

## المرجح

### مرجح نقطتين

#### خاصية و تعريف

لتكن  $(A, \alpha)$  و  $(B, \beta)$  نقطتين متزنيتين من المستوى بحيث  $\alpha + \beta \neq 0$   
توجد نقطة وحيدة  $G$  من المستوى بحيث:  $\alpha \overline{GA} + \beta \overline{GB} = \vec{0}$ . النقطة  $G$  تسمى مرجح النقطتين المتزنيتين  $(A, \alpha)$  و  $(B, \beta)$

#### خاصيات مرجح نقطتين متزنيتين

- أ. الصمود:  
إذا كانت  $G$  مرجح النقطتين المتزنيتين  $(A, \alpha)$  و  $(B, \beta)$  و  $k \in \mathbb{R}^*$   
فإن  $G$  كذلك مرجح النقطتين المتزنيتين  $(A, k\alpha)$  و  $(B, k\beta)$
- ب. الخاصية المميزة:  
إذا كانت  $G$  مرجح النقطتين المتزنيتين  $(A, \alpha)$  و  $(B, \beta)$  فإنه لكل نقطة  $M$  من المستوى:  
$$\alpha \overline{MA} + \beta \overline{MB} = (\alpha + \beta) \overline{MG}$$
- ج. خاصية الإنشاء:  
إذا كانت  $G$  مرجح النقطتين المتزنيتين  $(A, \alpha)$  و  $(B, \beta)$  فإن:  
$$\overline{BG} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \overline{BA} \quad \text{و} \quad \overline{AG} = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \overline{AB}$$

### مرجح ثلاث نقط متزنة

#### خاصية و تعريف

لتكن  $(A, \alpha)$  و  $(B, \beta)$  و  $(C, \gamma)$  ثلاث نقط متزنة من المستوى بحيث  $\alpha + \beta + \gamma \neq 0$   
توجد نقطة وحيدة  $G$  من المستوى بحيث:  $\alpha \overline{GA} + \beta \overline{GB} + \gamma \overline{GC} = \vec{0}$ .  
النقطة  $G$  تسمى مرجح النقط المتزنة  $(A, \alpha)$  و  $(B, \beta)$  و  $(C, \gamma)$

#### خاصيات مرجح نقطتين متزنيتين

- أ. الصمود:  
إذا كانت  $G$  مرجح النقط المتزنة  $(A, \alpha)$  و  $(B, \beta)$  و  $(C, \gamma)$  و  $k \in \mathbb{R}^*$   
فإن  $G$  كذلك مرجح النقط المتزنة  $(A, k\alpha)$  و  $(B, k\beta)$  و  $(C, k\gamma)$
- ب. الخاصية المميزة:  
إذا كانت  $G$  مرجح النقط المتزنة  $(A, \alpha)$  و  $(B, \beta)$  و  $(C, \gamma)$  فإنه لكل نقطة  $M$  من المستوى:  
$$\alpha \overline{MA} + \beta \overline{MB} + \gamma \overline{MC} = (\alpha + \beta + \gamma) \overline{MG}$$
- ج. خاصية الإنشاء:  
إذا كانت  $G$  مرجح النقط المتزنة  $(A, \alpha)$  و  $(B, \beta)$  و  $(C, \gamma)$  فإن:

$$\overline{AG} = \frac{\beta}{\alpha + \beta + \gamma} \overline{AB} + \frac{\gamma}{\alpha + \beta + \gamma} \overline{AC}$$

د. **تجميعية المرجح :**

إذا كانت  $G$  مرجح النقط المتزنة  $(A, \alpha)$  و  $(B, \beta)$  و  $(C, \gamma)$

و  $H$  مرجح  $(A, \alpha)$  و  $(B, \beta)$

فإن  $G$  : مرجح النقطتين المتزنتين  $(H, \alpha + \beta)$  و  $(C, \gamma)$

### إحداثيات مرجح نقطتين

في مستوى منسوب إلى معلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

إذا كانت  $G$  مرجح النقط المتزنة  $(A, \alpha)$  و  $(B, \beta)$  و إذا كانت  $A(x_A, y_A)$  و  $B(x_B, y_B)$  و  $G(x_G, y_G)$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_G = \frac{\alpha x_A + \beta x_B}{\alpha + \beta} \\ y_G = \frac{\alpha y_A + \beta y_B}{\alpha + \beta} \end{array} \right. \text{فإن}$$

### إحداثيات مرجح ثلاث نقط

في مستوى منسوب إلى معلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

إذا كانت  $G$  مرجح النقط المتزنة  $(A, \alpha)$  و  $(B, \beta)$  و  $(C, \gamma)$  و إذا كانت  $A(x_A, y_A)$  و  $B(x_B, y_B)$  و  $C(x_C, y_C)$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_G = \frac{\alpha x_A + \beta x_B + \gamma x_C}{\alpha + \beta + \gamma} \\ y_G = \frac{\alpha y_A + \beta y_B + \gamma y_C}{\alpha + \beta + \gamma} \end{array} \right. \text{و } G(x_G, y_G) \text{ فإن :}$$

### مرجح أربع نقط

#### خاصية و تعريف

لتكن  $(A, \alpha)$  و  $(B, \beta)$  و  $(C, \gamma)$  و  $(D, \delta)$  أربع نقط متزنة من المستوى بحيث :  $\alpha + \beta + \gamma + \delta \neq 0$

توجد نقطة وحيدة  $G$  من المستوى بحيث :  $\alpha \overline{GA} + \beta \overline{GB} + \gamma \overline{GC} + \delta \overline{GD} = \vec{0}$ .

#### خاصية

ليكن مرجح  $(A, \alpha)$  و  $(B, \beta)$  و  $(C, \gamma)$  و  $(D, \delta)$

إذا كان  $H$  مرجح  $(A, \alpha)$  و  $(B, \beta)$  و  $K$  مرجح  $(C, \gamma)$  و  $(D, \delta)$

فإن  $G$  مرجح  $(H, \alpha + \beta)$  و  $(K, \gamma + \delta)$