تمارين الشغل والطاقة الحركية

تمرين 1:

أحسب الطاقة الحركية في الحالات التالية :

1- حركة نوترون كتلته $m_n=1,67.10^{-27}kg$ وسرعته $v=64km.s^{-1}$ في مفاعل نووي .

2- حركة طائرة كتلتها $M=150t$ وسرعتها $V=900km.h^{-1}$.

3- حركة دوران الكرة الأرضية في المعلم المركزي الأرضي . باعتبار الأرض كرة تعبير عزم قصورها $-_{\Delta}=$.

حيث $M_T=6.10^{24}kg$ كتلة الأرض .

و $R_T=6400km$ شعاعها .

اليوم الفلكي : $23h56min4s$

4- حركة دوران أسطوانة حول محور تماثلها بالسرعة $1800tr.min^{-1}$ كتلتها $m=1kg$ وشعاعها $r=10cm$ وتعبير عزم قصورها $-_{\Delta}=$

تمرين 2 :

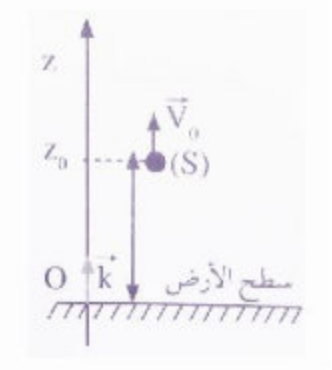
لموازنة عجلات السيارات ، نستعمل حاليا آلة تحتوي أساسا على محرك وجهاز إلكتروني . نثبت العجلة بمورد المحرك ، التي يمكنها من الدوران حول محور ثابت (Δ) بسرعة زاوية ω ثابتة . في النظام العادي للدوران ، تأخذ السرعة الخطية لنقطة من محيط العجلة ذات قطر $D=50cm$ القيمة $V=80km.h^{-1}$.

1- أحسب السرعة الزاوية لدوران العجلة .

2- علما أن عزم قصور العجلة بالنسبة لمحور دورانها (Δ) هو $J_{\Delta}=0,80.kg.m^2$.
أحسب طاقتها الحركية .

تمرين 3 :

يقذف أحمد رأسيا نحو الأعلى كويرة (S) كتلتها m ، توجد على ارتفاع $h=1,0m$ من سطح الأرض ، بسرعة $V_0=4,0m.s^{-1}$.
أنظر الشكل.

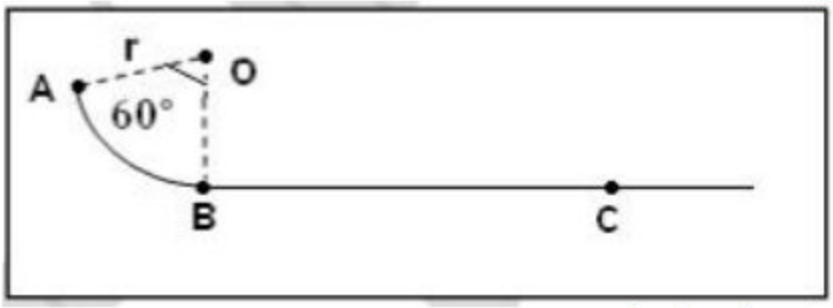


1- حدد الإرتفاع H الذي تصل إليه الكويرة .

2- أحسب V_2 سرعة الكويرة عند وصولها الى سطح الأرض .
نعطي : $g=9,80N.kg^{-1}$ ونهمل الإحتكاكات .

تمرين 4 :

ينزلق جسم كتلته m=200g فوق سكة تنتمي الى مستوى رأسي ومتكونة من جزئين :
- جزء دائري AB مركزه O وشعاعه r=60cm .
- جزء مستقيمي BC .

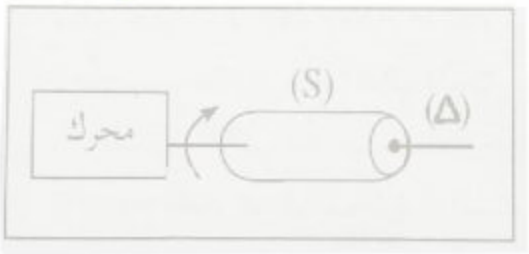


1- ينطلق الجسم من النقطة A بدون سرعة بدئية .
باعتبار الإحتكاكات مهملة طول الجزء AB ، أحسب سرعة الجسم عند النقطة B . نأخذ : $g=9,8N.kg^{-1}$ شدة الثقالة .
2- يقطع الجسم المسافة BC=80cm قبل أن يتوقف . باعتبار ان الإحتكاكات مكافئة لقوة $\vec{f}$ ثابتة طول الجزء BC أحسب f .

تمرين 5:

نعتبر سيارة كتلتها m=900kg تسير بالسرعة $V=100kmh^{-1}$. يشغل السائق المكابح فتتوقف السيارة عن الدوران وتنزلق على اتجاه في نفس المحور على مسافة d=86m خلال المدة $\Delta t = 5,60s$ قبل أن تتوقف نهائيا .
1- أحسب الطاقة الحركية للسيارة قبل تشغيل الفرامل.
2- أجرد القوى المطبقة على السيارة أثناء عملية الكبح . نعتبر قوة الإحتكاك $\vec{f}$ شدتها ثابتة ، لها نفس اتجاه الحركة ومعاكسة لمنحاها .أحسب شدة $\vec{}$.
3- أحسب القدرة المتوسطة للقوة $\vec{f}$ أثناء عملية الكبح .

تمرين 6 :



بواسطة محرك يدور قرص عزم فصورها $J_\Delta = 3,0.10^{-2}kg.m^2$ بسرعة زاوية $\omega=45tr.s^{-1}$. نوقف المحرك فيتوقف القرص تحت تأثير مزدوجة الإحتكاك بعد أن تنجز 120دورة .
1- أحسب عزم مزدوجة الإحتكاك الذي نعتبره ثابتا
2- نشغل من جديد المحرك ، فيدور القرص بسرعة ثابتة قيمتها $\omega = 45tr.s^{-1}$استنتج خلال دقيقة شغل المحرك وقدرته .

تمرين 7 :

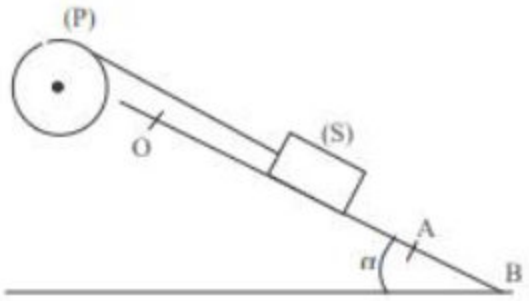
ندير أسطوانة متجانسة (S) كتلتها m=1,0kg وشعاعها r=5,0cm حول محور تماثلها (Δ) ، يمر بمركز قصورها ، بواسطة محرك ذي قدرة ميكانيكية ثابتة P=1,5W . في البداية تكون الأسطوانة متوقفة .

1- أحسب المدة الزمنية اللازمة لكي يصبح ترددها f=20Hz .
نهمل الأحتكاكات .

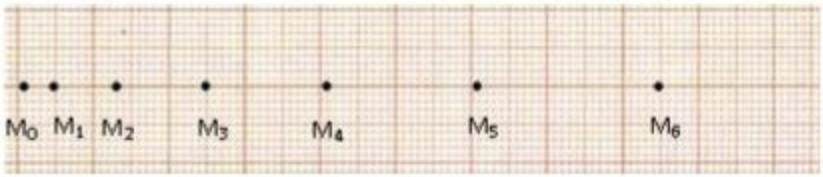
2- عند التردد f=20Hz ، نوقف المحرك ، فتتوقف الأسطوانة تحت تأثير مزدوجة احتكاك عزمها M ثابت ، بعد إنجاز 980دورة . عزم قصور الأسطوانة بالنسبة لمحور تماثلها (Δ) هو $J_\Delta = -$.
أحسب M.

تمرين 8 :

يمثل الشكل التالي نضدا هوائيا مائلا بالزاوية $\alpha = 20°$ بالنسبة للمستوى الأفقي ، وخيالا(S) كتلته m=400g مثبتا بخيط غير قابل للإمتداد ، كتلته مهملة ، ملفوفا حول مجرى بكرة (P) تدور حول محور تماثلها (Δ) بدون احتكاك .



1- نحرر الخيال من النقطة O بدون سرعة بدئية ، ونسجل حركته خلال مدد زمنية متتالية ومتساوية τ =40ms .نحصل على التسجيل التالي بالسلم الحقيقي :



1.1- أحسب سرعة المتحرك في كل من الموضعين M_2 و M_4 .

1.2- نعتبر أن الحركة تتم بدون احتكاك . بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية على الخيال (S) بين الموضعين M_2 و M_4، بين أن تعبير توتر الخيط هو :
$T = m(g\sin\alpha - \frac{v_4^2 - v_2^2}{2M_2M_4})$. أحسب T .

1.3- عين عزم قصور البكرة J_Δ، علما أن شعاعها هو r=20cm .

2- عند وصول الخيال الى الموضع A بالسرعة $v_A=m.s^{-1}$ ، ينفلت الخيط من البكرة ، ويستمر (S) في حركة فوق النضد ، ليصل الى الموضع B بالسرعة $v_B=1,5m.s^{-1}$.

2.1- بين أن حركة (S) تتم باحتكاك .

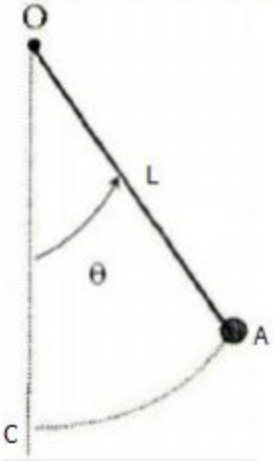
2.2- احسب شدة قوة الإحتكاك علما أن AB=40cm .

نعطي : $g=9,81N.kg^{-1}$

تمرين 9 :

يتكون نواس بسيط من كرة كتلتها m=200g معلقة بخيط طوله L=1,00m .

نزيح الكرة عن موضع توازنها حيث يكون الخيط زاوية $\theta = 70°$ مع الخط الرأسي ونحررها بدون سرعة بدئية .نهملالإحتكاكات . نعطي g=9,8N/kg .



1- أجرد القوى المطبقة على الكرة ومثل على الشكل متجهتها .

2- أحسب سرعة الكرة عند مرورها من موضع توازنها .

3- ندفع الكرة الموجودة في حالة سكون ،من موضع توازنها ،بطاقة حركية قيمتها $Ec_0=0,98J$.

أحسب الزاوية القصوية θ_mالتي يكونها الخيط مع الخط الرأسي

تصحيح تمارين الشغل والطاقة الحركية

تمرين 1:

1- الطاقة الحركية للنوترون :

$Ec=\frac{1}{2}m_n v^2$

ت.ع:

$Ec=\frac{1}{2}\times 1{,}67.10^{-27}\times(64.10^3)^2$

$Ec=4{,}42.10^{-18}J$

2- الطاقة الحركية للطائرة :

$Ec=\frac{1}{2}MV^2$

ت.ع:

$Ec=\frac{1}{2}\times 150.10^6\times(\frac{900}{3{,}6})^2$

$Ec=4{,}69.10^{12}J$

3- الطاقة الحركية للكرة الأرضية :

$Ec_T=\frac{1}{2}J_\Delta\omega^2$

مع : $J_\Delta=\frac{2}{5}M_T R_T^2=\frac{2}{5}x6.10^{24}(6400.10^3)^2=9{,}83.10^{37}kg.m^2$

و $\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{23\times3600+56\times60+4}=7{,}29.10^{-5}rad.s^{-1}$

نحصل على :

$Ec_T=\frac{1}{2}J_\Delta\omega^2$

ت.ع:

$Ec_T=\frac{1}{2}\times 9{,}83.10^{37}(7{,}29.10^{-5})^2$

$Ec_T=2{,}61.10^{29}J$

4- الطاقة الحركية للأسطوانة :

$Ec=\frac{1}{2}J_\Delta\omega^2$

$J_\Delta=\frac{1}{2}mr^2$

مع: $\omega=2\pi N$ $N=\frac{1800tr}{60s}=30Hz$

نستنتج :

$Ec=\frac{1}{4}mr^2(2\pi N)^2=m(\pi rN)^2$

ت.ع:

$Ec=1x((\pi\times 0{,}1\times 30)^2=88{,}83J$

تمرين 2:

1- العلاقة التي تربط السرعة الزاوية ω لدوران العجلة بالسرعة الخطية لنقطة من محيطها هي :

$$V=R\omega=\frac{D}{2}\omega$$

نحصل على :

$$\omega=\frac{2V}{D}$$

مع : $D=50.10^{-2}m$ و $V=\frac{80.10^3}{3600}=\frac{80}{3,6}$

ت.ع:

$$\omega=\frac{2\frac{80}{3,6}}{50.10^{-2}}=89rad.s^{-1}$$

2- يعبرعن الطاقة الحركية لجسم صلب في دوران حول محور ثابت بالعلاقة :

$$Ec=\frac{1}{2}J_\Delta\omega^2$$

ت.ع:

$$Ec=\frac{1}{2}\times 0,80\times 89^2$$

$$Ec=3,2.10^3J$$

تمرين 3:

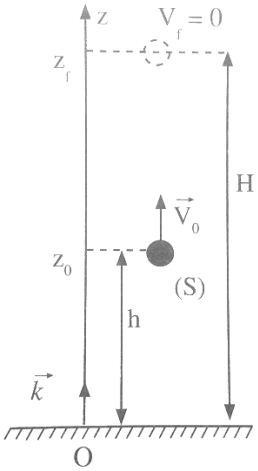
1- تحديد الإرتفاع الأقصى الذي تصل إليه الكويرة :

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على الكويرة بين لحظة إرسالها ولحظة وصولها الى الإرتفاع الأقصى، حيث تخضع الكويرة الى وزنها فقط ،نكتب :

$$Ec_f-Ec_i=W(\vec{P})$$

$$\frac{1}{2}mV_f^2-\frac{1}{2}mV_i^2=mg(z_i-z_f)$$

مع : $V_f=0$ و $V_i=V_0$ و $z_i=h$ و $z_f=H$ أنظر الشكل



$$-\frac{1}{2}mV_0^2=mg(h-H)$$

$$-\frac{1}{2}V_0^2=g(h-H)$$

$$H-h=\frac{V_0^2}{2g}$$

$$H=h+\frac{V_0^2}{2g}$$

ت.ع: $H=1,0+\frac{(4,0)^2}{2\times 9,80}$

$H=1,8m$

2- نطبق من جديد مبرهنة الطاقة الحركية بين الموضع A الذي يطابق الإرتفاع الأقصى والموضع B الذي يطابق سطح الأرض .

$Ec_B-Ec_B=W(\vec{P})$

بما أن الطاقة الحركية للكويرة عند وصولها للإرتفاع الأقصى منعدمة ($V_A=0$) نكتب :

$$\frac{1}{2}mV_2^2 = mgH$$

$$\frac{1}{2}V_2^2 = gH$$

$$V_2=\sqrt{2gH}$$

ت.ع:

$$V_2=\sqrt{2\times 9,80\times 1,8}$$

$$V_2=5,9m.s^{-1}$$

تمرين 4 :

1- حساب v_B سرعة الجسم عند النقطة B :

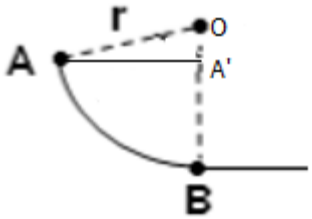
نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على الجسم بين A و B حيث يخضع الجسم الى قوتين : $\vec{P}$ وزنه و $\vec{R}$ تأثير السكة .

بما أن الأحتكاكات مهملة فإن شغل القوة $\vec{R}$ منعدم لأن اتجاه $\vec{R}$ عمودي المسار .

المبرهنة تكتب :

(1) $Ec(B)-Ec(A)=W(\vec{P})+W(\vec{R})$

لدينا : $Ec(A)=0$ لأن $V_A=0$ و $Ec(B)=\frac{1}{2}mV_B^2$



و $W(\vec{P})=mgh$

حيث $h=OB-OA'$ مع : $OB=OA=r$ و $\cos\alpha=\frac{OA'}{OB}=\frac{OA'}{r}$

نحصل على : $OA'=r.\cos\alpha$ و $h=r-r.\cos\alpha=r(1-\cos\alpha)$

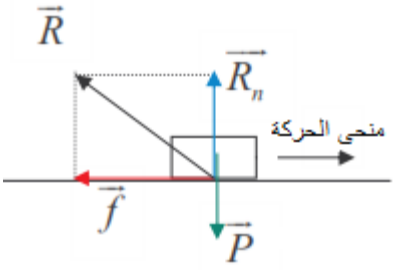
$$W(\vec{P})=mgr(1-cos\alpha)$$

العلاقة (1) تكتب :

$$\frac{1}{2}mV_B^2-0=mgr(1-cos\alpha)+0$$

$$V_B^2=2gr\,(1-cos\alpha)$$

$$V_B=\sqrt{2gr(1-cos\alpha)}$$



ت.ع: $V_B = \sqrt{2 \times 9{,}8 \times 0{,}6(1 - cos60°)}$

$V_B = 2{,}4 m.s^{-1}$

2- حساب شدة قوة الإحتكاك f

تخضع الجسم أثناء حركته الى :

- $\vec{P}$: وزنها.
- $\vec{R}$: تأثير سطح الأرض .

يمكن تفكيك القوة $\vec{R}$ الى مركبتين :

$\vec{R_N}$: المركبة المنظمية .

$\vec{f}$: المركبة المماسية وتسمى بقوة الإحتكاك .

حيث : $\vec{R} = \vec{R_N} + \vec{f}$

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية بين الموضعين B و C .

نكتب :

$$\Delta E_c = \sum(\vec{F})$$

$$Ec_f - Ec_i = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$$

$$Ec_i - Ec_f = W(\vec{P}) + W(\vec{R_N}) + W(\vec{f})$$

مع : $W(\vec{P}) = W(\vec{R_N}) = 0$ لأن اتجاه القوتان عموديان على السطح BC .

$Ec_i = \frac{1}{2}mv^2$ و $Ec_f = 0$ الجسم يتوقف عند النقطة C .

$$W(\vec{f}) = -fd$$

نحصل على :

$$\frac{1}{2}mv^2 = -fd$$

$$f = \frac{mv^2}{2d}$$

ت.ع:

$f = \frac{0{,}2 \times 2{,}4^2}{2 \times 0{,}8}$

$f = 0{,}72N$

تمرين 5 :

1- الطاقة الحركية للسيارة قبل تشغيل الفرامل :

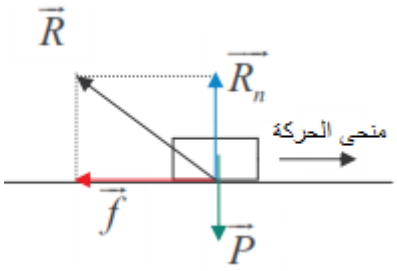
$Ec = \frac{1}{2}mv^2$

ت.ع:

$Ec = \frac{1}{2} \times 900 \times (\frac{100.10^3}{3600})^2$

$Ec = 347{,}2J$

2- جرد القوى المطبقة على السيارة وحساب شدة قوة الإحتكاك :



تخضع السيارة أثناء حركتها الى :

- $\vec{P}$: وزنها.
- $\vec{R}$: تأثير سطح الأرض .

يمكن تفكيك القوة $\vec{R}$ الى مركبتين :

$\vec{R}_N$: المركبة المنظمية .

$\vec{f}$: المركبة المماسية وتسمى بقوة الإحتكاك .

حيث : $\vec{R} = \vec{R}_N + \vec{f}$

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية بين لحظة تشغيل الفرامل ولحظة توقف السيارة ، نكتب :

$$\Delta E_c = \sum(\vec{F})$$
$$Ec_f - Ec_i = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$$
$$Ec_i - Ec_f = W(\vec{P}) + W(\vec{R}_N) + W(\vec{f})$$

مع : $W(\vec{P}) = W(\vec{R}_N) = 0$ لأن اتجاه القوتان عموديان على السطح

$Ec_i = \frac{1}{2}mv^2$ و $Ec_f=0$ السيارة تتوقف

$$W(\vec{f}) = -fd$$

نحصل على :

$$\frac{1}{2}mv^2 = -fd$$
$$f = \frac{mv^2}{2d}$$

ت.ع:

$f = \frac{900\times(\frac{100}{3,6})^2}{2\times86}$ نجد : f=4037,5N

3- حساب القدرة المتوسطة :

$$P_m = \frac{|W(\vec{f})|}{\Delta t} \Rightarrow P_m = \frac{fd}{\Delta t}$$

ت.ع:

$P_m = \frac{4037,5\times86}{5,6}$=62004,5W

$P_m = 62kW$

تمرين 6 :

1- حساب عزم مزدوجة الإحتكاك M_f :

بعد توقيف المحرك يبقى القرص خاضعا لتأثير وزنه $\vec{P}$ و تأثير المحور (Δ) $\vec{R}$ بالإضافة لقوى الإحتكاك عزمها M_f .

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على القرص بين لحظة توقيف المحرك ولحظة توقف القرص عن الدوران ، نكتب :

$$Ec_f - Ec_i = W(\vec{R}) + W(\vec{P}) + W_f \quad (1)$$

حيث :

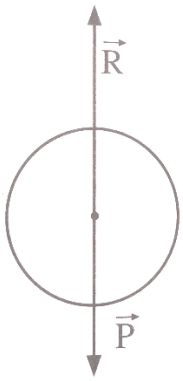
$Ec_f = 0$ لأن القرص يتوقف

$Ec_i = \frac{1}{2} J_\Delta \omega^2$

$W(\vec{R}) = W(\vec{P}) = 0$ لأن خطا تأثيرها يمران من محور الدوران (Δ) .

$W_f = M_f \Delta\theta$ و $\Delta\theta = 2\pi n$

n عدد الدورات و $\Delta\theta$ زاوية الدوان التي دار بها القرص خلال الحركة .



العلاقة (1) تصبح :

$$-\frac{1}{2} J_\Delta \omega^2 = M_f \Delta\theta$$

$$M_f = -\frac{J_\Delta \omega^2}{2\Delta\theta} \Rightarrow M_f = -\frac{J_\Delta \omega^2}{4\pi n}$$

ت.ع:

$$M_f = -\frac{3.10^{-2}(45\times 2\pi)^2}{4\pi\times 120}$$

$$M_f = -1{,}6 N.m$$

2- شغل المحرك W_m :

ينضاف الى القوى السابقة تأثير مزدوجة المحرك ، مبرهنة الطاقة الحركية تكتب :

$$Ec_f - Ec_i = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) + W_f + W_m \quad (2)$$

بما أن حركة دوران القرص منتظمة ، فإن السرعة الزاوية ثابتة ومنه :

$Ec_f = Ec_i = 0$

$W(\vec{R}) = W(\vec{P}) = 0$

العلاقة (2) تصبح :

$$0 = W_f + W_m \Rightarrow W_m = -W_f \Rightarrow W_m = -M_f \Delta\theta$$

لدينا : $\Delta\theta = \omega \Delta t$

نستنتج :

$$W_m = -M_f \omega \Delta t$$

ت.ع:

$$W_m = -(1{,}6)\times 45\times 2\pi \times 60$$

$$W_m = 27{,}1 J$$

استنتاج قدرة المحرك :

$$P_m = \frac{W_m}{\Delta t} \Rightarrow P_m = \frac{-M_f \Delta\theta}{\Delta t}$$

$$P_m = \frac{-M_f \omega \Delta t}{\Delta t} \Rightarrow P_m = -M_f \omega$$

ت.ع:

$$P_m = -(-1{,}6) \times 45 \times 2\pi$$

$$P_m = 452W$$

تمرين 7:

1- حساب Δt :

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على الأسطوانة بين لحظة انطلاقها في الدوران ولحظة وصولها الى التردد f=20Hz .

تخضع الأسطوانة للقوى التالية :

- $\vec{P}$: وزنها
- $\vec{R}$: تـأثيرمحور الدوران .
- C المزدوجة المحركة عزمها : M .

المبرهنة تكتب :

$$Ec-Ec_0=W(\vec{P})+W(\vec{R})+M$$

حيث : $Ec=\frac{1}{2}J_\Delta\omega^2$ و $Ec_0=0$

$W(\vec{P})=W(\vec{R})=0$ لأن خطي تأثير القوتين تمران من محور الدوران .

$M=P\Delta t$

نحصل على :

$$\frac{1}{2}J_\Delta\omega^2 = P\Delta t$$

لدينا : $J_\Delta = \frac{1}{2}mr^2$ و $\omega = 2\pi f$

نستنتج أن : $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}mr^2.4\pi^2f^2 = P\Delta t$

$$mr^2\pi^2f^2 = P\Delta t$$

$$\Delta t = \frac{mr^2\pi^2f^2}{P}$$

ت.ع:

$$\Delta t = \frac{1{,}0\times(5{,}0.10^{-2})^2\times\pi^2\times(20)^2}{1{,}5}$$

$$\Delta t = 6{,}58s$$

2- عزم مزدوجة الإحتكاك M :
نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على الأسطوانة بين لحظة إيقاف المحرك ولحظة توقف الأسطوانة.
تخظع الأسطوانة خلال هذه المدة الى تأثير $\vec{R}$ و $\vec{P}$ بالإضافة الى مزدوجة الإحتكاك التي عزمها M .
نكتب :

$$\frac{1}{2}J_\Delta\omega_f^2 - \frac{1}{2}J_\Delta\omega_i^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) + W$$

حيث : $\omega_f = 0$ تتوقف الأسطوانة
و $\omega_i = 2\pi f$
$W(\vec{R}) = W(\vec{P}) = 0$ لأن نقطة تأثير القوتين ثابتتين .
$W = M.\Delta\theta$ مع $\Delta\theta = 2\pi n$ وى يمثل عدد الدورات المنجزة .
نحصل على :

$$-\frac{1}{2}J_\Delta(2\pi f)^2 = M2\pi n$$

$$-J_\Delta\pi f^2 = Mn$$

$$J_\Delta = \frac{1}{2}mr^2 \text{ مع } M = -\frac{J_\Delta\pi f^2}{n}$$

$$M = -\frac{m\pi r^2 f^2}{2n}$$

ت.ع:

$$M = -\frac{1{,}0\times\pi\times(5{,}0.10^{-2})\times(20)^2}{2\times980}$$

$$M = -1{,}6.10^{-3}\text{N.m}$$

تمرين 8:

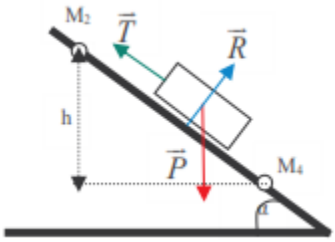
1- 1.1- حساب السعة اللحظية في كل من الموضعين M_2 و M_4 :

$$v_2 = \frac{M_1M_3}{2\tau} == \frac{2.10^{-2}}{2\times40.10^{-3}} \Rightarrow v_2 = 0{,}25m.s^{-1}$$

$$v_4 = \frac{M_3M_5}{2\tau} = \frac{3{,}6.10^{-2}}{2\times40.10^{-3}} \Rightarrow v_4 = 0{,}45m.s^{-1}$$

1.2- نبين تعبير توتر الخيط :
فوق النضد يوجد الخيال تحت تأثير ثلاث قوى :

- $\vec{P}$: وزنه
- $\vec{R}$:تاثير النضد المائل . بما أن الإحتكاكات مهملة فإن إتجاه $\vec{R}$ عمودي على سطح التماس .
- $\vec{T}$: توتر الخيط .



نطبق مبرهنة الطاقة الحركية بين الموضعين M_2 و M_4 :

(1) $Ec_4 - Ec_2 = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) + W(\vec{T})$

$W(\vec{R}) = 0$ لأن اتجاه القوة عمودي على السطح.

$$W(\vec{T}) = \vec{T}.\overrightarrow{M_2M_4} = TM_2M_4\cos\pi = -T.M_2M_4$$

$W(\vec{P}) = mgh$ مع $h = M_2M_4\sin\alpha$ أي : $\sin\alpha = \frac{h}{M_2M_4}$

نحصل على :

$$W(\vec{P}) = mgM_2M_4\sin\alpha$$

العلاقة (1) تكتب :

$$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_4^2 = mgM_2M_4\sin\alpha - TM_2M_4$$

$$TM_2M_4 = mgM_2M_4sin\alpha - (\frac{1}{2}mv_4^2 - \frac{1}{2}mv_2^2)$$

$$T = mg\sin\alpha - \frac{m}{2M_2M_4}(v_2^2 - v_4^2)$$

$$T = m(g\sin\alpha - \frac{v_4^2 - v_2^2}{2M_2M_4})$$

$$T = 400.10^{-3}(9{,}81 \times mgM_2M_4\sin 20° - \frac{0{,}45^2 - 0{,}25^2}{2 \times 2{,}8.10^{-2}}$$

$$T = 2{,}6N$$

1.3-تحديد عزم قصور البكرة :

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على البكرة أثناء دورانها بين لحظتين تسجيل الموضعين M_2 و M_4 .

تخضع البكرة الى ثلاث قوى أثناء الدوران :

- $\overrightarrow{P'}$: وزنها
- $\overrightarrow{T'}$: تأثي محور الدوران
- $\overrightarrow{T'}$: تأثير الخيط

لدينا : $W(\overrightarrow{P'}) = W(\overrightarrow{R'}) = 0$ لأن خطي تأثيرهما يقاطه محور الدوران

كما أن : $\vec{T} = -\overrightarrow{T'}$ أي : $W(\vec{T}) = -W(\overrightarrow{T'})$

مبرهنة الطاقة الحركية تكتب :

$$\frac{1}{2}J_\Delta\omega_4^2 - \frac{1}{2}J_\Delta\omega_2^2 = W\left(\overrightarrow{P'}\right) + W\left(\overrightarrow{R'}\right) + W(\overrightarrow{T'})$$

لدينا :

$$\omega_4 = \frac{v_4}{r} \quad \text{و} \quad \omega_2 = \frac{v_2}{r}$$

$$\frac{1}{2}J_\Delta\left\{(\frac{v_4}{r})^2 - (\frac{v_2}{r})^2\right\} = T.M_2M_4$$

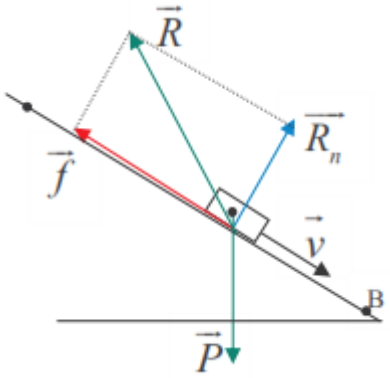
$$J_\Delta(\frac{V_2^2 - v_4^2}{r}) = 2T.M_2M_4$$

$$J_\Delta = \frac{2T.M_2M_4}{v_2^2 - v_4^2}$$

ت.ع:

$$J_\Delta = \frac{2\times 20.10^{-2}\times 1{,}9\times 2{,}8.10^{-2}}{0{,}45^2 - 0{,}25^2}$$
$$J_\Delta = 0{,}15N.m^2$$

2.1- لتحديد طبيعة التماس بين الجسم (S) والنضد نحسب $W(\vec{R})$:
إذا كان $W(\vec{R}) = 0$ التماس يتم بدون احتكاك .
إذا كان $W(\vec{R}) < 0$ التماس يتم باحتكاك .



نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على الخيال (S) بين النقطتين A و B :

(2) $Ec_B - Ec_A = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$

لدينا :

$$W(\vec{P}) = mgh$$

مع : $h = AB\sin\alpha$

$$W(\vec{P}) = mgAB\sin\alpha$$

العلاقة (2) تكتب :

$$W(\vec{R}) = Ec_A - Ec_B - W(\vec{P})$$

$$W(\vec{R}) = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 - mgAB\sin\alpha$$

$$W(\vec{R}) = m\left[\left(\frac{v_B^2 - v_A^2}{2}\right) - g.AB\sin\alpha\right]$$

ت.ع: $W(\vec{R})=400.10^{-3}\left[\frac{1,5^2-1^2}{2}\right] - 9,81 \times 40.10^{-2} \times \sin 20°$

$$W(\vec{R}) = -1,2J$$

2.2- استنتاج f قوة الإحتكاك :

$$W(\vec{R}) = W(\vec{R}_n) + W(\vec{f})$$

$W(\vec{R}_n) = 0$ لأن $\vec{R}_n$ عمودية على سطح التماس

$$W(\vec{f}) = \vec{f}.\overrightarrow{AB} = f.AB\cos\pi = -fAB$$

$$W(\vec{R}) = -f.AB$$

$$f = -\frac{W(\vec{R})}{AB}$$

ت.ع:

$$f = -\frac{(-1,2.10^{-1})}{40.10^{-2}}$$

$$f = 0,3N$$

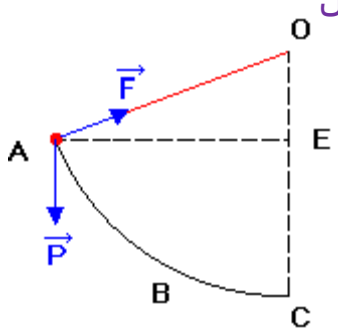
تمرين 9:

1- جرد القوى وتمثيل متجهتها :

تخضع الكرة الى قوتين :

- $\vec{P}$: وزن الكرة
- $\vec{F}$: توتر الخيط

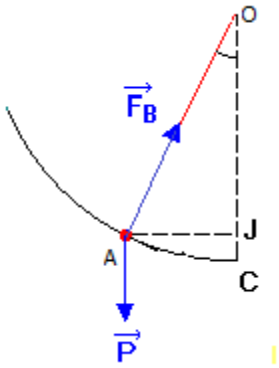
تمثيل متجهات القوتين أنظر الشكل



2- حساب سرعة الكرة أثناء مرورها من موضع توازنها .

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على الكرة بين الموضعين A و C نكتب :

(1) $Ec(C)-Ec(A)=W(\vec{P})+W(\vec{F})$



مع : $W(\vec{F})=0$ لأن أتجاه $\vec{F}$ عمودي على المسار .

$Ec(A)=\frac{1}{2}mv_A{}^2=0$ لأن سرعة الكرة تنعدم عند A .

$Ec(C)=\frac{1}{2}mv_C{}^2$

$W(\vec{P})=mgh$

مع : $h=JC=OC-OJ$ و $\cos\theta=\frac{OJ}{OB}$ ومنه : $h=L\cos\theta$

$W(\vec{P})=mg(L-L\cos\theta)$

$W(\vec{P})=mgL(1-cos\theta)$

العلاقة (1) تكتب :

$0+\frac{1}{2}mv_C{}^2=mgL(1-\cos\theta)$

$$\frac{1}{2}v_C{}^2=gL(1-cos\theta)$$

$$v_C=\sqrt{2gL(1-cos\theta)}$$

ت.ع: $v_C=\sqrt{2\times 9{,}8\times 1\times(1-cos70°)}$

$$v_C=3{,}59m.s^{-1}$$

3- الزاوية القصوية θ_m لانحراف الخيط :

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على الكرة بين موضع التوازن وموضع الإنحراف القصوي للخيط .

$$Ec_f - Ec_i=W(\vec{P})+W(\vec{F})$$

$Ec_f=0$

$Eci=0{,}98J$

مع $h=L(1-\cos\alpha_m)$ $W(\vec{P})=-mgh$

شغل الوزن سالب لأن الجسم يصعد $W(\vec{P})=-mgL(1-cos\theta_m)$

لأن اتجاه $\vec{F}$ عمودي على المسار . $W(\vec{F})=0$

المبرهنة تكتب :

$$0-Ec_i=-mgL(1-cos\theta_m)+0$$

$$1-\cos\theta_m=\frac{-Ec_i}{-mgL}$$

$$-\cos\theta_m=-1+\frac{Ec_i}{mgL}$$

ت.ع: $\cos\theta_m = 1 - \frac{0,98}{200.10^{-3} \times 9,8 \times 1} = 0,5$

$$\theta_m = \cos^{-1}(0,5) = 60$$