تمارين محلولة:متجهات الفضاء

المستوى : الأولى باك علوم تجريبية

تمرين1: لتكن A و B و C و D أربع نقط غير مستقيمية بين أنه اذا كان : $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD}$ لكل M من الفضاء فان : $ABCD$ متوازي الأضلاع.

الجواب : يكفي أن نبين مثلا أن : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ ؟؟؟؟

لدينا :

$\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD}$ يعني $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{CD}$

يعني $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ يعني $\vec{0}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}$

تمرين2: نضع : $\vec{u}=3\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MC}+4\overrightarrow{MB}-5\overrightarrow{MD}$ لكل M من الفضاء بين أن : المتجهة $\vec{u}$ غير مرتبطة بالنقطة M

الجواب : $\vec{u}=3\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{AC}+4\overrightarrow{MA}+4\overrightarrow{AB}-5\overrightarrow{MA}-5\overrightarrow{AD}$ يعني

$\vec{u}=-2\overrightarrow{AC}+4\overrightarrow{AB}-5\overrightarrow{AD}$ ومنه المتجهة $\vec{u}$ غير مرتبطة بالنقطة M

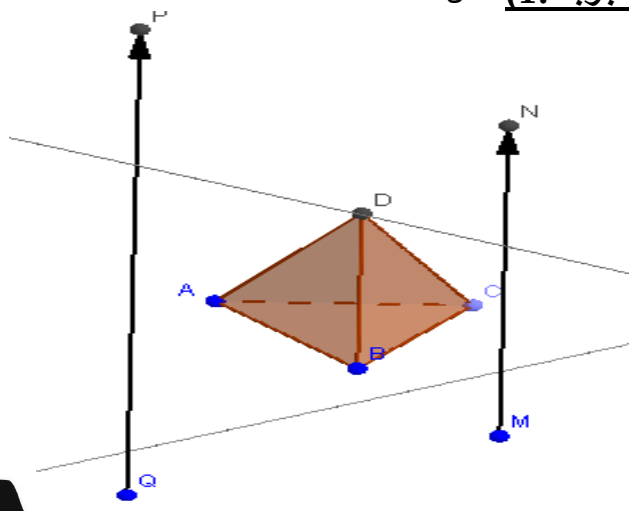
تمرين3: ليكن $ABCD$ رباعي الأوجه

نعتبر النقط M و N و P و Q أربع نقط بحيث :

$\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AN}=2\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{CQ}=3\overrightarrow{CB}$ و $\overrightarrow{CP}=3\overrightarrow{CD}$

1. أنشئ الشكل .
2. أكتب كلا من المتجهتين $\overrightarrow{MN}$ و $\overrightarrow{PQ}$ بدلالة $\overrightarrow{BD}$
3. استنتج أن المتجهتين $\overrightarrow{MN}$ و $\overrightarrow{PQ}$ مستقيميتان .
4. ماذا تستنتج بالنسبة للمستقيمين (MN) و (PQ) ؟

أجوبة 1): الشكل



2) $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AN}=-\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AN}=-2\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{MN}=2\overrightarrow{BA}+2\overrightarrow{AD}=2\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}\right)=2\overrightarrow{BD}$

$\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{CQ}=-\overrightarrow{CP}+\overrightarrow{CQ}=-3\overrightarrow{CD}+3\overrightarrow{CB}=-3\left(\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{CB}\right)$

$\overrightarrow{PQ}=-3\left(\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{BC}\right)=-3\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}\right)=-3\overrightarrow{BD}$

3) وجدنا $\overrightarrow{MN}=2\overrightarrow{BD}$ يعني $\overrightarrow{BD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{MN}$ ❶

ووجدنا $\overrightarrow{PQ}=-3\overrightarrow{BD}$ يعني $\overrightarrow{BD}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{PQ}$ ❷

من ❶ و ❷ نستنتج أن : $\frac{1}{2}\overrightarrow{MN}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{PQ}$ أي $\overrightarrow{MN}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{PQ}$

ومنه المتجهتين $\overrightarrow{MN}$ و $\overrightarrow{PQ}$ مستقيميتان .

4) وجدنا $\overrightarrow{MN}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{PQ}$ اذن المستقيمان (MN) و (PQ) متوازيان

تمرين4: ليكن $ABCD$ رباعي الأوجه و M نقطة من الفضاء بحيث :

$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}$

1. أكتب المتجهة $\overrightarrow{AM}$ بدلالة $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$
2. استنتج أن النقطة M تنتمي إلى المستوى (ABC)
3. استنتج أن المتجهات $\overrightarrow{IJ}$ و $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{EC}$ مستوائية .

أجوبة 1):

$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\times\overrightarrow{AB}+1\times\overrightarrow{AC}$

2) وجدنا $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\times\overrightarrow{AB}+1\times\overrightarrow{AC}$

ومنه النقطة M تنتمي إلى المستوى (ABC)

3) وجدنا $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\times\overrightarrow{AB}+1\times\overrightarrow{AC}$ ومنه المتجهات $\overrightarrow{AM}$ و $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ مستوائية

« c'est en forgeant que l'on devient forgeron » dit un proverbe.
c'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien