$

$$5(9 - 4t) - 7(5 - 2t) - 11t + 24 = 0 \quad \text{ولدينا المعادلة :}$$

$$-17t = -34 \quad \text{أي} \quad -20t + 14t - 11t + 34 = 0 \quad \text{تكافئ :}$$

$$t = 2 \quad \text{أي :}$$

إن مثلوث إحداثيات B نقطة تقاطع (P) و (Δ) هو : (1.1.2)