

<p>المادة: الرياضيات دورة: يناير 2015 مدة الإنجاز: ساعتان</p>	<p>الامتحان الموحد المحلي ثانوية أفورار الإعدادية المستوى: الثالثة ثانوي إعدادي</p>	<p>الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين لجهة تادلة-أزىلال نيابة: أزىلال</p> <p>المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني المغرب</p>
<p>نص الموضوع _____ وع</p>		
	<p>تمرين 1: (1.5 نقط) ليكن C عدد حقيقي حيث: $C = \frac{10^5 \times 4 \times (10^2)^{-4} \times 3^3}{(2 \times 5)^6}$ (1) بسط C (2) أكتب C كتابة علمية</p>	<p>سلم التقط 0.75ن 0.75ن</p>
	<p>تمرين 2: (1.5 نقط) A و B و x أعداد حقيقية حيث: $A = (3x - 1)(3x + 1)$ و $B = 16x^2 - 5$ (1) أنشر A (2) عمل B</p>	<p>0.75ن 0.75ن</p>
	<p>تمرين 3: (2.5 نقط) أحسب ما يلي: $D = \sqrt{12} \times \sqrt{3}$ $E = \sqrt{2\sqrt{3} + 3} \times \sqrt{2\sqrt{3} - 3} \times \sqrt{3}$ $F = \frac{2 - \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}} + \frac{2 + \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}}$</p>	<p>0.5ن 1ن 1ن</p>
	<p>تمرين 4: (4 نقط) x و y عدنان حقيقيان حيث: $-4 \leq x \leq -3$ و $2 \leq y \leq 3$ أطر ما يلي: أ. $3x + y$ ب. $x^2 + y^2$ ج. xy د. $\frac{1-y}{y-5}$</p>	<p>1ن 1ن 1ن 1ن</p>
	<p>تمرين 5: (4 نقط) ABC مثلث حيث: $AB = \sqrt{3} \text{ cm}$ و $AC = 2 \text{ cm}$ و $BC = 1 \text{ cm}$ و $\widehat{BAC} = \alpha^\circ$ و $\widehat{ACB} = \beta^\circ$ (الشكل غير مطلوب) (1) بين أن المثلث ABC قائم الزاوية. (2) علما أن: $\cos \alpha^\circ = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{-1}$ أ. استنتج حساب: $\sin \beta^\circ$ ب. أحسب $\sin \alpha^\circ$ مستعملا: $\sin^2 \alpha^\circ + \cos^2 \alpha^\circ = 1$ ج. أحسب $\tan \alpha^\circ$ و $\tan \beta^\circ$ مستعملا: المثلث ABC القائم الزاوية).</p>	<p>1ن 0.5ن 1ن 1.5ن</p>

التصحيح

تمرين 1

(1) لنبسط C
لدينا: $C = \frac{10^5 \times 4 \times (10^2)^{-4} \times 3^3}{(2 \times 5)^6}$

$$C = \frac{10^5 \times 4 \times 10^{-8} \times 27}{(10)^6}$$

$$C = \frac{10^{5-8} \times 4 \times 27}{10^6}$$

$$C = \frac{10^{-3} \times 108}{10^6}$$

$$C = \frac{10^{-3}}{10^6} \times 108$$

$$C = 10^{-3-6} \times 108$$

$$C = 108 \times 10^{-9} \quad \text{إذن}$$

(2) لنكتب C كتابة علمية
لدينا $C = 108 \times 10^{-9}$

$$C = 108,0 \times 10^{-9}$$

$$C = 1,080 \times 10^2 \times 10^{-9}$$

$$C = 1,080 \times 10^{-7} \quad \text{إذن}$$

تمرين 2

(1) لننشر A
لدينا $A = (3x - 1)(3x + 1)$
 $A = (3x)^2 - 1^2$
 $A = 3^2 x^2 - 1$
 $A = 9x^2 - 1 \quad \text{إذن}$

(2) لنعمل B
لدينا $B = 16x^2 - 5$
 $B = 4^2 x^2 - \sqrt{5}^2$
 $B = (4x)^2 - \sqrt{5}^2$

$$B = (4x - \sqrt{5})(4x + \sqrt{5}) \quad \text{إذن}$$

تمرین 3

• لنحسب D

$$D = \sqrt{12} \times \sqrt{3} \text{ لدينا}$$

$$D = \sqrt{12 \times 3}$$

$$D = \sqrt{36}$$

$$D = \sqrt{6^2}$$

$$D = 6 \text{ إذن}$$

• لنحسب E

لدينا

$$E = \sqrt{2\sqrt{3} + 3} \times \sqrt{2\sqrt{3} - 3} \times \sqrt{3}$$

$$E = \sqrt{(2\sqrt{3} + 3) \times (2\sqrt{3} - 3)} \times \sqrt{3}$$

$$E = \sqrt{((2\sqrt{3})^2 - 3^2)} \times \sqrt{3}$$

$$E = \sqrt{(2^2 \times 3^2 - 3^2)} \times \sqrt{3}$$

$$E = \sqrt{(4 \times 3 - 3^2)} \times \sqrt{3}$$

$$E = \sqrt{(12 - 9)} \times \sqrt{3}$$

$$E = \sqrt{3} \times \sqrt{3}$$

$$E = \sqrt{3^2}$$

$$E = 3 \text{ إذن}$$

• لنحسب F

لدينا

$$F = \frac{2 - \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}} + \frac{2 + \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}}$$

$$F = \frac{(2 - \sqrt{2}) \times (2 - \sqrt{2})}{(2 + \sqrt{2}) \times (2 - \sqrt{2})} + \frac{(2 + \sqrt{2}) \times (2 + \sqrt{2})}{(2 - \sqrt{2}) \times (2 + \sqrt{2})}$$

$$F = \frac{(2 - \sqrt{2})^2}{(2^2 - \sqrt{2}^2)} + \frac{(2 + \sqrt{2})^2}{(2^2 - \sqrt{2}^2)}$$

$$F = \frac{(2^2 - 4\sqrt{2} + 2)}{(4 - 2)} + \frac{(2^2 + 4\sqrt{2} + 2)}{(4 - 2)}$$

$$F = \frac{(4 - 4\sqrt{2} + 2)}{2} + \frac{(4 + 4\sqrt{2} + 2)}{2}$$

$$F = \frac{(6 - 4\sqrt{2}) + (6 + 4\sqrt{2})}{2}$$

$$F = \frac{6 - 4\sqrt{2} + 6 + 4\sqrt{2}}{2}$$

$$F = \frac{12}{2}$$

إذن **F = 6**

تمرين 4

أ. لنوطة $3x + y$

لدينا $-4 \leq x \leq -3$ و $2 \leq y \leq 3$
 إذن $-12 \leq 3x \leq -9$ و $2 \leq y \leq 3$
 وبالتالي $-12 + 2 \leq 3x + y \leq -9 + 3$

إذن **$-10 \leq 3x + y \leq -6$**

ب. لنوطة $x^2 + y^2$

لدينا $-4 \leq x \leq -3$ و $2 \leq y \leq 3$

إذن $3 \leq -x \leq 4$ و $2 \leq y \leq 3$
 وبالتالي $3^2 \leq (-x)^2 \leq 4^2$ و $2^2 \leq y^2 \leq 3^2$

أي $9 \leq x^2 \leq 16$ و $4 \leq y^2 \leq 9$

إذن $9 + 4 \leq x^2 + y^2 \leq 16 + 9$

وبالتالي **$13 \leq x^2 + y^2 \leq 25$**

ج. لنوطة xy

لدينا

$-4 \leq x \leq -3$ و $2 \leq y \leq 3$
 إذن $3 \leq -x \leq 4$ و $2 \leq y \leq 3$

$$3 \times 2 \leq (-x) \times y \leq 4 \times 3 \text{ وبالتالي} \\ \text{أي } 6 \leq -xy \leq 12$$

$$\text{إذن } 6 \times (-1) \leq -xy \times (-1) \leq 12 \times (-1) \\ \text{أي } -12 \leq xy \leq -6$$

$$\text{د. لنوטר } \frac{1-y}{y-5}$$

$$\text{لدينا } 2 \leq y \leq 3$$

$$\text{إذن } -3 \leq -y \leq -2$$

$$\text{وبالتالي } 2 - 5 \leq y - 5 \leq 3 - 5 \text{ و } -3 + 1 \leq -y + 1 \leq -2 + 1$$

$$\text{أي } -3 \leq y - 5 \leq -2 \text{ و } -2 \leq 1 - y \leq -1$$

$$\text{إذن } \frac{1}{-2} \leq \frac{1}{y-5} \leq \frac{1}{-3} \text{ و } -2 \leq 1 - y \leq -1$$

$$\text{وبالتالي } \frac{1}{3} \leq -\frac{1}{y-5} \leq \frac{1}{2} \text{ و } 1 \leq -(1 - y) \leq 2$$

إذن

$$1 \times \frac{1}{3} \leq -(1 - y) \times \left(-\frac{1}{y-5}\right) \leq 2 \times \frac{1}{2}$$

$$\text{أي } 1 \times \frac{1}{3} \leq \frac{1-y}{y-5} \leq 2 \times \frac{1}{2}$$

$$\text{إذن } \frac{1}{3} \leq \frac{1-y}{y-5} \leq 1$$

تمرين 5

(1) نبين أن المثلث ABC قائم الزاوية.

لدينا حسب المعطيات $AB = \sqrt{3} \text{ cm}$ و $AC = 2 \text{ cm}$ و $BC = 1 \text{ cm}$

إذن $AB^2 = \sqrt{3^2} \text{ cm}^2$ و $AC^2 = 2^2 \text{ cm}^2$ و $BC^2 = 1^2 \text{ cm}^2$

أي $AB^2 = 3 \text{ cm}^2$ و $AC^2 = 4 \text{ cm}^2$ و $BC^2 = 1 \text{ cm}^2$

وبما أن $4 \text{ cm}^2 = 3 \text{ cm}^2 + 1 \text{ cm}^2$

فإن $AC^2 = AB^2 + BC^2$

إذن حسب مبرهنة بيتاغورس العكسية فإن المثلث **ABC قائم الزاوية في الرأس B**

(2) أ) لنستنتج حساب: $\sin \beta^\circ$

لدينا حسب جواب السؤال الأول **ABC** مثلث قائم الزاوية في الرأس **B**

إذن $\widehat{ACB} + \widehat{BAC} = 90^\circ$

وبما أن $\widehat{ACB} = \beta^\circ$ و $\widehat{BAC} = \alpha^\circ$

فإن $\alpha^\circ + \beta^\circ = 90^\circ$

إذن $\sin \beta^\circ = \cos \alpha^\circ$

$$\text{وحيث } \cos \alpha^\circ = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{-1} \text{ فإن } \sin \beta^\circ = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{-1} \text{ أي } \sin \beta^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(ب) لنحسب $\sin \alpha^\circ$ مستعملين: $\sin^2 \alpha^\circ + \cos^2 \alpha^\circ = 1$

لدينا α° قياس زاوية حادة (في المثلث **ABC** القائم الزاوية في الرأس **B**)

إذن $0 < \sin \alpha^\circ < 1$ و $\sin^2 \alpha^\circ + \cos^2 \alpha^\circ = 1$

$$\sin^2 \alpha^\circ + \left(\left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right)^{-1} \right)^2 = 1 \text{ أي}$$

$$\sin^2 \alpha^\circ + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 = 1$$

$$\sin^2 \alpha^\circ + \frac{3}{4} = 1$$

إذن

$$\sin^2 \alpha^\circ = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\sin \alpha^\circ = -\sqrt{\frac{1}{4}} \text{ أو } \sin \alpha^\circ = \sqrt{\frac{1}{4}} \text{ وبالتالي}$$

$$\sin \alpha^\circ = \sqrt{\frac{1}{4}} \text{ حيث } 0 < \sin \alpha^\circ < 1 \text{ فإن}$$

$$\sin \alpha^\circ = \frac{1}{2} \text{ أي}$$

(ج) * لنحسب $\tan \alpha^\circ$

لدينا α° قياس زاوية حادة (في المثلث ABC القائم الزاوية في الرأس B)

$$\tan \alpha^\circ = \frac{\sin \alpha^\circ}{\cos \alpha^\circ} \text{ إذن}$$

$$\tan \alpha^\circ = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \text{ أي}$$

$$\tan \alpha^\circ = \frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}}$$

إذن

$$\tan \alpha^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

*** لنحسب $\tan \beta^\circ$ مستعملين: المثلث ABC القائم الزاوية**

لدينا حسب جواب السؤال الأول ABC مثلث قائم الزاوية في الرأس B

$$\tan \widehat{ACB} = \frac{AB}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{1}$$

$$\tan \beta^\circ = \sqrt{3} \text{ وبما أن } \widehat{ACB} = \beta^\circ \text{ فإن}$$

(1) لنحسب AB

حسب المعطيات المترجمة في الشكل

لنعتبر MCD مثلث

B من [MC] و A من [MD] حيث (AB)//(CD) (لأن ABCD شبه منحرف قاعدته [AB] و [CD])

إذن حسب خاصية طاليس المباشرة نجد : $\frac{MB}{MC} = \frac{MA}{MD} = \frac{AB}{DC}$

وبالأخص : $\frac{MB}{MC} = \frac{AB}{DC}$ أي $\frac{MB}{MB+BC} = \frac{AB}{DC}$ (لأن B من [MC])

أي $\frac{2cm}{2cm+3cm} = \frac{AB}{4cm}$ (لأن CB = 3cm و BM = 2 cm و DC = 4cm)

$$\frac{2cm}{5cm} = \frac{AB}{4cm}$$

$$5AB = 8$$

وبالتالي $AB = \frac{8}{5}$

أي **AB = 1,6cm**

(2) لنبين أن (MD)//(BN)

حسب المعطيات المترجمة في الشكل

لنعتبر MCD مثلث

B من [MC] و A من [MD] هل $\frac{BC}{MC} = \frac{NC}{CD}$ ؟

$$\frac{NC}{CD} = \frac{2,4}{4} = \frac{24}{40} \text{ و } \frac{BC}{MC} = \frac{3}{5} = \frac{24}{40} \text{ لدينا}$$

$$\frac{BC}{MC} = \frac{NC}{CD} \text{ إذن}$$

وبالتالي حسب خاصية طاليس العكسية فإن **(MD)//(BN)**

(3) لنبين أن المثلث ABN يقايس المثلث ADN

لدينا (MD)//(BN) (جواب السؤال الثاني)

(لأن ABCD شبه منحرف قاعدته [AB] و [CD]) (AB)//(DC)

إذن ABND متوازي أضلاع

وبالتالي

$$AB = DN$$

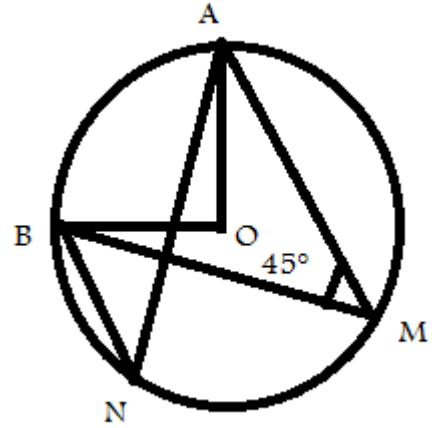
$$AD = BN$$

$$AN = AN$$

بالنسبة للمثلثين ABN و ADN

وحسب إحدى حالات التقايس نجد المثلثان ABN و ADN متقايسان .

(1) الشكل الهندسي



(2) لنحسب: \widehat{ANB} مع التعليل

حسب المعطيات المترجمة في الشكل
 لدينا \widehat{ANB} و \widehat{AMB} زاويتان محيطيتان تحصران نفس القوس الصغيرة \widehat{AB} من الدائرة
 إذن $\widehat{ANB} = \widehat{AMB}$
 وبما أن $\widehat{AMB} = 45^\circ$
 فإن $\widehat{ANB} = 45^\circ$

(3) لنبين أن: (OB) عمودي على (OA)

حسب المعطيات المترجمة في الشكل
 لدينا \widehat{AOB} الزاوية المركزية المرتبطة بالزاوية المحيطية \widehat{AMB}
 إذن $\widehat{AOB} = 2 \widehat{AMB} = 2 \times 45^\circ = 90^\circ$
 وبالتالي \widehat{AOB} زاوية قائمة
 إذن (OB) عمودي على (OA)