

في جميع التمارين تؤخذ $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$

تمرين 1

أحسب الطاقة الحركية لأسطوانة كتلتها $m = 20 \text{ kg}$ وشعاعها $R = 40 \text{ cm}$ في كل من الحالتين:

(1) الأسطوانة في إزاحة بسرعة $v = 20 \text{ m.s}^{-1}$

(2) الأسطوانة في دوران حول محورها الثابت بسرعة زاوية تساوي $\omega = 50 \text{ rad.s}^{-1}$.

تمرين 2

تسقط كرية كتلتها $m = 15,0 \text{ g}$ بدون سرعة بدئية من نقطة O تقع على ارتفاع $h = 18,0 \text{ m}$ من سطح الأرض. تهمل مقاومة الهواء.

أحسب قيمة الطاقة الحركية للكرية عند وصولها سطح الأرض ثم قيمة سرعتها.

تمرين 3

ينزلق جسم صلب، بدون سرعة بدئية، على سطح مستو ومائل بالزاوية α بالنسبة للمستوى الأفقي. بعد أن يقطع المسافة $d = 10 \text{ m}$ تصبح سرعته $v = 8,0 \text{ m.s}^{-1}$. تهمل جميع الاحتكاكات. أحسب قيمة الزاوية α .

تمرين 4

لتحرك (S) كتلته $m = 1,5.10^3 \text{ kg}$ حركة إزاحة مستقيمة منتظمة بسرعة تساوي $v = 30 \text{ km.h}^{-1}$ عند اللحظة $t = 0$ تطبق

على (S) قوة \vec{F} في اتجاه ومنحى الحركة قدرتها ثابتة تساوي $P = 66 \text{ kW}$.

1. أحسب قيمة سرعة (S) عند اللحظة $t = 10 \text{ s}$.

2. استنتج شدة القوة \vec{F} عند هذه اللحظة.

تمرين 5

ينزل منزلق كتلته $m = 70 \text{ kg}$ منحدرًا ميله 15% ، بسرعة بدئية $v_A = 5 \text{ m.s}^{-1}$. بعد أن قطع المسافة $AB = 50 \text{ m}$ صارت سرعته

$v_B = 10 \text{ m.s}^{-1}$. يفترض أن القوة المرتبطة بتأثير سطح التماس على المنزلق ثابتة.

1. حدد شغل هذه القوة على المسار AB .

2. أحسب شدتها.

تمرين 6

يتحرك جسم صلب (S) كتلته $m = 200 \text{ g}$ على سكة تنتمي لمستوى رأسي وتكون من جزأين:

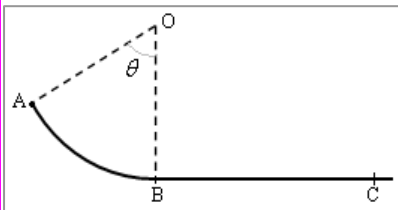
- جزء دائري AB مركزه O وشعاعه $r = 60 \text{ cm}$ بحيث $\widehat{AOB} = \theta = 60^\circ$ ،

- جزء مستقيم BC .

ينطلق (S) من النقطة A بدون سرعة بدئية.

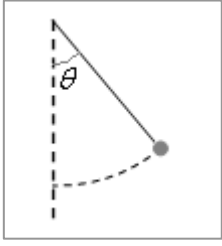
1. باعتبار الاحتكاكات مهملة على المسار AB ، أحسب قيمة سرعة (S) في النقطة B .

2. يقطع (S) المسافة $BC = 80 \text{ cm}$ ثم يتوقف. أحسب شدة قوة الاحتكاك باعتبارها ثابتة.



تمرين 7

تعلق كرية كتلتها $m = 50 \text{ g}$ بطرف خيط كتلته مهملة وطوله $l = 30 \text{ cm}$. تدار المجموعة (خيط+كرية) بالزاوية $\theta = 40^\circ$ ثم تحرر بدون سرعة بدئية. تهمل قوى الاحتكاك. حدد سرعة الكرية عند مرورها بموضع توازنها.

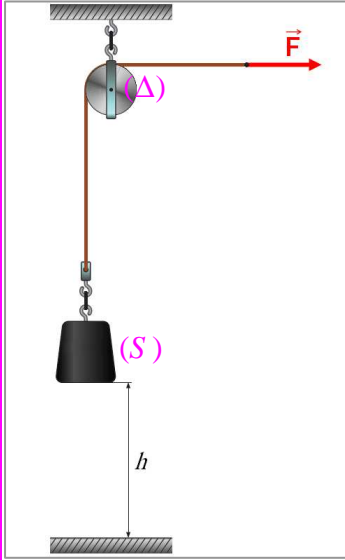


تمرين 8

تدور أسطوانة حول محورها (Δ) بسرعة تساوي $45 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$ ، عندما يوقف المحرك الذي يدير الأسطوانة، تتوقف هذه الأخيرة بعد أن تنجز 120 دورة. عزم القصور للأسطوانة يساوي $J_{\Delta} = 3.10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.
1. حدد قيمة عزم مزدوجة الاحتكاك باعتباره ثابتا.
2. يشغل المحرك من جديد، فتدور الأسطوانة بسرعة ثابتة $45 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$. أحسب شغل المحرك خلال دقيقة وقدرته.

تمرين 9

لرفع جسم صلب (S) كتلته $m = 100 \text{ kg}$ ، يستعمل التركيب الممثل في الشكل جانبه. البكرة متجانسة وقابلة للدوران حول محور أفقي (Δ) مار من مركزها، شعاعها $R = 10 \text{ cm}$ وعزم قصورها بالنسبة للمحور (Δ) هو $J_{\Delta} = 5.10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. يطبق في طرف الحبل قوة \vec{F} اتجاهها أفقي وشدتها ثابتة، فينطلق الجسم (S) بدون سرعة بدئية ليصل ارتفاعه $h = 5 \text{ m}$ وسرعته $v = 4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.
1. بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية على الجسم (S) أوجد شدة القوة التي يطبقها الحبل على (S).
2. بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية على البكرة أوجد شدة القوة \vec{F} .



تمرين 1

1 الطاقة الحركية للأسطوانة في إزاحة:

$$E_c = \frac{1}{2} \times 20 \times 20^2 = \underline{4,0.10^3 J} \quad \text{ت.ع.} \quad E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

2 الطاقة الحركية للأسطوانة في دوران حول محورها الثابت:

$$E_c = \frac{1}{4} \times 20 \times 0,40^2 \times 50^2 = \underline{2,0.10^3 J} \quad \text{ت.ع.} \quad E_c = \frac{1}{2} J_{\Delta} \omega^2 = \frac{1}{4} m R^2 \omega^2$$

تمرين 2

قيمة الطاقة الحركية للكروية عند وصولها سطح الأرض وقيمة سرعتها:

يمكن حل المسألة بتطبيق م.ط.ح. على الكروية بين موضع إطلاقها و موضع سقوطها على الأرض.

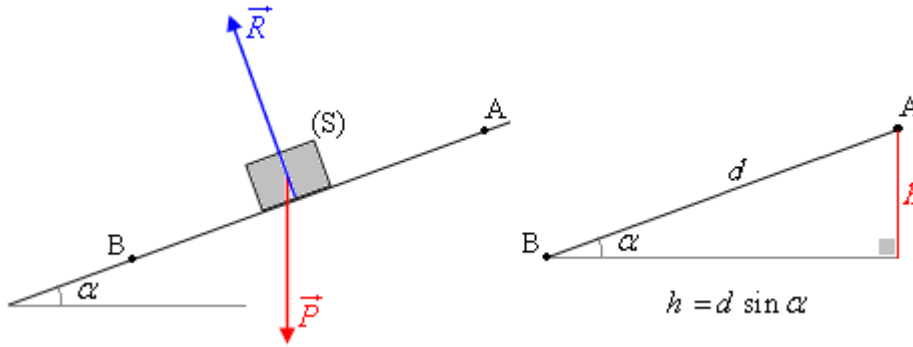
$$E_c = 15,0 \times 10^{-3} \times 9,81 \times 18,0 = \underline{2,65 J} \quad \text{ت.ع.} \quad E_c = mgh \quad \leftarrow \quad E_c - 0 = W(\vec{P}) \quad \leftarrow \quad \Delta E_c = \Sigma W$$

$$v = \sqrt{2 \times 9,81 \times 18,0} = \underline{18,8 m.s^{-1}} \quad \text{ت.ع.} \quad v = \sqrt{2gh} \quad \leftarrow \quad E_c = \frac{1}{2} m v^2 \quad \leftarrow \quad \text{ثم بما أن: } E_c \text{ يستنتج:}$$

تمرين 3

حساب قيمة الزاوية α :

تحل المسألة بتطبيق م.ط.ح. على (S) بين الموضعين البدئي A والنهائي B.

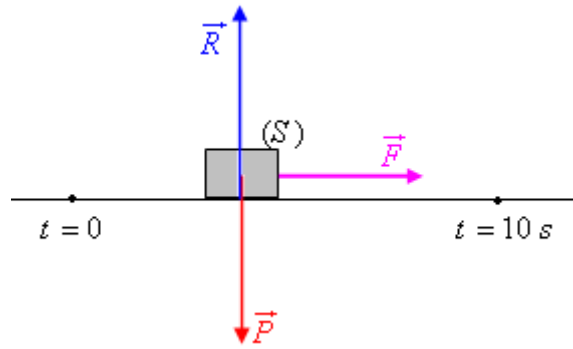


$$\frac{1}{2} m v^2 = mgd \sin \alpha \quad \leftarrow \quad \frac{1}{2} m v^2 - 0 = mgh + 0 \quad \leftarrow \quad E_{cB} - E_{cA} = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) \quad \leftarrow \quad \Delta E_c = \Sigma W$$

$$\underline{\alpha = 19,0^\circ} \quad \leftarrow \quad \sin \alpha = \frac{8,0^2}{2 \times 9,81 \times 10} = 0,326 \quad \text{ت.ع.} \quad \sin \alpha = \frac{v^2}{2gd} \quad \leftarrow$$

تمرين 4

1. قيمة سرعة (S) عند اللحظة $t = 10 \text{ s}$
تطبق م.ط.ح. على (S) بين اللحظتين $t = 0$ و $t = 10 \text{ s}$.



$$\frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv^2 = 0 + 0 + \mathcal{P} \cdot \Delta t \leftarrow E_c - E_{c0} = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) + W(\vec{F}) \leftarrow \Delta E_c = \Sigma W$$

$$v' = \sqrt{v^2 + \frac{2\mathcal{P} \cdot \Delta t}{m}} \leftarrow$$

$$v' = 30,8 \times 3,6 = \underline{111 \text{ km.h}^{-1}} \text{ أي } v' = \sqrt{\left(\frac{30}{3,6}\right)^2 + \frac{2 \times 66 \times 10^3 \times (10-0)}{1,5 \cdot 10^3}} = 30,8 \text{ m.s}^{-1} \text{ ت.ع.}$$

2. شدة القوة \vec{F} عند اللحظة $t = 10 \text{ s}$

قدرة القوة \vec{F} عند اللحظة $t = 10 \text{ s}$ هي: $\mathcal{P} = \vec{F} \cdot \vec{v}' = Fv'$ (في اتجاه ومنحى الحركة إذن مستقيمة مع \vec{v}' ولهما نفس المنحى)

$$F = \frac{66 \times 10^3}{30,8} = \underline{2,1 \cdot 10^3 \text{ N}} \text{ ت.ع. } F = \frac{\mathcal{P}}{v'} \leftarrow$$

تمرين 5

1. شغل القوة المرتبطة بتأثير تماس على المتزلج:

تطبيق م.ط.ح. على المتزلج بين الموضعين A و B: $E_{cB} - E_{cA} = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = mg \cdot AB \cdot \sin \alpha + W(\vec{R}) \leftarrow$$

$$W(\vec{R}) = \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) - mg \cdot AB \cdot \sin \alpha \leftarrow$$

$$W(\vec{R}) = 0,5 \times 70 \times (10^2 - 5^2) - 70 \times 9,81 \times 50 \times 0,15 = \underline{-2,5 \cdot 10^3 \text{ J}} \text{ ت.ع.}$$

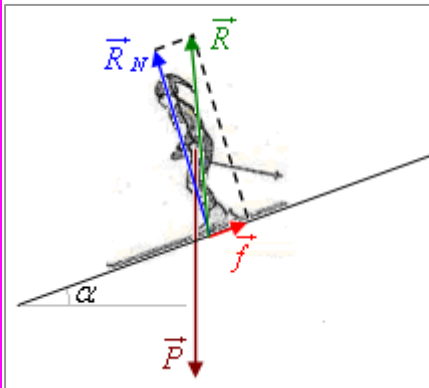
2. شدة القوة المرتبطة بتأثير تماس على المتزلج:

$$f = -\frac{W(\vec{R})}{AB} \leftarrow -f \cdot AB = W(\vec{R}) \leftarrow W(\vec{R}) = W(\vec{f}) \text{ تحديد } f:$$

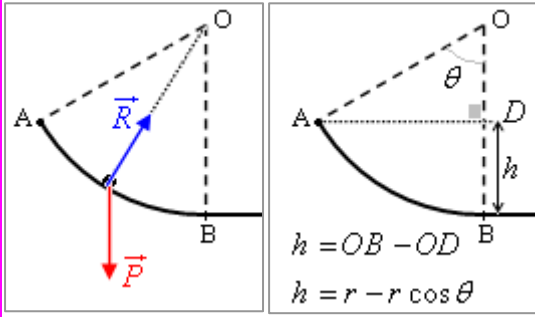
تحديد R_N : المتزلج لا يتحرك منظميا: \vec{P}_N و \vec{R}_N متعادلتان: $R_N = mg \cdot \cos \alpha$

$$R = \sqrt{R_N^2 + f^2} \text{ استنتاج } R:$$

$$R \approx 681 \text{ N} \leftarrow R_N = 678,9 \text{ N} \text{ و } f = 50,5 \text{ N} \text{ ت.ع.}$$



تمرين 6



1. قيمة سرعة (S) في النقطة B :

تطبيق م.ط.ح. على الجسم (S) بين الموضعين A و B :

$$E_{cB} - E_{cA} = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - 0 = mg \cdot r \cdot (1 - \cos \theta) + 0 \quad \leftarrow$$

$$v_B = \sqrt{2g \cdot r \cdot (1 - \cos \theta)} \quad \leftarrow$$

$$v_B = \sqrt{2 \times 9,81 \times 0,60 \times (1 - \cos 60^\circ)} = \underline{2,4 \text{ m.s}^{-1}} \quad \text{ت.ع.}$$

2. شدة قوة الاحتكاك :

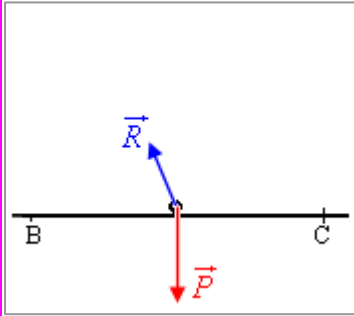
تطبيق م.ط.ح. على الجسم (S) بين الموضعين B و C :

$$E_{cC} - E_{cB} = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$$

$$0 - \frac{1}{2}mv_B^2 = 0 - f \cdot BC \quad \leftarrow$$

$$f = \frac{mv_B^2}{2BC} \quad \leftarrow$$

$$f = \frac{0,200 \times 2,4^2}{2 \times 0,80} = \underline{0,7 \text{ N}} \quad \text{ت.ع.}$$



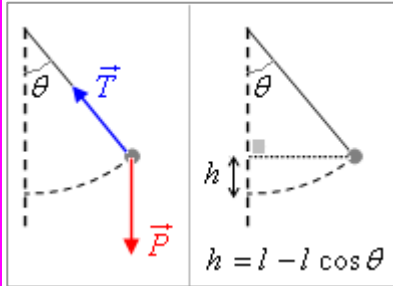
تمرين 7

تطبيق م.ط.ح. على الكرية بين الموضعين البدئي و النهائي (موضع توازنها):

$$\frac{1}{2}mv^2 - 0 = mg \cdot l \cdot (1 - \cos \theta) + 0 \quad \leftarrow \quad E_c - E_{c0} = W(\vec{P}) + W(\vec{T})$$

$$v_B = \sqrt{2g \cdot l \cdot (1 - \cos \theta)} \quad \leftarrow$$

$$v = \sqrt{2 \times 9,81 \times 0,30 \times (1 - \cos 40^\circ)} = \underline{1,2 \text{ m.s}^{-1}} \quad \text{ت.ع.}$$



تمرين 8

1. قيمة عزم مزدوجة الاحتكاك:

تطبيق م.ط.ح. على الأسطوانة بين لحظة توقيف المحرك و لحظة توقفها:

$$0 - \frac{1}{2}J_\Delta \omega^2 = 0 + 0 + \mathcal{M}_f \cdot \Delta \theta \quad \leftarrow \quad E_c - E_{c0} = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) + W_f$$

$$\mathcal{M}_f = -\frac{J_\Delta \omega^2}{2\Delta \theta} \quad \leftarrow$$

$$\Delta \theta = 2\pi n = 2\pi \times 120 = 240\pi \text{ rad}$$

$$\omega = N (\text{tr. min}^{-1}) \times \frac{2\pi}{60} = 45 \times \frac{2\pi}{60} = 1,5\pi \text{ rad.s}^{-1} \quad \text{ت.ع.}$$

$$\mathcal{M}_f = -\frac{3 \cdot 10^{-2} \times (1,5\pi)^2}{2 \times 240\pi} = \underline{-4,4 \cdot 10^{-4} \text{ N.m}}$$

خلال مرحلة التوقف تخضع الأسطوانة لوزنها \vec{P} و تأثير المحور \vec{R} و مزدوجة الاحتكاك ذات العزم \mathcal{M}_f . عزم \vec{P} و \vec{R} منعدمان لأن خطي تأثيرهما يتقاطعان مع المحور (Δ)، و بالتالي شغلاهما منعدمان.

2 - شغل المحرك خلال دقيقة:

خلال مرحلة التشغيل تخضع الأسطوانة لوزنها \vec{P} و تأثير المحور \vec{R} و مزدوجة الاحتكاك ذات العزم \mathcal{M}_f و مزدوجة المحرك ذات الشغل W_m .

تطبيق م.ط.ح. على الأسطوانة بين لحظتين تفصل بينهما المدة $t = 1 \text{ min}$:

$$E_c - E_{c0} = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) + W_f + W_m$$

$$0 = 0 + 0 + \mathcal{M}_f \cdot \Delta\theta + W_m \quad \leftarrow$$

$$0 = \mathcal{M}_f \cdot \omega \cdot \Delta t + W_m \quad \leftarrow$$

$$W_m = -\mathcal{M}_f \cdot \omega \cdot \Delta t \quad \leftarrow$$

$$W_m = -(-4,4 \cdot 10^{-4}) \times 1,5\pi \times 60 = \underline{0,124 \text{ J}} \quad \text{ت.ع.}$$

- قدرة المحرك:

$$\underline{\mathcal{P} = 2,0 \text{ mW}} \quad \leftarrow \quad \mathcal{P} = \frac{0,124}{60} = \underline{2,0 \cdot 10^{-3} \text{ W}} \quad \text{ت.ع.} \quad \mathcal{P} = \frac{W_m}{\Delta t}$$

تمرين 9

1. شدة القوة التي يطبقها الجبل على (S) :

تطبيق م.ط.ح. على الجسم (S) بين الموضعين البدئي والنهائي بعد قطع (S) المسافة $h = 5 \text{ m}$:

$$E_c - E_{c0} = W(\vec{P}) + W(\vec{T})$$

$$\frac{1}{2}mv^2 - 0 = -mgh + Th \quad \leftarrow$$

$$T = m \left(\frac{v^2}{2h} + g \right) \quad \leftarrow$$

$$T = 100 \times \left(\frac{4^2}{2 \times 5} + 9,81 \right) = \underline{1141 \text{ N}} \quad \text{ت.ع.}$$

2 شدة القوة \vec{F} :

تطبيق م.ط.ح. على البكرة بين الموضعين البدئي والنهائي بعد قطع (S) المسافة $h = 5 \text{ m}$:

$$E_c - E_{c0} = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) + W(\vec{F}) + W(\vec{T}')$$

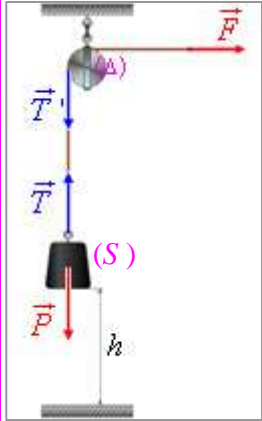
$$\left| \begin{aligned} W(\vec{F}) &= \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) \cdot \Delta\theta = +FR \cdot \Delta\theta = +F \cdot h \quad (R \cdot \Delta\theta = h) \\ W(\vec{T}') &= \mathcal{M}_\Delta(\vec{T}') \cdot \Delta\theta = -T'R \cdot \Delta\theta = -T \cdot h \quad (T = T') \end{aligned} \right.$$

$$\frac{1}{2}J_\Delta \omega^2 - 0 = 0 + 0 + (F - T) \cdot h \quad \leftarrow$$

$$\frac{1}{2}J_\Delta \frac{v^2}{R^2} = (F - T) \cdot h \quad \leftarrow$$

$$F = \frac{J_\Delta \cdot v^2}{2R^2 \cdot h} + T \quad \leftarrow$$

$$F = \frac{5 \cdot 10^{-3} \times 4^2}{2 \times 0,10^2 \times 5} + 1141 = \underline{1142 \text{ N}} \quad \text{ت.ع.}$$



تخضع البكرة لوزنها \vec{P} و تأثير المحور \vec{R} و تأثير الخيط \vec{T}' و تأثير القوة \vec{F} . عزم \vec{P} و \vec{R} منعدمان لأن خطي تأثيرهما يتقاطعان مع المحور (Δ)، و بالتالي شغلاهما منعدمان. (لم يمثل في الشكل)