★★

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
المسالك الدولية - خيار فرنسية
الدورة العادية 2017
- الموضوع -

NS 22F

ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ
ⴷ ⵓⵙⵎⵓⵜⵜⴳ ⴰⵥⵣⴰⵏⴰⵏ
ⴷ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⴼⵍⵍⴰ ⴷ ⵓⵔⵣⵣⵓ ⴰⵎⴰⵙⵙⴰⵏ

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني
والتعليم العالي والبحث العلمي

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية – خيار فرنسية	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- **L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;**
- **Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;**
- **L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.**

COMPOSANTES DU SUJET

- L'épreuve est composée de trois exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	**Géométrie dans l'espace.**	**3 points**
Exercice 2	**Calcul de probabilités.**	**3 points**
Exercice 3	**Nombres complexes.**	**3 points**
Problème	**Etude d'une fonction numérique, calcul intégral et suites numériques.**	**11 points**

- Concernant le problème, ln désigne la fonction logarithme népérien.

Exercice 1 (3 points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, on considère le plan (P) passant par le point $A(0,1,1)$ et dont $\vec{u}\,(1,0,-1)$ est un vecteur normal et la sphère (S) de centre le point $\Omega(0,1,-1)$ et de rayon $\sqrt{2}$

0.5 1) a) Montrer que $x-z+1=0$ est une équation cartésienne du plan (P)

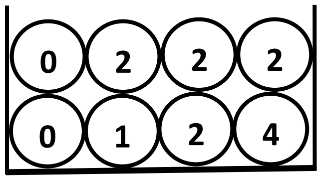
0.75 b) Montrer que le plan (P) est tangent à la sphère (S) et vérifier que $B(-1,1,0)$ est le point de contact.

0.25 2) a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par le point A et orthogonale au plan (P)

0.75 b) Montrer que la droite (Δ) est tangente à la sphère (S) au point $C(1,1,0)$

0.75 3) Montrer que $\overrightarrow{OC}\wedge\overrightarrow{OB}=2\vec{k}$ et en déduire l'aire du triangle OCB

Exercice 2 (3 points)



Une urne contient huit boules indiscernables au toucher portant chacune un nombre comme indiqué sur la figure ci-contre.

On tire au hasard, simultanément, trois boules de l'urne.

1.5 1) Soit A l'événement : « Parmi les trois boules tirées, aucune boule ne porte le nombre 0 »

et B l'événement : « Le produit des nombres portés par les trois boules tirées est égal à 8 »

Montrer que $p(A)=\dfrac{5}{14}$ et que $p(B)=\dfrac{1}{7}$

2) Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le produit des nombres portés par les trois boules tirées.

0.5 a) Montrer que $p(X=16)=\dfrac{3}{28}$

1 b) Le tableau ci-contre concerne la loi de probabilité de la variable aléatoire X

x_i	0	4	8	16
$p(X=x_i)$				$\dfrac{3}{28}$

Recopier sur votre copie et compléter le tableau en justifiant chaque réponse.

Exercice 3 (3 points)

On considère les nombres complexes a et b tels que $a=\sqrt{3}+i$ et $b=\sqrt{3}-1+\left(\sqrt{3}+1\right)i$

0.25 1) a) Vérifier que $b=(1+i)a$

0.5 b) En déduire que $|b|=2\sqrt{2}$ et que $\arg b\equiv\dfrac{5\pi}{12}\ [2\pi]$

0.5 c) Déduire de ce qui précède que $\cos\dfrac{5\pi}{12}=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

2) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$

On considère les points A et B d'affixes respectives a et b et le point C d'affixe c telle que $c=-1+i\sqrt{3}$

0.75 a) Vérifier que $c=ia$ et en déduire que $OA=OC$ et que $\left(\overline{\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OC}}\right)\equiv\dfrac{\pi}{2}\ [2\pi]$

0.5 b) Montrer que le point B est l'image du point A par la translation de vecteur $\overrightarrow{OC}$

0.5 c) En déduire que le quadrilatère $OABC$ est un carré.

Problème (11 points)

I- Soit g la fonction numérique définie sur l'intervalle $]0,+\infty[$ par : $g(x)=x^2+x-2+2\ln x$

0.25 1) Vérifier que $g(1)=0$

1 2) A partir du tableau de variations de la fonction g ci-dessous :

x	0 $\qquad\qquad$ $+\infty$
$g'(x)$	$+$
$g(x)$	$-\infty$ $\nearrow$ $+\infty$

Montrer que $g(x)\leq 0$ pour tout x appartenant à l'intervalle $]0\,,1]$

et que $g(x)\geq 0$ pour tout x appartenant à l'intervalle $[1\,,+\infty[$

II-On considère la fonction numérique f définie sur l'intervalle $]0,+\infty[$ par: $f(x)=x+\left(1-\dfrac{2}{x}\right)\ln x$

Soit (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ (unité: $1cm$)

0.5 1) Montrer que $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=+\infty$ et interpréter géométriquement le résultat.

0.25 2) a) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

0.75 b) Montrer que la courbe (C) admet au voisinage de $+\infty$ une branche parabolique de direction asymptotique celle de la droite (D) d'équation $y=x$

1 3) a) Montrer que $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$ pour tout x appartenant à l'intervalle $]0,+\infty[$

0.75 b) Montrer que f est décroissante sur l'intervalle $]0\,,1]$ et croissante sur l'intervalle $[1\,,+\infty[$

0.25 c) Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $]0,+\infty[$

0.5 4) a) Résoudre dans l'intervalle $]0,+\infty[$ l'équation $\left(1-\dfrac{2}{x}\right)\ln x=0$

0.5 b) En déduire que la courbe (C) coupe la droite (D) en deux points dont on déterminera les coordonnées.

0.75 c) Montrer que $f(x)\leq x$ pour tout x appartenant à l'intervalle $[1\ ,\ 2]$ et en déduire la position relative de la courbe (C) et la droite (D) sur l'intervalle $[1\ ,\ 2]$

1 5) Construire, dans le même repère $(O,\vec{i},\vec{j})$, la droite (D) et la courbe (C) (On admettra que la courbe (C) possède un seul point d'inflexion dont l'abscisse est comprise entre $2,4$ et $2,5$)

0.5 6) a) Montrer que $\displaystyle\int_1^2 \frac{\ln x}{x}dx=\frac{1}{2}(\ln 2)^2$

0.25 b) Montrer que la fonction $H:x\mapsto 2\ln x-x$ est une fonction primitive de la fonction $h:x\mapsto \dfrac{2}{x}-1$ sur l'intervalle $]0,+\infty[$

0.5 c) Montrer, à l'aide d'une intégration par parties, que $\displaystyle\int_1^2\left(\frac{2}{x}-1\right)\ln x\,dx=(1-\ln 2)^2$

0.5 d) Calculer, en cm^2, l'aire du domaine plan limité par la courbe (C), la droite (D) et les droites d'équations $x=1$ et $x=2$

III-On considère la suite numérique (u_n) définie par :

$u_0=\sqrt{3}$ et $u_{n+1}=f(u_n)$ pour tout entier naturel n

0.5 1) Montrer par récurrence que $1\leq u_n\leq 2$ pour tout entier naturel n

0.5 2) Montrer que la suite (u_n) est décroissante (on pourra utiliser le résultat de la question II-4)c))

0.75 3) En déduire que la suite (u_n) est convergente et déterminer sa limite.