

Exercice n°1 : (4 pts)

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite numérique définie par : $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = \frac{1}{6}(u_n + 5)$ pour tout n de \mathbb{N}

On pose pour tout n de \mathbb{N} : $v_n = \frac{u_n}{2} - \frac{1}{2}$

0.75 1. Calculer v_0, u_1 et v_1

0.5 2.a. Vérifier que pour tout n de \mathbb{N} : $u_n = 2v_n + 1$

1 2.b. Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{6}$

0.75 2.c. Montrer que pour tout n de \mathbb{N} : $v_n = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{6}\right)^n$

0.5 3.a. En déduire que pour tout n de \mathbb{N} : $u_n = -\left(\frac{1}{6}\right)^n + 1$

0.5 3.b. Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

Exercice n°2 : (2.5 pts)

0.5 1. Vérifier que :
 $\forall t \in \mathbb{R} : (t-2)(t-3) = t^2 - 5t + 6$

1 2.a. En déduire les solutions dans \mathbb{R} de l'équation :
 $(E) : (\ln x)^2 - 5 \ln x + 6 = 0$

1 2.b. Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation :
 $(I) : (\ln x)^2 - 5 \ln x + 6 \geq 0$

Exercice n°3 : (1.5 pts)

0.5 1. Vérifier que le couple $(4;5)$ est la solution du système :

$$(S) : \begin{cases} 2u - 3v = -7 \\ u + v = 9 \end{cases}$$

1 2. En déduire la solution dans \mathbb{R}^2 du système :

$$(S') : \begin{cases} 2e^x - 3e^y = -7 \\ e^x + e^y = 9 \end{cases}$$

Exercice n°4 : (8 pts)

Partie I

On considère la fonction numérique g de la variable réelle x définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$g(x) = x - \ln x$$

1 1. Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

1 2.a. Montrer que, pour tout x de $]0; +\infty[$, $g'(x) = \frac{x-1}{x}$

الصفحة	NS 102	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2021 - الموضوع - مادة: الرياضيات- شعبة الخدمات مسلك التجارة ومسلك المحاسبة
3		

- 1 2.b. Etudier le signe de $g'(x)$ sur $]0; +\infty[$
- 1 2.c. Calculer $g(1)$ et dresser le tableau de variations de g
- 0.5 2.d. En déduire que $g(x) > 0$ pour tout x de $]0; +\infty[$

Partie II

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = x(x+2 - 2\ln x)$$

- 1.5 1. Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- 1 2.a. Montrer que, pour tout x de $]0; +\infty[$, $f'(x) = 2g(x)$
- 0.5 2.b. Calculer $f(1)$ et dresser le tableau de variations de f
- 0.5 2.c. A l'aide du tableau de variations de f , montrer que $(\forall x \in [1; +\infty[) ; x+2 - 2\ln x \geq \frac{3}{x}$

Exercice n°5 : (4pts)

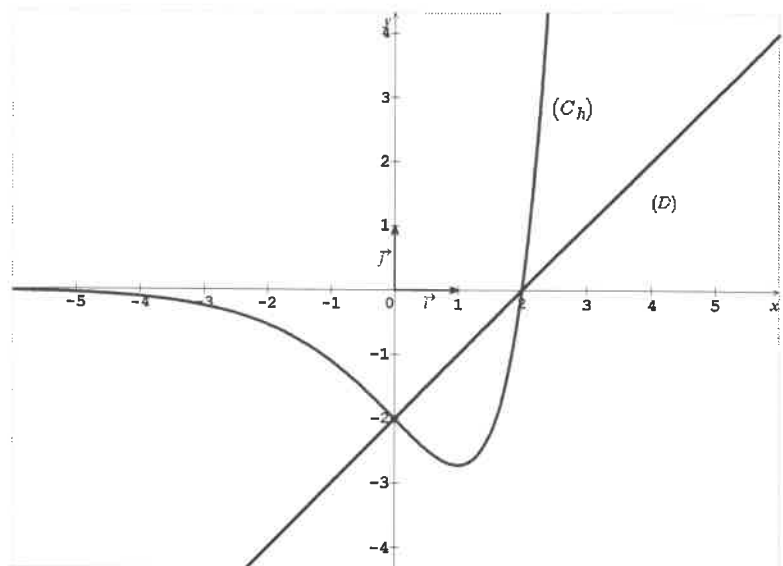
On considère la fonction numérique h de la variable réelle x définie sur \mathbb{R} par :

$$h(x) = (x-2)e^x$$

- 1 1. Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$
- 1 2.a. Vérifier que $\forall x \in \mathbb{R} ; h'(x) = (x-1)e^x$
- 0.5 2.b. Calculer $h(1)$ et dresser le tableau de variations de h
3. Dans la figure ci-dessous (C_h) est la courbe représentative de h dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ et (D) la droite d'équation : $y = x - 2$

Résoudre graphiquement :

- 0.5 a. L'équation : $h(x) = x - 2$
- 1 b. L'inéquation : $h(x) \leq x - 2$



الصفحة	2	NR 102	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2021 - عناصر الإجابة - مادة: الرياضيات- شعبة الخدمات مسلك التجارة ومسلك المحاسبة
2			

		pour le résultat	
1	2.a. $g'(x) = \frac{x-1}{x}$	1	
1	2.b. $g'(x) \leq 0$ sur $]0;1[$ et $g'(x) \geq 0$ sur $[1;+\infty[$	0.5+0.5	
1	2.c. $g(1) = 1$ et le tableau de variations	0.25+0.75	
0.5	2.d. $g(x) > 0$ pour tout x de $]0;+\infty[$	0.5	
Partie II			
	$f(x) = x(x+2-2\ln x)$		
1.5	1. $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = 0$	0.5 pour la méthode +0.25 pour le résultat	
	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	0.5 pour la méthode +0.25 pour le résultat	
1	2.a. $f'(x) = 2g(x)$	1	
0.5	2.b. $f(1) = 3$ et le tableau de variations de f	2x0.25	
0.5	2.c. $\forall x \in]0;+\infty[; x - 2\ln x > -2$	0.5	
Exercice n°5 :(4pts)			
	$h(x) = (x-2)e^x$		
1	1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = 0$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = +\infty$	2x0.5	2x0.25 pour la justification
1	2.a. $\forall x \in \mathbb{R} ; h'(x) = (x-1)e^x$	1	
0.5	2.b. $h(1) = -e$ et le tableau de variations	2x0.25	
1.5	3.a. $S = \{0;2\}$	0.5	
	3.b. $I = [0;2]$	1	